

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....



Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca, Roxana Pietreanu

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

TUDOR, ION

Matematică : aritmetică, algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate - pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru - 5 / Ion Tudor. - Ed. a 6-a. - Pitești : Paralela 45, 2022

2 vol.

ISBN 978-973-47-3648-5

Partea 1. - 2022. - ISBN 978-973-47-3649-2

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45

Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177

Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918

Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492

E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro

sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2022

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Ion TUDOR

matematică

aritmetică, algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

5

Ediția a VI-a

Editura Paralela 45

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Rezultatul calculului 9×8 este egal cu:
A. 64; B. 54; C. 72; D. 56.
- (0,5p) 2. Dublul numărului 50 este egal cu:
A. 40; B. 100; C. 120; D. 60.
- (0,5p) 3. Cel mai mic număr impar de trei cifre diferite este:
A. 102; B. 123; C. 111; D. 103.
- (0,5p) 4. Numărul natural par de patru cifre mai mare decât 9996 este:
A. 9998; B. 9997; C. 9999; D. 9996.
- (0,5p) 5. Numărul mai mare cu 385 decât 1064 este egal cu:
A. 1542; B. 1449; C. 1500; D. 1349.
- (0,5p) 6. Numărul mai mic cu 407 decât 2106 este egal cu:
A. 1699; B. 1799; C. 1589; D. 1649.
- (0,5p) 7. Numărul de 6 ori mai mare decât 75 este egal cu:
A. 750; B. 475; C. 460; D. 450.
- (0,5p) 8. Câtul împărțirii $182 : 7$ este egal cu:
A. 24; B. 37; C. 26; D. 35.
- (0,5p) 9. Rezultatul calculului $6 - 2 : 2$ este egal cu:
A. 4; B. 2; C. 7; D. 5.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,8p) 1. Calculați $10 \cdot [235 : 5 + 92 : (23 \cdot 6 - 134)]$.
2. Determinați cifra x pentru care:
- (0,8p) a) $\overline{86x1} > \overline{8x51}$;
- (0,7p) b) $\overline{86x1} < \overline{8x51}$.
3. Radu a cheltuit suma de 270 lei în patru zile. În prima zi a cheltuit a treia parte din sumă, în ziua următoare a cheltuit a cincea parte din suma rămasă, iar suma cheltuită a treia zi a fost egală cu diferența sumelor de bani cheltuite în primele două zile.
- (0,8p) a) Calculați suma de bani cheltuită a doua zi.
- (0,7p) b) Calculați suma de bani cheltuită a treia zi.
- (0,7p) c) Calculați suma de bani cheltuită a patra zi.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Rezultatul calculului 8×7 este egal cu:
 A. 54; B. 49; C. 64; D. 56.
- (0,5p) 2. Jumătatea numărului 30 este egală cu:
 A. 10; B. 15; C. 20; D. 60.
- (0,5p) 3. Cel mai mare număr par de trei cifre distincte este:
 A. 998; B. 986; C. 999; D. 789.
- (0,5p) 4. Cel mai mic număr de patru cifre diferite este:
 A. 4321; B. 1023; C. 1234; D. 2103.
- (0,5p) 5. Suma numerelor 234 și 1258 este egală cu:
 A. 1492; B. 1024; C. 1482; D. 1592.
- (0,5p) 6. Diferența numerelor 1025 și 382 este egală cu:
 A. 553; B. 643; C. 743; D. 734.
- (0,5p) 7. Produsul numerelor 56 și 8 este egal cu:
 A. 864; B. 244; C. 348; D. 448.
- (0,5p) 8. Câtul împărțirii $864 : 9$ este egal cu:
 A. 16; B. 96; C. 97; D. 12.
- (0,5p) 9. Rezultatul calculului $3 + 3 \times 3$ este egal cu:
 A. 12; B. 18; C. 9; D. 10.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,8p) 1. Calculați $100 : [110 : 5 - 96 : (203 - 65 \cdot 3)]$.
2. Determinați valorile numărului natural n , $n \neq 0$, pentru care:
- (0,8p) a) $\frac{2}{3} > \frac{n}{3}$;
- (0,7p) b) $\frac{5}{4} < \frac{5}{n}$.
3. Două penare și cinci cărți costă 95 lei, iar două penare și trei cărți costă 65 lei.
- (0,8p) a) Aflați cât costă o carte.
- (0,7p) b) Aflați cât costă două penare.
- (0,7p) c) Aflați cât costă patru penare și șapte cărți.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- (0,5p) 1. Rezultatul calculului 9×6 este egal cu:
 A. 72; B. 56; C. 54; D. 40.
- (0,5p) 2. Sfertul numărului natural 40 este egal cu:
 A. 8; B. 10; C. 9; D. 12.

- (0,5p) 3. Cel mai mic număr par de patru cifre diferite este:
 A. 2468; B. 2222; C. 1234; D. 1024.
- (0,5p) 4. Cel mai mare număr natural mai mic decât 827 este:
 A. 826; B. 825; C. 828; D. 800.
- (0,5p) 5. Suma numerelor 2045 și 448 este egală cu:
 A. 2393; B. 2493; C. 2495; D. 2500.
- (0,5p) 6. Diferența numerelor 1146 și 293 este egală cu:
 A. 833; B. 835; C. 853; D. 721.
- (0,5p) 7. Produsul numerelor 47 și 9 este egal cu:
 A. 423; B. 422; C. 692; D. 204.
- (0,5p) 8. Câtul împărțirii $984 : 8$ este egal cu:
 A. 182; B. 174; C. 125; D. 123.
- (0,5p) 9. Rezultatul calculului $8 - 4 : 2$ este egal cu:
 A. 2; B. 6; C. 4; D. 5.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete:

- (0,8p) 1. Calculați $[133 : 7 - 45 : (57 \cdot 10 - 565)] \cdot 409$.
2. Se consideră numerele naturale $\overline{5x29}$ și $\overline{59yx}$. Determinați cifrele x și y pentru care:
- (0,8p) a) $\overline{5x29} = \overline{59yx}$;
- (0,8p) b) $\overline{5x29} > \overline{59yx}$.
3. O papetărie a vândut în prima zi 78 de caiete, în ziua următoare a vândut de trei ori mai multe caiete, în a treia zi a vândut cu 19 caiete mai puțin decât în primele două zile la un loc, iar în a patra zi a vândut restul de 45 de caiete.
- (0,7p) a) Aflați numărul caietelor vândute în a doua zi.
- (0,7p) b) Aflați numărul caietelor vândute în a treia zi.
- (0,7p) c) Aflați numărul caietelor vândute în cele patru zile.

ALGEBRĂ

Capitolul I

NUMERE NATURALE

Lecția 1. Scrierea și citirea numerelor naturale



Citesc și rețin

Scrierea unui număr natural se face cu ajutorul a zece simboluri numite **cifre**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Cu ajutorul acestora putem scrie numere naturale cu două sau mai multe cifre, respectând următoarele reguli:

- prima cifră a unui număr natural format din două sau mai multe cifre este diferită de zero;
- în scrierea unui număr natural orice cifră se poate repeta sau nu.

Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **scriere în sistem zecimal** sau **scriere în baza zece**, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

Un număr natural de două cifre se scrie \overline{ab} , $a \neq 0$, iar \overline{ba} se numește **răsturnatul** său dacă $b \neq 0$.

Un număr natural de trei cifre se scrie \overline{abc} , $a \neq 0$, iar \overline{cba} se numește **răsturnatul** său dacă $c \neq 0$ și așa mai departe.

Citirea unui număr natural se face grupând cifrele câte trei de la dreapta spre stânga. Aceste grupe se numesc **clase**. În ordine, de la dreapta la stânga avem: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioaneilor, clasa miliardelor etc. Cele trei cifre din fiecare clasă reprezintă de la dreapta la stânga cifra de ordinul unităților, cifra de ordinul zecilor, respectiv cifra de ordinul sutelor de unități din clasa respectivă. Din acest motiv, scrierea numerelor naturale în baza zece este o scriere pozițională, deoarece valoarea fiecărei cifre este dată de poziția pe care o ocupă.

s	z	u	s	z	u	s	z	u	s	z	u
clasa miliardelor			clasa milioaneilor			clasa miilor			clasa unităților		

Numere naturale pare. Numere naturale impare

Orice număr natural care are cifra unităților 0, 2, 4, 6 sau 8 se numește **număr par**.

Orice număr natural care are cifra unităților 1, 3, 5, 7 sau 9 se numește **număr impar**.

Numerele naturale scrise în ordinea succesivă: 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ..., 99, 100, 101, ... formează **șirul numerelor naturale**.

Dacă n este un număr natural mai mare ca zero, atunci numărul $n - 1$ se numește **predecesorul** său, iar numărul $n + 1$ se numește **succesorul** său.

Dacă n este un număr natural, atunci n și $n + 1$ se numesc **numere naturale consecutive**.



Cum se aplică?

1. Scrieți următoarele numere naturale:

- a) șase mii cincizeci și patru;
c) cinci sute șase mii treizeci.

b) nouăzeci și trei de mii cinci;

Soluție:

- a) 6054; b) 93005; c) 506030.

2. Se consideră numărul $\underline{6} 3 0 4 \underline{8} \underline{1} 7 5$. Precizați clasa și ordinul cifrelor subliniate.

Soluție:

- Cifra 1 face parte din clasa unităților și este de ordinul sutelor.
Cifra 8 face parte din clasa miilor și este de ordinul unităților.
Cifra 6 face parte din clasa milioanelor și este de ordinul zecilor.

3. Determinați numerele naturale impare de forma $\overline{3x7y}$ care au suma cifrelor egală cu 17.

Soluție:

$3 + x + 7 + y = 17$, deci $x + y = 17 - 10$, de unde rezultă că $x + y = 7$. Deoarece numerele $\overline{3x7y}$ sunt impare, deducem că y poate fi 1, 3, 5 sau 7, prin urmare valorile corespunzătoare ale lui x sunt 6, 4, 2, respectiv 0. Numerele cerute sunt: 3671, 3473, 3275 și 3077.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele numere naturale:

- a) 358; b) 504; c) 612; d) 790;
e) 4123; f) 5017; g) 6704; h) 9820;
i) 12345; j) 42038; k) 50821; l) 83106.

2. Citiți următoarele numere naturale:

- a) 523149; b) 603468; c) 700207; d) 206046;
e) 1020400; f) 2203109; g) 6006005; h) 40401108.

3. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

- a) Numerele naturale de două cifre diferite scrise cu cifrele 1 și 8 sunt:
.....
b) Numerele naturale de trei cifre (nu toate identice) scrise cu cifrele 2 și 5 sunt:
.....
c) Numerele naturale de trei cifre diferite scrise cu cifrele 0, 4 și 9 sunt:
.....

4. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

- a) Numerele naturale impare de trei cifre diferite scrise cu cifrele 1, 6 și 9 sunt:
.....
b) Numerele naturale pare de patru cifre diferite scrise cu cifrele 0, 5, 7 și 8 sunt:
.....

5. Scrieți următoarele numere naturale:
 a) nouă mii trei sute unu; b) două mii nouă sute doi ;
 c) cinci mii treizeci și nouă; d) patru mii șaizeci și patru ;
 e) douăsprezece mii cinci; f) nouăsprezece mii șapte

6. Scrieți un număr natural de: □ □ □ □ □ □
 a) patru cifre care să aibă cifra sutelor 8; □ □ □ □ □ □
 b) patru cifre care să aibă cifra zecilor 0; □ □ □ □ □ □
 c) cinci cifre care să aibă cifra zecilor de mii 1; □ □ □ □ □ □
 d) șase cifre care să aibă cifra sutelor de mii 9. □ □ □ □ □ □

7. Scrieți următoarele numere naturale:
 a) o sută două mii șaptezeci; b) șapte sute șapte mii nouă;
 c) nouă sute cincisprezece mii opt; d) cinci sute patru mii o sută șase.

8. Scrieți un număr natural de:
 a) cinci cifre care să aibă cifra sutelor 2 și cifra zecilor de mii 8; □ □ □ □ □ □
 b) cinci cifre care să aibă cifra zecilor 4 și cifra zecilor de mii 3; □ □ □ □ □ □
 c) șase cifre care să aibă cifra unităților 5 și cifra zecilor de mii 9; □ □ □ □ □ □
 d) șase cifre care să aibă cifra unităților 3 și cifra sutelor de mii 6. □ □ □ □ □ □

9. Scrieți următoarele numere naturale:
 a) un milion două sute patru mii o sută doi; □ □ □ □ □ □ □ □
 b) trei milioane douăzeci de mii șapte sute; □ □ □ □ □ □ □ □
 c) treizeci și unu de milioane o sută de mii douăzeci; □ □ □ □ □ □ □ □
 d) șaizeci și cinci de milioane două mii opt sute cinci. □ □ □ □ □ □ □ □

10. Completați următorul tabel:

Numărul	Numărul unităților reprezentate de cifra					
	3	4	8	6	5	2
683245						

11. Completați tabelul următor, unde m și n sunt numere naturale consecutive:

m	72	105			5628		11018	
n			825	740		7024		312510

12. Completați următorul tabel, unde m și n sunt numere naturale consecutive de aceeași paritate:

m	65			504			10861	
n		108	411		4627	8002		701156

13. Dacă propoziția este adevărată, încercuiți litera A, iar dacă propoziția este falsă, încercuiți litera F.

- a) Dacă m și n sunt două numere naturale consecutive, atunci $n = m + 1$. A F
 b) Dacă m și n sunt două numere naturale consecutive de aceeași paritate, atunci $n = m + 2$. A F

14. În tabelul următor este înregistrat numărul de pagini citite de Radu, în cinci zile, din romanul *Doi ani de vacanță*, scris de Jules Verne.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri
Numărul de pagini	47	50	57	48	59

- a) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale consecutive
- b) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale pare consecutive
- c) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale impare consecutive

15. Completați tabelul următor:

Numărul	75	100	5279	10692			
Predecesorul					89		9273
Succesorul						407	51180

16. Precizați clasa și ordinul cifrelor subliniate:

- a) 29405; b) 60178; c) 94169; d) 54294;
- e) 341524; f) 917284; g) 502488; h) 684001.

f)																							
h)																							

17. Completați spațiile punctate cu răsturnatele următoarelor numere naturale:

- a) 45; b) 72; c) 283; d) 105;
- e) 7529; f) 5824; g) 41705; h) 12359

18. Scrieți numerele naturale de două cifre care sunt egale cu răsturnatele lor.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

19. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- a) Dacă numărul natural $\overline{6140a}$ are cifrele diferite și este par, atunci cifra a este:
A. 2; B. 2 sau 5; C. 2 sau 8; D. 8.
- b) Dacă numărul natural $\overline{5219x}$ are cifrele diferite și este impar, atunci cifra x este:
A. 7 sau 5; B. 3; C. 7; D. 3 sau 7.

Exerciții și probleme de dificultate medie

20. Scrieți numerele naturale:

- a) pare de forma $\overline{1x7x}$; b) impare de forma $\overline{35xx}$.

21. i) Determinați numerele naturale de forma \overline{xyz} , $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, care îndeplinesc condiția $x = y + z$ în următoarele cazuri:

- a) $\overline{3yz}$; b) $\overline{5yz}$.

ii) Determinați numerele naturale de forma \overline{xyz} , $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, care îndeplinesc condiția $y = x \cdot z$ în următoarele cazuri:

- a) $\overline{x9z}$; b) $\overline{x6z}$.

22. Determinați numerele naturale de forma $\overline{4x3y}$ care au produsul cifrelor egal cu:

- a) 24; b) 36.

23. Determinați numerele naturale pare de forma $\overline{56xy}$ care au suma cifrelor egală cu:

- a) 15; b) 16.

24. Determinați numerele naturale impare de forma $\overline{1xy3z}$ care au produsul cifrelor egal cu:

- a) 60; b) 54.

25. Scrieți numerele pare de forma:

- a) $\overline{51xy}$, unde $x = 2y$; b) $\overline{8x5y}$, unde $x = 3y$; c) $\overline{47xy}$, unde $y = 4x$.

26. Determinați numărul natural \overline{abc} , $a \neq 0$, știind că cifrele sale sunt trei numere naturale consecutive de aceeași paritate, a căror sumă este egală cu 21.

27. Aflați câte numere naturale de trei cifre sunt egale cu răsturnatele lor.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

28. Pe tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3, ..., 1001. Se aleg trei numere și din suma celor două numere mai mari se scade numărul cel mai mic, diferența obținută se scrie pe tablă, iar cele trei numere se șterg. Se repetă procedeul până când pe tablă rămâne un singur număr. Ultimul număr rămas pe tablă este impar? Justificați răspunsul.

29. Determinați numerele naturale de trei cifre care au suma cifrelor de trei ori mai mare decât suma cifrelor succesorilor lor.

30. Determinați numerele naturale \overline{abcd} cu $a \neq 0$ și $b \neq 0$, care îndeplinesc condiția: dacă se șterge cifra a , devin de nouă ori mai mici.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți numărul natural:

a) cinci mii șaizeci și doi; b) optsprezece mii treisprezece;

c) de șase cifre care are cifra zecilor șapte și cifra sutelor de mii patru.

(3p) 2. Se consideră numărul 2835076. Precizați clasa și ordinul cifrelor:

a) 0; b) 3; c) 2.

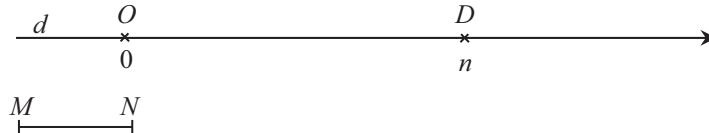
(3p) 3. Determinați numerele naturale impare de forma $\overline{71x2y}$ care au produsul cifrelor egal cu 84.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă



Citesc și rețin

O dreaptă d pe care se fixează un punct O numit **origine**, se stabilește un **sens de parcurgere** indicat de o săgeată (de la origine spre dreapta) și se alege o **unitate de măsură** (un segment MN de lungime oarecare), se numește **axa numerelor**.



Fiecărui număr natural n îi corespunde un punct pe axa numerelor care se obține măsurând de la origine în sens pozitiv n unități de măsură.

Numărul natural n se va numi **coordonata** punctului respectiv.

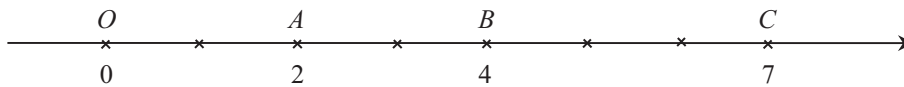
Coordonata originii este numărul natural 0.



Cum se aplică?

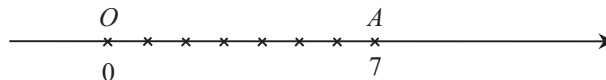
1. Reprezentați pe axă numerele: 0, 2, 4, 7, alegând drept unitate de măsură un segment cu lungimea de 1 cm.

Soluție:



2. Punctul A este reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul O și are coordonata 7. Calculați lungimea unității de măsură, știind că $OA = 35$ mm.

Soluție:



Notăm lungimea unității de măsură cu x , deci $OA = 7x$, prin urmare $7x = 35$ mm, de unde rezultă că $x = 35 \text{ mm} : 7$ și obținem $x = 5$ mm.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

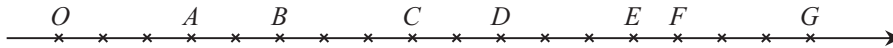
1. Dacă notăm cu A originea axei numerelor naturale, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) Coordonata punctului A este 0. b) Coordonata punctului A este 1.

2. Scrieți coordonatele punctelor din figura următoare, unde punctul O este originea axei numerelor:

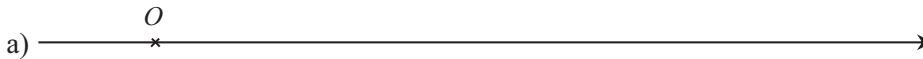


3. Scrieți coordonatele punctelor din figura următoare, unde punctul O este originea axei numerelor.



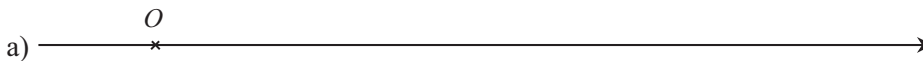
4. Reprezențați pe axă numerele naturale 1, 2 și 3, alegând unitatea de măsură cu lungimea de:

- a) 2 cm; b) 3 cm.



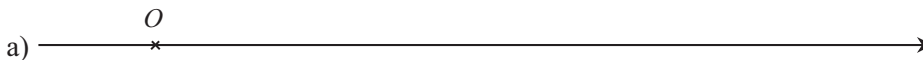
5. Alegând unitatea de măsură de 1 cm, reprezentați pe axă numerele:

- a) 0, 1, 3, 5, 8, 9, 10; b) 2, 4, 6, 7, 8, 9, 11.



6. Alegând unitatea de măsură de 5 mm, reprezentați pe axă numerele:

- a) 7, 8, 10, 13, 17, 20; b) 5, 9, 12, 15, 16, 19.



7. Reprezențați pe axa numerelor, alegând unitatea de măsură cu lungimea de 1 cm, următoarele puncte:

- a) D , de coordonată 5; b) E , de coordonată 8; c) F , de coordonată 3.



8. Reprezențați pe axa numerelor, alegând o unitate de măsură potrivită, punctele:

- a) M , de coordonată 52; b) N , de coordonată 70; c) P , de coordonată 85.



Exerciții și probleme de dificultate medie

9. Reprezențați pe axă numerele: 0, 10, 20, 40, 80, 100, 110, 120, 130, 140.

10. Punctul A este reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul O și are coordonata 5. Aflați lungimea unității de măsură pentru fiecare caz:

- a) $OA = 10$ cm; b) $OA = 25$ mm.

11. Punctele A și B sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O și au coordonatele 4, respectiv 7. Aflați lungimea unității de măsură pentru fiecare caz:

- a) $AB = 9$ cm; b) $AB = 42$ mm.

12. Punctele E și F sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O și au coordonatele 8, respectiv 9. Dacă $EF = 2$ cm, aflați OE și OF .

13. Punctele M și N sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O și au coordonatele 5, respectiv 9. Dacă $MN = 20$ mm, aflați OM și ON .

Exerciții și probleme de dificultate avansată

14. Punctele A și B sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O și au coordonatele 5, respectiv 13. Dacă $OA = 35$ mm, aflați AB .

15. Punctele D , E și F sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O și au coordonatele 3, 8, respectiv 11. Dacă $DE = 3$ cm, aflați OF .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Reprezentați pe axa numerelor cu originea în punctul O , alegând unitatea de măsură cu lungimea de 1 cm, punctele:
a) A , de coordonată 4; b) B , de coordonată 5; c) C , de coordonată 7.
- (3p) **2.** Punctul M este reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul O și are coordonata 4. Calculați lungimea unității de măsură știind că $OM = 8$ cm.
- (3p) **3.** Punctele M și N sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O și au coordonatele 5, respectiv 12. Știind că $OM = 5$ cm, calculați MN .

Lecția 3. Compararea și ordonarea numerelor naturale



Citesc și rețin

Dintre două numere naturale care nu au același număr de cifre este mai mare numărul care are mai multe cifre.

Pentru a compara două numere naturale care au un număr egal de cifre, se compară cifră cu cifră, începând de la stânga, până când două cifre de același ordin sunt diferite. Este mai mare numărul care are cifra respectivă mai mare.

Prin ordonarea numerelor naturale înțelegem scrierea în ordine crescătoare sau descrescătoare a acestor numere.

Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor este o modalitate de a ordona numerele naturale, ținând seama de faptul că: dintre două numere naturale, reprezentate pe axa numerelor, este mai mare cel reprezentat în dreapta celui alt.



Cum se aplică?

1. Comparați numerele:

- a) 203514 și 99785; b) 57125 și 57201; c) 805674 și 805669.

Soluție:

- a) $203514 > 99785$, deoarece 203514 are 6 cifre, iar 99785 are 5 cifre;
 b) $57125 < 57201$, deoarece $5 = 5$, $7 = 7$, $1 < 2$;
 c) $805674 > 805669$, deoarece $8 = 8$, $0 = 0$, $5 = 5$, $6 = 6$, $7 > 6$.

2. Determinați cel mai mic număr natural par de cinci cifre care are produsul cifrelor egal cu 18.

Soluție:

Observăm că $18 = 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 3$, de unde rezultă că numărul cerut este 11136.

3. Comparați numerele naturale $\overline{73a8}$ și $\overline{7a48}$.

Soluție:

Dacă $a \leq 2$, atunci $\overline{73a8} > \overline{7a48}$, iar dacă $a > 2$, atunci $\overline{73a8} < \overline{7a48}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Dintre semnele „<” și „>”, scrieți-l în casetă pe cel corespunzător:

- a) 798 2011; b) 3001 975; c) 1002 999;
 d) 7899 20111; e) 12312 8975; f) 9906 15002;
 g) 88879 100000; h) 95807 102103; i) 200103 99988.

2. În tabelul următor este înregistrat numărul turiștilor cazați la un hotel din stațiunea Mamaia în sezonul estival.

Luna	Iunie	Iulie	August	Septembrie
Numărul de turiști	5714	7191	7108	5436

Folosind informațiile din tabel, completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

- a) Cel mai mare număr de turiști a fost înregistrat în luna
 b) Cel mai mic număr de turiști a fost înregistrat în luna

3. În tabelul următor este înregistrat numărul de kilometri parcurși de un autocar într-un interval de timp de patru ani.

Anul	2014	2015	2016	2017
Numărul de kilometri	98285	98311	97949	98305

Folosind informațiile din tabel, încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- a) Autocarul a parcurs cel mai mic număr de kilometri în anul:
 A. 2014; B. 2017; C. 2016; D. 2015.
 b) Autocarul a parcurs cel mai mare număr de kilometri în anul:
 A. 2017; B. 2014; C. 2016; D. 2015.

4. Dintre semnele „<” și „>”, scrieți-l în casetă pe cel corespunzător:

- a) 275 279; b) 581 579; c) 835 840;
 d) 3556 3546; e) 4901 4899; f) 7206 7305;
 g) 65279 65312; h) 86061 86049; i) 95037 95032.

5. Completați caseta cu semnul corespunzător, „<” sau „>”.

- a) 123458 123502; b) 520764 520771; c) 771456 771452;
 d) 616543 615907; e) 409528 409601; f) 817562 817560.

6. Ordonați crescător numerele:

- a) 7841, 7930, 7850; b) 8243, 8199, 8259;
 c) 12345, 12453, 12354; d) 64529, 64921, 63999.

c)

7. În tabelul următor este înregistrat numărul de spectatori români care au vizionat trei filme produse în România.

Numele filmului	Bacalaureat	Aferim	Sieranevada
Numărul de spectatori	129018	129227	129215

Folosind informațiile din tabel, scrieți numele celor trei filme în ordinea crescătoare dată de numărul de spectatori români:

8. Ordonați descrescător numerele:

- a) 4601, 4602, 4610; b) 2177, 2175, 2178;
 c) 62505, 61995, 63000; d) 89164, 89201, 89263.

d)

9. Precizați cel mai mic și cel mai mare dintre următoarele numere naturale:

- a) 564123, 564132, 564108, 563999; b) 809280, 809269, 808795, 809264;
 c) 322511, 321502, 324001, 323402; d) 725601, 725486, 725602, 725599.

b)

10. Arătați că următoarele propoziții sunt false, completând spațiile punctate cu un contraexemplu.

- a) Dintre două numere naturale care au același număr de cifre, este mai mic numărul care are suma cifrelor mai mică.
 b) Dintre două numere naturale care au același număr de cifre, este mai mare numărul care are suma cifrelor mai mare.

11. a) Scrieți numerele naturale de patru cifre mai mari decât numărul 9995.

b) Scrieți numerele naturale de cinci cifre mai mici decât numărul 10006.

12. Scrieți numerele naturale n care îndeplinesc condiția:

- a) $24802 < n < 24807$; b) $5156 < n \leq 5160$; c) $30511 \leq n < 30516$.

c)

13. a) Scrieți numerele naturale pare mai mari decât 7208 și mai mici decât 7215.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

b) Scrieți numerele naturale impare cuprinse între numerele 13602 și 13611.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Exerciții și probleme de dificultate medie

14. Scrieți, folosind cel puțin o dată și de cel mult două ori cifrele 0, 1, 6 și 8, cel mai mic și cel mai mare număr de:

a) cinci cifre;

b) șase cifre.

15. Determinați cel mai mic număr natural de cinci cifre care are produsul cifrelor egal cu 21.

16. Determinați cel mai mare număr natural par de cinci cifre care are produsul cifrelor egal cu 24.

17. Determinați cel mai mare număr natural impar de șase cifre diferite care are suma cifrelor egală cu 18.

18. Determinați cel mai mic număr natural par de șase cifre diferite care are suma cifrelor egală cu 17.

19. Câte numere naturale de două cifre sunt mai mari decât răsturnatele lor?

20. Comparați numerele:

a) $\overline{72a49}$ și $\overline{724a9}$;

b) $\overline{8a752}$ și $\overline{87a52}$;

c) $\overline{54a61}$ și $\overline{5a461}$.

21. Determinați cifrele a și b , pentru care:

a) $\overline{53aa} > \overline{538b}$;

b) $\overline{6aa7} < \overline{65b7}$;

c) $\overline{8aa1} < \overline{86b3}$.

22. Numărul natural $\overline{8ab58}$ are suma cifrelor egală cu 28. Determinați cifrele a și b , pentru care numărul $\overline{8ab58}$ este mai mare decât răsturnatul său.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Numerele naturale \overline{abc} și \overline{xyz} , cu $a \neq 0$ și $x \neq 0$, au sumele cifrelor egale. Comparați numerele \overline{abc} și \overline{xyz} , știind că cifrele a, b și c sunt numere naturale consecutive, iar cifrele x, y și z sunt numere naturale consecutive de aceeași paritate.

24. Numărul $N = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}}$ are cifrele diferite de 0 și numai una este scrisă de două ori. Notăm $S_1 = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ și $S_2 = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$.

a) Determinați cel mai mare număr N pentru care sumele S_1 și S_2 sunt egale și au valoarea minimă.

b) Determinați cel mai mic număr N pentru care sumele S_1 și S_2 sunt egale și au valoarea maximă.

25. Determinați cel mai mic și cel mai mare număr natural \overline{abcd} cu $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$ și $a \neq b \neq c \neq d \neq a$, pentru care $\overline{abcd} > \overline{bcda} + \overline{cdab} + \overline{dabc}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Comparați numerele naturale:
 a) 9856 și 10431; b) 27102 și 27093; c) 751125 și 751130.
- (3p) 2. Determinați cel mai mic număr natural impar și cel mai mare număr natural par de cinci cifre, care au produsul cifrelor egal cu 32.
- (3p) 3. Determinați numărul natural de forma $\overline{13x2y1}$, care are suma cifrelor egală cu 13 și este mai mare decât răsturnatul său.

Lecția 4. Aproximarea numerelor naturale. Rotunjiri



Citesc și rețin

Aproximarea prin lipsă la zeci, sute, mii ș.a.m.d., a unui număr natural este cel mai mare număr, mai mic sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci, sute, mii ș.a.m.d.

Aproximarea prin adaos la zeci, sute, mii ș.a.m.d., a unui număr natural este cel mai mic număr, mai mare sau egal cu numărul respectiv format numai din zeci, sute, mii ș.a.m.d.

Observație: Un număr natural este mai mare sau egal cu orice aproximație a sa prin lipsă și este mai mic decât orice aproximație a sa prin adaos.

Cifra de ordinul zecilor, sutelor sau miilor la care se face **rotunjirea** unui număr natural rămâne neschimbată dacă după ea urmează una dintre cifrele 0, 1, 2, 3 sau 4.

Cifra de ordinul zecilor, sutelor sau miilor la care se face **rotunjirea** unui număr natural se mărește cu o unitate dacă după ea urmează una dintre cifrele 5, 6, 7, 8 sau 9.

Observație: Rotunjirea unui număr natural la zeci, sute, mii ș.a.m.d., este cea mai apropiată dintre aproximările prin lipsă și prin adaos la zeci, sute, mii ș.a.m.d., ale numărului respectiv. Dacă cele două aproximări sunt la fel de apropiate de numărul respectiv, pentru rotunjire se ia în considerare aproximarea prin adaos.



Cum se aplică?

1. Aproximați prin lipsă și prin adaos numărul natural 8726:

- a) la zeci; b) la sute; c) la mii.

Soluție:

- a) 8720, respectiv 8730; b) 8700, respectiv 8800; c) 8000, respectiv 9000.

2. Rotunjiți numărul natural 174537:

- a) la zeci; b) la sute; c) la mii.

Soluție:

- a) 174540; b) 174500; c) 175000.

3. Determinați cel mai mic număr natural de forma $\overline{85a7}$ care are rotunjirea la sute egală cu 8600.

Soluție:

Deoarece cifra sutelor numărului 8600 este cu o unitate mai mare decât cifra sutelor numărului $\overline{85a7}$, rezultă că $a \geq 5$, prin urmare numărul cerut este 8557.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

- Aproximați numărul natural 6175 prin lipsă și apoi prin adaos:
 - la zeci
 - la sute
 - la mii
- Aproximați prin lipsă și apoi prin adaos la zeci următoarele numere naturale:
 - 324
 - 562
 - 719
 - 2483
 - 3561
 - 7294
- Aproximați prin lipsă și apoi prin adaos la sute numerele:
 - 5193
 - 4572
 - 8617
 - 33406
 - 89341
 - 62903
- Aproximați prin lipsă și apoi prin adaos la mii numerele:
 - 14272
 - 42980
 - 74061
 - 512346
 - 967468
 - 305822
- Completați următorul tabel:

Numărul	Aproximarea prin lipsă la			Aproximarea prin adaos la		
	zeci	sute	mii	zeci	sute	mii
3856						
24175						
764291						

6. În tabelul următor sunt înregistrate sumele de bani cheltuite de o persoană, în vacanța de iarnă la Poiana Brașov, în trei zile.

Ziua	Ziua 1	Ziua 2	Ziua 3
Suma (lei)	676	685	644

- Folosind informațiile din tabel, rotunjiți la zeci sumele de bani cheltuite în fiecare din cele trei zile.
 - Folosind informațiile din tabel, rotunjiți la sute sumele de bani cheltuite în fiecare din cele trei zile.
- Rotunjiți la zeci numerele:
 - 624
 - 738
 - 545
 - 803
 - 9124
 - 4356
 - 8472
 - 7049
 - Rotunjiți la sute numerele:
 - 1370
 - 5243
 - 7551
 - 42939
 - 83472
 - 96985

9. Rotunjiți la mii numerele:

- a) 15073; b) 42199; c) 63728;
 d) 723881; e) 570920; f) 861103

10. Completați tabelul următor:

Numărul	Rotunjirea la zeci	Rotunjirea la sute	Rotunjirea la mii
7605			
48293			
160749			

11. În tabelul următor este înregistrat numărul de kilometri parcurși de un autoturism într-o perioadă de trei ani.

Anul	2010	2011	2012
Numărul de km	28536	29264	28717

Folosind informațiile din tabel, rotunjiți la mii numărul de kilometri parcurși în fiecare an și comparați rezultatele

12. Rotunjiți la zeci de mii următoarele distanțe:

- a) 824303 m; b) 567200 m;
 c) 472555 m; d) 785019 m

13. Aproximați prin lipsă și apoi prin adaos la zeci de mii numerele naturale:

- a) 723458; b) 814500;
 c) 549162; d) 686305

14. Rotunjiți la sute de mii următoarele cantități:

- a) 8050048 kg; b) 5946013 kg;
 c) 2835519 kg; d) 7368800 kg

15. Aproximați prin lipsă și apoi prin adaos la sute de mii numerele naturale:

- a) 3825106; b) 5291006;
 c) 6455001; d) 9122278

Exerciții și probleme de dificultate medie

16. Determinați cifra a pentru care rotunjirea la sute a numărului $\overline{64a5}$ este egală cu 6400.

17. Determinați cifra x pentru care rotunjirea la mii a numărului $\overline{31x06}$ este egală cu 32000.

18. Determinați cel mai mare număr natural de forma $\overline{748x}$ care are rotunjirea la zeci egală cu 7480.

19. Determinați cel mai mic număr natural de forma $\overline{63a524}$ care are rotunjirea la zeci de mii egală cu 640000.

20. Încercuiți răspunsul corect.

a) Dacă numărul natural $\overline{12x456}$ se rotunjește la zeci de mii printr-un număr mai mic decât el, atunci:

A. $x \geq 5$;

B. $x \leq 4$.

b) Dacă numărul natural $\overline{7018a2}$ se rotunjește la sute printr-un număr mai mare decât el, atunci:

A. $a > 4$;

B. $a < 5$.

21. Determinați numerele naturale de forma $\overline{5aa9}$ care au rotunjirea la sute egală cu $\overline{5a00}$.

22. Determinați numerele naturale de forma $\overline{3ab}$ care au rotunjirea la zeci egală cu $\overline{3b0}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Determinați numerele naturale $\overline{1xyyx}$ care au rotunjirea la zeci de mii egală cu $\overline{1y0000}$.

24. Determinați cel mai mare număr natural \overline{abcd} , cu $a \neq 0$ și $d \neq 0$, care este mai mic decât răsturnatul său și are rotunjirea la sute egală cu rotunjirea la sute a răsturnatului său.

25. Rotunjiți la zeci suma numerelor naturale $\overline{7aba}$ și $\overline{7bab}$, știind că suma rotunjirilor lor la sute este egală cu 15000.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Aproximați numărul natural 7285 prin lipsă și prin adaos:

a) la zeci;

b) la sute;

c) la mii.

(3p) **2.** Completați tabelul următor.

Numărul	Rotunjirea la zeci	Rotunjirea la sute	Rotunjirea la mii
67549			

(3p) **3.** Determinați numerele naturale de forma $\overline{3abab}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, cu proprietatea că rotunjind aceste numere la zeci și la sute obținem același număr.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Scrieți următoarele numere naturale:
a) trei mii douăzeci; b) cincisprezece mii patru.
- (2p) 2. Se consideră numărul natural $n = 7046$. Aproximați la sute numărul n :
a) prin lipsă; b) prin adaos.
- (1p) 3. Scrieți numerele naturale pare de forma $\overline{470x}$ care au cifrele diferite.
- (1p) 4. Se consideră numărul natural $a = 752043$. Precizați clasa și ordinul cifrei 5.
- (1p) 5. Determinați numerele naturale $\overline{8aa}$ care au rotunjirea la zeci egală cu $\overline{8a0}$.
- (2p) 6. Se consideră numerele naturale $m = \overline{5a9b2}$ și $n = \overline{5bb93}$. Determinați cifrele a și b pentru care $m > n$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Scrieți răsturnatele următoarelor numere naturale:
a) 506; b) 1171.
- (2p) 2. Aproximați numărul natural $n = 40895$ prin:
a) lipsă la mii; b) adaos la sute.
- (1p) 3. Reprezentați pe axa numerelor numărul natural 3 alegând unitatea de măsură de 2 cm.
- (1p) 4. Se consideră numărul natural $n = 283075$. Precizați clasa și ordinul cifrei 0.
- (1p) 5. Determinați numerele naturale pare de forma $\overline{71a8b}$ cu proprietatea $b = 3a$.
- (2p) 6. Determinați cel mai mic și cel mai mare număr natural \overline{abc} cu $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ și $a \neq b \neq c \neq a$, care îndeplinește condiția $\overline{abc} > \overline{bca} + \overline{cab}$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Comparați numerele naturale:
a) 8713 și 8695; b) 23059 și 23101.
- (2p) 2. Rotunjiți numărul natural 6752 la:
a) zeci; b) sute.
- (1p) 3. Scrieți numerele naturale impare de forma $\overline{129x}$ care au cifrele diferite.
- (1p) 4. Determinați cel mai mare număr natural par de cinci cifre care are produsul cifrelor egal cu 28.
- (1p) 5. Punctele A și B sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O și au coordonatele 3, respectiv n . Știind că $OA = 24$ mm și $OB = 40$ mm, aflați n .
- (2p) 6. Determinați cifra a pentru care numărul $\overline{7a57}$ este mai mare decât răsturnatul său.

Lecția 5. Adunarea numerelor naturale. Proprietățile adunării



Citesc și rețin

Suma a două numere naturale a și b este un număr natural unic, notat $a + b$.

Numerele a și b se numesc **termenii** sumei.

Operația prin care se obține suma a două numere se numește **adunare**.

Adunarea numerelor naturale are următoarele proprietăți:

– este **comutativă**,

$$a + b = b + a, \text{ oricare ar fi numerele naturale } a \text{ și } b;$$

– este **asociativă**,

$$(a + b) + c = a + (b + c), \text{ oricare ar fi numerele naturale } a, b \text{ și } c;$$

– numărul 0 este **element neutru** la adunare,

$$a + 0 = 0 + a = a, \text{ oricare ar fi numărul natural } a.$$

Suma primelor n numere naturale se calculează cu formula (Suma lui Gauss):

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = n \cdot (n + 1) : 2.$$



Cum se aplică?

1. Efectuați adunările:

a) $345 + 573$;

b) $73205 + 8964$.

Soluție:

$$\begin{array}{r} \text{a) } 345 + 573 = 918; \quad 345 + \\ \quad \quad \quad \underline{573} \\ \quad \quad \quad 918 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 73205 + 8964 = 82169. \quad 73205 + \\ \quad \quad \quad \underline{8964} \\ \quad \quad \quad 82169 \end{array}$$

2. Calculați suma dintre cel mai mare număr natural impar de patru cifre diferite și răsturnatul său.

Soluție:

Cel mai mare număr natural impar de patru cifre diferite este 9875, prin urmare trebuie să calculăm suma $9875 + 5789 = 15664$.

3. Rotunjiți la zeci de mii numărul natural care este mai mare cu 27489 decât suma numerelor 9035 și 8776.

Soluție:

Numărul natural mai mare cu 27489 decât suma numerelor 9035 și 8776 este $9035 + 8776 + 27489 = 45300$. Rotunjind la zeci de mii numărul 45300 obținem 50000.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $41 + 23 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

b) $51 + 36 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

c) $24 + 66 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

d) $37 + 53 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

e) $18 + 54 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

f) $76 + 15 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

g) $59 + 32 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

h) $34 + 59 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

2. Mihai avea vârsta de 29 ani când s-a născut fiul său. Aflați vârsta pe care o va avea Mihai când fiul său va deveni major.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Calculați suma numerelor:

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a) 512 și 74; | b) 446 și 85; | c) 347 și 69; | d) 67 și 805; |
| e) 288 și 752; | f) 193 și 947; | g) 258 și 807; | h) 309 și 698. |

d)																						
h)																						

4. Un autocar a parcurs într-o zi distanța de 328 km, iar în ziua următoare a parcurs distanța de 287 km. Calculați distanța parcursă de autocar în cele două zile.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5. Efectuați mental următoarele adunări:

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $8345 + 100;$ | b) $100 + 6103;$ | c) $100 + 6380;$ | d) $5991 + 100;$ |
| e) $12703 + 1000;$ | f) $1000 + 49215;$ | g) $31802 + 1000;$ | h) $1000 + 67914.$ |

6. Calculați suma de bani necesară lui Radu pentru a cumpăra o bicicletă care costă 1567 lei și o rachetă de tenis care costă 100 lei.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7. Efectuați:

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| a) $2164 + 258;$ | b) $3406 + 199;$ | c) $205 + 5089;$ | d) $627 + 3907;$ |
| e) $6207 + 5920;$ | f) $4681 + 5299;$ | g) $1234 + 8208;$ | h) $29 + 507265.$ |

d)																						
g)																						

8. La un recensământ al populației s-a constatat că într-o localitate trăiesc 5029 de adulți și 1175 de copii. Câți locuitori are localitatea respectivă?

9. Aflați numărul mai mare cu 2916 decât:

- | | |
|-----------|-----------|
| a) 11075; | b) 21086. |
|-----------|-----------|

b)																						

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Calculați suma numerelor naturale mai mari decât 10 și mai mici decât 1000 care au cifra unităților egală cu 7.

24. Determinați numărul natural \overline{abcd} , $a \neq 0$, $b \neq 0$ și $d \neq 0$, care îndeplinește condiția: $\overline{abcd} + \overline{bcd} = \overline{dcba}$.

25. Reconstituiți adunarea DOI + TREI = CINCI, știind că la litere diferite corespund cifre diferite, D, E, O și R reprezentând cifre consecutive în această ordine.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Completați tabelul următor:

m	324	185	934
n	575	976	100
$m + n$			

(3p) **2.** Calculați numărul mai mare cu 1487 decât n în următoarele cazuri:

a) $n = 5092$;

b) $n = 35719$.

(3p) **3.** Suma dintre succesorul și predecesorul numărului natural a este egală cu 9076. Rotunjiți la mii suma dintre numărul natural a și răsurnatul său.



Lecția 6. Scăderea numerelor naturale



Citesc și rețin

Diferența a două numere naturale a și b , $a \geq b$, este un număr natural unic, notat $a - b$.

Numerele a și b se numesc **termenii scăderii**; a se numește **descăzut**, iar numărul b se numește **scăzător**.

Operația prin care se obține diferența a două numere se numește **scădere**.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $665 - 382$;

b) $54183 - 5702$.

Soluție:

a) $665 - 382 = 283$;

$$\begin{array}{r} 665 \\ - 382 \\ \hline 283 \end{array}$$

b) $54183 - 5702 = 48481$.

$$\begin{array}{r} 54183 \\ - 5702 \\ \hline 48481 \end{array}$$

2. Suma a două numere naturale a și b este egală cu 20013. Aflați numărul natural a , știind că $b = 5209$.

Soluție:

$a + b = 20013$, dar $b = 5209$, prin urmare, înlocuind, obținem $a + 5209 = 20013$, de unde rezultă că $a = 20013 - 5209$ și obținem $a = 14804$.

3. Diferența a două numere naturale este egală cu 51883. Aflați scăzătorul, știind că descăzutul este egal cu 210035.

Soluție:

Notăm scăzătorul cu s , prin urmare are loc egalitatea $210035 - s = 51883$, de unde rezultă că $s = 210035 - 51883$ și efectuând scăderea obținem $s = 158152$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $56 - 34 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ b) $75 - 44 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ c) $89 - 57 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ d) $98 - 27 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$
 e) $51 - 25 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ f) $67 - 49 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ g) $81 - 53 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$ h) $92 - 57 = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

2. Un camion face o cursă de 95 km și a parcurs deja 57 km. Calculați câți kilometri mai are de parcurs camionul până la destinație.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Calculați diferența numerelor:

a) 154 și 77; b) 214 și 85; c) 432 și 74; d) 305 și 61;
 e) 405 și 376; f) 820 și 439; g) 906 și 557; h) 724 și 295.

c)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

g)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Un frigider costă 905 lei. Calculați prețul frigiderului după o ieftinire cu 49 lei.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5. Completați tabelul următor efectuând mental scăderile:

m	2348	8506	4617	7029	8103	10106
n	10	10	100	100	1000	1000
$m - n$						

6. Radu are 1000 lei și vrea să cumpere un televizor care costă 2150 lei. Calculați suma de bani necesară lui Radu pentru a cumpăra televizorul.

7. Efectuați:

a) $2543 - 356$; b) $3058 - 774$; c) $4506 - 319$; d) $1265 - 407$;
 e) $6252 - 764$; f) $7205 - 836$; g) $9001 - 566$; h) $8032 - 629$.

d)																			
g)																			

8. Într-o școală sunt 1541 fete, iar băieții sunt cu 183 mai puțini. Calculați numărul elevilor din școala respectivă.

9. Aflați numărul mai mic cu 875 decât:

a) 54203;

b) 65483.

b)																			

10. În anul 2014 o fermă agricolă a recoltat 65027 t de grâu, iar în anul următor producția de grâu a scăzut cu 388 t. Ce cantitate de grâu a recoltat ferma în anul 2015?

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. În anul 2020 o persoană avea vârsta de 25 ani. Aflați anul în care persoana respectivă va împlini vârsta de 61 ani.

12. În anul 2030 o persoană va împlini vârsta de 67 ani. Aflați anul în care s-a născut persoana respectivă.

13. Efectuați:

a) $123056 - 12099$;

b) $358204 - 29308$;

c) $672005 - 234527 - 42008$;

d) $920006 - 421555 - 90709$.

14. Un tren accelerat face legătura între orașele Pitești și București, oprind în stațiile Găești și Titu. Completați tabelul următor:

Stația	Pitești	Găești	Titu	București
Numărul de persoane care au urcat	341	35	58	0
Numărul de persoane care au coborât	0	79	62	

15. Aflați numărul mai mic cu 259 decât diferența numerelor 7206 și 5678.

16. i) Aflați cu cât este mai mare numărul:

a) 1907 decât 368;

b) 2841 decât 695.

- ii) Aflați cu cât este mai mic numărul:
 a) 759 decât 11078; b) 804 decât 31061.
17. Suma a două numere naturale x și y este egală cu 10000. Aflați numărul natural:
 a) x , știind că $y = 5306$; b) y , știind că $x = 4149$.
18. Diferența a două numere naturale este egală cu 3705. Calculați descăzutul, știind că scăzătorul este egal cu:
 a) 419; b) 526; c) 2509; d) 1798.
19. Diferența a două numere naturale este egală cu 5051. Aflați scăzătorul, știind că descăzutul este egal cu:
 a) 9454; b) 88037; c) 63521; d) 110151.
20. Rotunjiți la sute diferența dintre cel mai mic număr natural de șase cifre diferite și cel mai mare număr natural impar de patru cifre diferite.
21. Determinați cifrele a și b pentru care:
 a) $\overline{5aa4} - \overline{128b} = \overline{43b7}$; b) $\overline{61ab} - \overline{438a} = \overline{1a89}$.
22. Rotunjiți la zeci diferența numerelor naturale m și n în următoarele cazuri:
 a) $m = 1 + 2 + 3 + \dots + 179$ și $n = 83 + 84 + 85 + \dots + 183$;
 b) $m = 95 + 96 + 97 + \dots + 304$ și $n = 1 + 2 + 3 + \dots + 155$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Calculați diferența dintre suma numerelor naturale impare de trei cifre și suma numerelor naturale pare de două cifre.
24. Reconstituiți scăderea DOI – UNU = UNU, știind că la litere diferite corespund cifre diferite dintre care numai una este impară.
25. Determinați numărul natural \overline{abcd} , $a \neq 0$, pentru care $\overline{abcd} - \overline{abc} - \overline{ab} - a = 2020$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Completați tabelul următor:

m	586	728	1100
n	354	473	784
$m - n$			

- (3p) 2. Calculați diferența dintre numărul natural n și răsturnatul său, în următoarele cazuri:
 a) $n = 5863$; b) $n = 70194$.
- (3p) 3. Dacă x este cel mai mare număr de cinci cifre impare și distincte, iar y este cel mai mic număr de cinci cifre pare și distincte, rotunjiți la sute diferența $x - y$.

Lecția 7. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii



Citesc și rețin

Produsul a două numere naturale a și b este un număr natural unic, notat $a \cdot b$.
Numerele a și b se numesc **factorii** produsului.

Operația prin care se obține produsul a două numere se numește **înmulțire**.

Înmulțirea numerelor naturale are următoarele proprietăți:

– este **comutativă**,

$$a \cdot b = b \cdot a, \text{ oricare ar fi numerele naturale } a \text{ și } b;$$

– este **asociativă**,

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c), \text{ oricare ar fi numerele naturale } a, b \text{ și } c;$$

– numărul 1 este **element neutru** la înmulțire,

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a, \text{ oricare ar fi numărul natural } a;$$

– este **distributivă** față de adunare și scădere,

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \text{ respectiv } a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c, \text{ oricare ar fi numerele naturale } a, b \text{ și } c, \text{ cu } b \geq c.$$



Cum se aplică?

1. Efectuați înmulțirile:

a) $79 \cdot 100$;

b) $659 \cdot 8$;

c) $327 \cdot 45$.

Soluție:

a) $79 \cdot 100 = 7900$;

b) $659 \cdot 8 = 5272$;

$$\begin{array}{r} 659 \cdot \\ \underline{8} \\ 5272 \end{array}$$

c) $327 \cdot 45 = 14715$.

$$\begin{array}{r} 327 \cdot \\ 45 \\ \hline 1635 \\ 1308 \\ \hline 14715 \end{array}$$

2. Determinați numărul care este de 10 ori mai mare decât produsul numerelor 47 și 36.

Soluție:

Calculăm produsul numerelor 47 și 36; $47 \cdot 36 = 1692$, deci numărul cerut este $10 \cdot 1692 = 16920$.

3. Calculați, folosind distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere:

a) $10 \cdot (57 + 108)$;

b) $28 \cdot (165 - 39)$.

Soluție:

a) $10 \cdot (57 + 108) = 10 \cdot 57 + 10 \cdot 108 = 570 + 1080 = 1650$;

b) $28 \cdot (165 - 39) = 28 \cdot 165 - 28 \cdot 39 = 4620 - 1092 = 3528$.

21. Măriți de zece ori numărul natural n în următoarele cazuri:
 a) $n = 1 + 2 + 3 + \dots + 201$; b) $n = 1 + 2 + 3 + \dots + 317$.
22. Rotunjiți la zeci de mii produsul $100n$ în următoarele cazuri:
 a) $n = 71 + 72 + 73 + \dots + 123$; b) $n = 87 + 88 + 89 + \dots + 157$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Știind că produsul $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ are ultimele zece cifre zerouri, calculați valoarea maximă a sumei $s = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.
24. Determinați numărul natural \overline{ab} , cu $a \neq 0$ și $b \neq 0$, care îndeplinește condiția $4 \cdot \overline{ababab} = 7 \cdot \overline{bababa}$.
25. Determinați numărul natural \overline{ab} , cu $a \neq 0$ și $b \neq 0$, care îndeplinește condiția $\overline{ab} = a(b - 4) + b(a + 4)$.



Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Completați tabelul următor:

m	72	100	78
n	10	309	9
$m \cdot n$			

- (3p) 2. Calculați produsul dintre numărul natural n și predecesorul său în următoarele cazuri:
 a) $n = 45$; b) $n = 206$.
- (3p) 3. Aflați rezultatul calculului $604 \cdot (325 - 74)$, aplicând distributivitatea înmulțirii față de scădere și apoi rotunjiți rezultatul la sute de mii.

Lecția 8. Factor comun



Citesc și rețin

Numărul a din suma $a \cdot b + a \cdot c$, respectiv diferența $a \cdot b - a \cdot c$, ce apare ca factor la fiecare termen îl vom numi **factor comun**.

Scriind proprietatea de distributivitate a înmulțirii față de adunare și de scădere sub forma: $a \cdot b + a \cdot c = a(b + c)$, respectiv $a \cdot b - a \cdot c = a(b - c)$, spunem că am scos numărul a factor comun.

Procedeul prin care a fost pus în evidență factorul comun a se numește **scoaterea factorului comun**:

$$a \cdot b + a \cdot c = a(b + c), \text{ respectiv } a \cdot b - a \cdot c = a(b - c).$$

Observații:

1. În unele situații, pentru scoaterea factorului comun se înlocuiește termenul a al sumei sau diferenței cu produsul $a \cdot 1$:

$$a \cdot b + a = a \cdot b + a \cdot 1 = a(b + 1), \text{ respectiv } a \cdot b - a = a \cdot b - a \cdot 1 = a(b - 1).$$

2. Scoaterea factorului comun se poate face și în cazul unei sume sau diferențe de mai multe produse:

$$a \cdot b - a \cdot c + a \cdot d = a(b - c + d).$$

**Cum se aplică?**

1. Calculați, folosind scoaterea unui factor comun.

a) $73 \cdot 42 + 73 \cdot 58$;

b) $564 \cdot 701 - 564$.

Soluție:

a) $73 \cdot 42 + 73 \cdot 58 = 73 \cdot (42 + 58) = 73 \cdot 100 = 7300$;

b) $564 \cdot 701 - 564 = 564 \cdot (701 - 1) = 564 \cdot 700 = 394800$.

2. Calculați, folosind scoaterea unui factor comun:

a) $27 \cdot 52 + 56 \cdot 27 - 27 \cdot 8$;

b) $83 \cdot 707 + 83 - 408 \cdot 83$.

Soluție:

a) $27 \cdot 52 + 56 \cdot 27 - 27 \cdot 8 = 27 \cdot (52 + 56 - 8) = 27 \cdot 100 = 2700$;

b) $83 \cdot 707 + 83 - 408 \cdot 83 = 83 \cdot (707 + 1 - 408) = 83 \cdot 300 = 24900$.

3. Știind că $a = 75$ și $b + c = 907$, calculați $a \cdot b + a \cdot c$.

Soluție:

Aplicăm scoaterea factorului comun: $a \cdot b + a \cdot c = a(b + c) = 75 \cdot 907 = 68025$.

**Știu să rezolv****Exerciții și probleme de dificultate minimă**

1. Completați spațiile punctate cu factorul comun din următoarele sume și diferențe:

a) $23 \cdot 544 + 23 \cdot 65 \dots$; b) $49 \cdot 387 + 75 \cdot 49 \dots$; c) $405 \cdot 68 - 32 \cdot 405 \dots$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $33 \cdot 29 + 33 \cdot 74 = 33(29 + 74)$; b) $58 \cdot 92 - 25 \cdot 58 = 58(92 - 25)$;

c) $61 \cdot 123 + 123 \cdot 35 = 123(61 + 35)$; d) $89 \cdot 508 - 508 \cdot 45 = 508(89 - 45)$.

3. Calculați, folosind scoaterea unui factor comun:

a) $8 \cdot 15 + 8 \cdot 19$;

b) $5 \cdot 54 - 5 \cdot 17$;

c) $4 \cdot 52 + 4 \cdot 21$;

d) $7 \cdot 45 + 7 \cdot 34$;

e) $8 \cdot 62 - 8 \cdot 45$;

f) $6 \cdot 75 - 6 \cdot 28$.

c)																			
f)																			

4. O librărie a vândut 124 de pixuri la prețul de 2 lei bucata și 124 de pixuri la prețul de 3 lei bucata. Calculați cât mai simplu suma încasată de librărie din vânzarea pixurilor.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

12. Știind că $x = 23$ și $y + z = 41$, calculați:

- a) $3x + 2y + 2z$; b) $5x + 3y + 3z$; c) $8x + 5y + 5z$;
d) $4y + 4z - 5x$; e) $7z + 7y - 9x$; f) $9y + 9z - 7x$.

13. Știind că $x = 10$ și $y - z = 29$, calculați:

- a) $xy - xz$; b) $2xy - 2xz$; c) $5xy - 5xz$;
d) $3xy - 3xz$; e) $7xy - 7xz$; f) $10xy - 10xz$.

14. Calculați suma $n + p$, știind că:

- a) $mn + mp = 147$ și $m = 7$; b) $mn + mp = 265$ și $m = 5$;
c) $mn + mp = 224$ și $m = 8$; d) $mn + mp = 405$ și $m = 9$.

15. Scoateți factor comun:

- a) $4x + 4y + 4z$; b) $3x + 3y - 9z$; c) $8x - 4y - 4z$;
d) $5x - 10y + 25z$; e) $7x + 21y - 56z$; f) $36x - 9y + 63z$.

16. Calculați folosind scoaterea unui factor comun:

- a) $235 \cdot 675 + 793 \cdot 675 + 325 \cdot 1028$; b) $309 \cdot 576 + 576 \cdot 894 + 424 \cdot 1203$;
c) $729 \cdot 473 - 473 \cdot 275 + 454 \cdot 1027$; d) $506 \cdot 825 + 918 \cdot 506 - 1743 \cdot 306$.

17. Determinați numerele naturale consecutive de aceeași paritate a , b și c , care îndeplinesc condiția $a + b + c = a \cdot b$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

18. Știind că $m + p = 103$ și $n + p = 301$, calculați:

- a) $2m + 4n + 6p$; b) $3m + 6n + 9p$.

19. Calculați:

- a) $xz + xt + yz + yt$, știind că $x + y = 75$ și $z + t = 68$;
b) $xy + xt + yz + zt$, știind că $x + z = 45$ și $y + t = 91$.

20. Calculați următoarele sume:

- a) $S_1 = 2 + 4 + 6 + \dots + 1000$; b) $S_2 = 3 + 6 + 9 + \dots + 2013$;
c) $S_3 = 5 + 10 + 15 + \dots + 500$; d) $S_4 = 7 + 14 + 21 + \dots + 700$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Calculați folosind scoaterea unui factor comun:

- a) $29 \cdot 55 + 29 \cdot 45$; b) $40 \cdot 87 - 38 \cdot 40$; c) $368 \cdot 999 + 368$.

(3p) 2. Calculați folosind scoaterea unui factor comun:

- a) $17 \cdot 213 + 17 \cdot 37 - 17 \cdot 50$; b) $146 \cdot 85 - 85 + 85 \cdot 355$.

(3p) 3. Determinați numărul natural m , știind că $n + p = 4$ și $m \cdot n + m \cdot p = 392$.

Lecția 9. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale



Citesc și rețin

Câtul a două numere naturale a și b , $b \neq 0$, notat $a : b$, dacă există, este acel unic număr natural c , pentru care $a = b \cdot c$. Numerele a și b se numesc **factorii împărțirii**; numărul a se numește **deîmpărțit**, iar b se numește **împărțitor**.

Operația prin care se obține numărul natural c se numește **împărțirea exactă** a lui a la b .

Observații:

1. Câtul a două numere naturale nu este totdeauna număr natural.
2. Pentru orice număr natural $b \neq 0$ avem: $0 : b = 0$.
3. Proba împărțirii $a : b = c$ se poate face printr-o altă împărțire ($a : c = b$) sau printr-o înmulțire ($a = b \cdot c$).



Cum se aplică?

1. Efectuați împărțirile:

a) $760 : 10$;

b) $8055 : 9$;

c) $82647 : 27$.

Soluție:

a) $760 : 10 = 76$;

b) $8055 : 9 = 895$;

c) $82647 : 27 = 3061$.

$$\begin{array}{r|l} 8055 & 9 \\ \hline 72 & 895 \\ \hline 85 & \\ \hline 81 & \\ \hline 45 & \\ \hline 45 & \\ \hline \equiv & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 82647 & 27 \\ \hline 81 & 3061 \\ \hline 164 & \\ \hline 162 & \\ \hline 27 & \\ \hline 27 & \\ \hline \equiv & \end{array}$$

2. Aflați de câte ori este mai mare câtul numerelor 147600 și 100 decât numărul natural 12.

Soluție:

Calculăm întâi câtul numerelor 147600 și 100; $147600 : 100 = 1476$; apoi efectuăm împărțirea $1476 : 12 = 123$.

3. Știind că $4008 : n = 167$, determinați numărul natural n , $n \neq 0$.

Soluție:

$4008 : n = 167$, de unde rezultă că $n = 4008 : 167$ și efectuând împărțirea obținem $n = 24$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $51 : 3 = \square \square$

b) $84 : 4 = \square \square$

c) $65 : 5 = \square \square$

d) $96 : 6 = \square \square$

e) $99 : 9 = \square \square$

f) $90 : 6 = \square \square$

g) $96 : 8 = \square \square$

h) $91 : 7 = \square \square$

2. Ștefan a plătit pentru 7 becuri de iluminat de același fel suma de 98 lei. Calculați prețul unui bec de iluminat.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Efectuați:

a) $489 : 3 = \square\square\square$ b) $492 : 6 = \square\square\square$ c) $612 : 4 = \square\square\square$ d) $742 : 7 = \square\square\square$
 e) $238 : 7 = \square\square\square$ f) $486 : 9 = \square\square\square$ g) $534 : 6 = \square\square\square$ h) $752 : 8 = \square\square\square$

4. De-a lungul unui trotuar cu lungimea de 810 m s-au amenajat parcări. Știind că o parcare are lungimea de 5 m, calculați numărul de parcări amenajate.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5. Aflați câtul numerelor și apoi efectuați proba împărțirilor:

a) 416 și 13; b) 770 și 14; c) 810 și 15; d) 768 și 12;
 e) 784 și 16; f) 986 și 17; g) 864 și 18; h) 945 și 21.

c)																							
h)																							

6. O librărie a vândut într-o lună 75 de exemplare din nuvela *Moara cu noroc*, scrisă de Ioan Slavici, încasând suma de 1350 lei. Calculați prețul unui exemplar.

7. Efectuați:

a) $450 : 10 = \square\square$ b) $510 : 10 = \square\square$ c) $720 : 10 = \square\square$
 d) $7060 : 10 = \square\square\square$ e) $8400 : 10 = \square\square\square$ f) $9000 : 10 = \square\square\square$

8. Un elev, citind câte 15 pagini pe zi, a terminat un roman în două săptămâni. Aflați câte pagini trebuia să citească elevul în fiecare zi, pentru a termina romanul în 10 zile.

9. Efectuați:

a) $5400 : 100 = \dots\dots\dots$; b) $6800 : 100 = \dots\dots\dots$; c) $9000 : 100 = \dots\dots\dots$;
 d) $69000 : 100 = \dots\dots\dots$; e) $20800 : 100 = \dots\dots\dots$; f) $60000 : 100 = \dots\dots\dots$.

10. Salariile pe o lună, pentru o echipă de muncitori, în valoare de 36500 lei au fost achitate în bancnote de 100 lei. Calculați numărul bancnotelor cu valoarea de 100 lei.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

11. Efectuați:

- a) $51000 : 1000 = \dots\dots\dots$; b) $47000 : 1000 = \dots\dots\dots$; c) $80000 : 1000 = \dots\dots\dots$;
d) $720000 : 1000 = \dots\dots\dots$; e) $900000 : 1000 = \dots\dots\dots$; f) $640000 : 1000 = \dots\dots\dots$

Exerciții și probleme de dificultate medie

12. Aflați de câte ori este mai mic numărul 45 decât:

- a) 1440; b) 2520; c) 3375.

13. Aflați de câte ori este mai mare numărul 20736 decât:

- a) 36; b) 48; c) 54.

14. Aflați numărul natural care împărțit la 15 dă câtul:

- a) 205; b) 350; c) 1508; d) 6419.

15. Calculați:

- a) $465 : 15 + 324 : 18$; b) $630 : 18 - 408 : 17$;
c) $2080 : 65 + 1344 : 24$; d) $2555 : 35 - 2408 : 86$.

16. Maria s-a născut în anul 1975 și a observat în anul 2017 că fiica ei, Ioana, are vârsta de trei ori mai mică. Aflați anul în care Ioana a devenit majoră.

17. Completați tabelul următor, în care sunt înregistrați spectatorii prezenți în tribună la finala unui turneu de tenis.

Numărul spectatorilor	Adulți	Copii
	2503	1608
Prețul unui bilet (lei)		50
Suma totală încasată (lei)	330700	

18. Aflați de câte ori este mai mare câtul numerelor 10080 și 24 decât numărul natural 14.

19. Aflați de câte ori este mai mic câtul numerelor 465 și 31 decât numărul natural 12045.

20. Aflați numărul natural x , când câtul numerelor 6480 și x este egal cu:

- a) 270; b) 180; c) 144.

21. Podeaua unei bucătării în formă de dreptunghi are lungimea de 6 m și lățimea de 4 m. Aflați câte plăci de gresie, în formă de pătrat cu latura de 40 cm, sunt necesare pentru acoperirea podelei.

22. Micșorați de 100 ori numărul natural n în următoarele cazuri:

- a) $n = 25 + 26 + 27 + \dots + 175$; b) $n = 25 + 26 + 27 + \dots + 224$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Numerele naturale a și b împărțite la 75 dau câturile c , respectiv d și resturile egale cu 0. Dacă $c + d = 391$, aflați câtul și restul împărțirii $(a + b) : 51$.

24. Aflați deîmpărțitul, împărțitorul și câtul unei împărțiri cu restul 0, știind că produsul acestora este egal cu 10000.

25. Determinați numărul natural \overline{ab} , $a \neq 0$, cu proprietatea $\overline{ab} : a = a + b + 1$ rest 0.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Completați tabelul următor:

m	560	3800	456
n	10	100	8
$m : n$			

(3p) 2. Aflați câturile următoarelor împărțiri:

a) $875 : 25$;

b) $7824 : 48$.

(3p) 3. La un magazin de telefonie mobilă, s-a încasat suma de 27675 lei din vânzarea a 123 de telefoane mobile de același fel. Calculați prețul unui astfel de telefon.

Lecția 10. Împărțirea cu rest a numerelor naturale. Teorema împărțirii cu rest



Citesc și rețin

Teorema împărțirii cu rest

Oricare ar fi două numere naturale a și b , $b \neq 0$, există numerele naturale q și r , unic determinate, astfel încât $a = b \cdot q + r$ și $r < b$.

Numărul natural a se numește **deîmpărțit**, b se numește **împărțitor**, q se numește **cât**, iar r se numește **rest**.

Operația prin care se obțin numerele naturale q și r se numește **împărțirea cu rest** a lui a la b .



Cum se aplică?

1. Efectuați următoarele împărțiri și faceți proba:

a) $574 : 9$;

b) $9806 : 27$.

Soluție:

a) $574 : 9$ dă câtul 63 și restul 7.

Proba: $9 \cdot 63 + 7 = 567 + 7 = 574$.

b) $9806 : 27$ dă câtul 363 și restul 5.

Proba: $27 \cdot 363 + 5 = 9801 + 5 = 9806$.

$$\begin{array}{r} 574 \overline{)9} \\ \underline{54} \\ 34 \\ \underline{27} \\ =7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9806 \overline{)27} \\ \underline{81} \\ 170 \\ \underline{162} \\ 86 \\ \underline{81} \\ =5 \end{array}$$

2. Rotunjiți la zeci suma numerelor naturale care împărțite la 3 dau câtul egal cu 205.

Soluție:

Deoarece împărțitorul este 3, din teorema împărțirii cu rest rezultă că restul $r = 0$ sau $r = 1$ sau $r = 2$, prin urmare obținem numerele: $3 \cdot 205 + 0 = 615$, $3 \cdot 205 + 1 = 616$ și $3 \cdot 205 + 2 = 617$. Calculăm suma: $615 + 616 + 617 = 1848$. Rotunjind la zeci numărul 1848 obținem 1850.

3. Aflați cel mai mare număr care împărțit la 37 dă câtul de 5 ori mai mic decât restul.

Soluție:

Dacă notăm cu a numărul necunoscut, iar cu q și r câtul, respectiv restul împărțirii lui a la 37, din teorema împărțirii cu rest rezultă că $a = 37 \cdot q + r$ și $r < 37$. Deoarece $q = r : 5$, rezultă că numărul a este cel mai mare dacă $r = 35$, deci $q = 7$; $a = 37 \cdot 7 + 35$ și obținem $a = 294$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Determinați câtul și restul împărțirilor:

- a) $61 : 4$;
- b) $73 : 5$;
- c) $80 : 6$;
- d) $95 : 7$;
- e) $76 : 3$;
- f) $99 : 8$;
- g) $97 : 9$;
- h) $88 : 7$.

d)																			
h)																			

2. Un fermier a cumpărat 47 puiței de nuc, pe care i-a plantat pe rânduri de câte 5 exemplare. Aflați câți puiței de nuc sunt plantați pe ultimul rând.

3. Determinați câtul și restul împărțirilor:

- a) $463 : 3$;
- b) $507 : 4$;
- c) $617 : 5$;
- d) $705 : 6$;
- e) $315 : 8$;
- f) $293 : 9$;
- g) $304 : 7$;
- h) $435 : 8$.

c)																			
h)																			

4. La o grădiniță, 104 creioane colorate au fost împărțite câte 7 copiilor de la grupa mare. Aflați câți copii sunt la grupa mare, știind că numărul creioanelor care au rămas are o singură cifră.

5. Completați următorul tabel, efectuând mental împărțirile:

Deîmpărțitul	87	68	73	94	309	581	681	845
Împărțitorul	10	10	10	10	10	10	10	10
Câtul								
Restul								

6. La o cofetărie, 106 prăjituri au fost așezate câte 10 pe un platou. Aflați numărul platourilor folosite și numărul prăjiturilor de pe ultimul platou.

7. Efectuați următoarele împărțiri și faceți proba:

- a) $565 : 22$; b) $604 : 23$; c) $795 : 24$; d) $812 : 25$;
 e) $885 : 27$; f) $942 : 26$; g) $987 : 35$; h) $917 : 36$.

c)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

h)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8. Ana și-a propus să citească un roman cu 355 de pagini de text, citind câte 23 de pagini în fiecare zi. Aflați în câte zile a citit Ana romanul și câte pagini a citit în ultima zi.

9. Efectuați următoarele împărțiri și faceți proba:

- a) $5841 : 46$; b) $8183 : 52$; c) $6827 : 61$; d) $5207 : 37$;
 e) $33146 : 54$; f) $24506 : 65$; g) $54204 : 83$; h) $68009 : 72$.

d)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

h)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

10. La o fabrică de dulciuri, 1000 de pachete cu biscuiți au fost depozitate câte 75 într-o cutie. Aflați câte cutii sunt necesare pentru această operație și câte pachete cu biscuiți mai încap în ultima cutie.

11. Completați spațiile punctate cu resturile posibile la împărțirea unui număr natural cu:

- a) 3 b) 5 c) 7

Exerciții și probleme de dificultate medie

12. În anul 2010, când nepotul său a devenit major, Ion a observat că dacă împarte vârsta lui la vârsta nepotului său obține câtul 4 și restul 1. Aflați anul în care s-a născut Ion.

13. Aflați numerele naturale care împărțite la 4 dau câtul 94.

14. Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 6 dau câtul egal cu restul.

15. Aflați numărul natural n , știind că efectuând împărțirea $8265 : n$ obținem:

- a) câtul 183 și restul 30; b) câtul 223 și restul 14.

16. Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 21 dă câtul de două ori mai mare decât restul.

- 17.** Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 143 dă câtul de 4 ori mai mic decât restul.
- 18.** Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 37 dau câtul de 8 ori mai mic decât restul.
- 19.** Aflați numerele naturale nenule care împărțite la 65 dau restul de 7 ori mai mare decât câtul.
- 20.** Numărul natural n dă restul 61 la împărțirea cu 72. Aflați restul împărțirii:
 a) $n : 8$; b) $n : 12$; c) $n : 18$; d) $n : 24$.
- 21.** Determinați numărul natural n , $n \neq 0$, știind că suma resturilor posibile la împărțirea cu n este egală cu:
 a) $2n$; b) $3n$; c) $7n$; d) $11n$.
- 22.** Mai multe numere naturale consecutive se împart la 13, suma resturilor obținute fiind egală cu 85. Se adună cel mai mic cu cel mai mare dintre aceste numere, iar suma lor se împarte la 13. Ce rest se obține?

Exerciții și probleme de dificultate avansată

- 23.** Suma mai multor numere naturale consecutive se împarte la 7 cu restul 0, iar produsul resturilor obținute prin împărțirea acestora la 7 este egal cu 120. Determinați cele mai mari numere de două cifre cu această proprietate.
- 24.** Determinați numerele naturale \overline{abc} , $a \neq 0$, cu proprietatea $\overline{abc} : \overline{ac} = \overline{ab}$ rest c .
- 25.** Într-o livadă sunt meri, peri și nuci. Dintre aceștia, numărul merilor este cel mai mare, iar numărul nucilor este cel mai mic. Știind că, dacă împărțim numărul nucilor, numărul perilor și numărul merilor la 11, obținem de fiecare dată câtul de trei ori mai mic decât restul, aflați câți pomi sunt în livadă.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 10/2016)



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Completați tabelul următor:

Deîmpărțitul	97	308	179
Împărțitorul	10	100	7
Câtul			
Restul			

- (3p) **2.** Efectuați următoarele împărțiri și faceți proba:
 a) $9641 : 32$; b) $15411 : 17$.
- (3p) **3.** Într-o școală, dacă împărțim numărul băieților și numărul fetelor din clasa a V-a la 13, obținem resturi diferite și de fiecare dată câtul este de 5 ori mai mic decât restul. Aflați numărul elevilor de clasa a V-a din acea școală.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Se consideră numerele naturale $x = 405$ și $y = 116$. Calculați:
a) suma numerelor x și y ; b) diferența numerelor x și y .
- (2p) 2. Calculați:
a) $31 \cdot 1000$; b) $12 \cdot 45$.
- (1p) 3. Peste 15 ani, o persoană va avea vârsta de 53 de ani. Aflați anul în care s-a născut persoana respectivă.
- (1p) 4. Determinați câtul și restul împărțirii $7629 : 28$ și apoi faceți proba.
- (1p) 5. Rotunjiți la sute de mii numărul natural $n = 985 \cdot 218 + 376 \cdot 985 - 594 \cdot 385$.
- (2p) 6. Determinați numerele naturale nenule care împărțite la 25 dau câtul de 9 ori mai mic decât restul.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Se consideră numerele naturale $a = 275$ și $b = 167$. Calculați:
a) suma numerelor a și b ; b) diferența numerelor a și b .
- (2p) 2. Se consideră numărul natural $n = 400$. Aflați numărul care este mai mic decât n de:
a) 10 ori; b) 16 ori.
- (1p) 3. Un elev are în prezent vârsta de 12 ani. Aflați anul în care elevul va avea vârsta de trei ori mai mare.
- (1p) 4. Determinați numărul natural $n = 1526 \cdot 87 - 1526 + 14 \cdot 1526$.
- (1p) 5. Suma a trei numere naturale consecutive este egală cu 2013. Aflați cele trei numere.
- (2p) 6. Rotunjiți la sute suma numerelor naturale de două cifre care împărțite la 12 dau câtul egal cu restul.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Se consideră numerele naturale $x = 302$ și $y = 208$. Calculați:
a) suma numerelor x și y ; b) diferența numerelor x și y .
- (2p) 2. Se consideră numărul natural $n = 52$. Aflați numărul care este mai mare decât n de:
a) 100 de ori; b) 25 de ori.
- (1p) 3. Diferența a două numere naturale este egală cu 3058. Aflați scăzătorul dacă descăzutul este egal cu 11035.
- (1p) 4. Determinați numărul natural x pentru care câtul numerelor 4920 și x este egal cu 24.
- (1p) 5. Determinați numărul natural m , știind că $3n - p = 4$ și $9mn - 3mp = 648$.
- (2p) 6. Mai multe numere naturale consecutive de trei cifre se împart la 7, produsul resturilor obținute fiind egal cu 120. Aflați numerele cu această proprietate care au suma minimă.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a V-a

Capitolul: Numere naturale

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

(7p) 1. Diferența numerelor 1002 și 567 este egală cu 435.

A F

(7p) 2. Produsul numerelor 480 și 100 este egal cu 48000.

A F

(7p) 3. Restul împărțirii $7028 : 10$ este egal cu 8.

A F

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) 1. Câmul împărțirii $7902 : 18$ este egal cu

(7p) 2. Suma resturilor posibile la împărțirea unui număr natural cu 7 este egală cu

(7p) 3. Produsul numerelor 36 și 25 este egal cu

III. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) 1. Dacă $4xx + 32x = x16$, atunci cifra x este egală cu:

A. 5; B. 7; C. 8; D. 4.

(8p) 2. Rotunjind la sute diferența dintre cel mai mare număr impar de patru cifre diferite și cel mai mic număr par de patru cifre diferite obținem:

A. 7200; B. 8900; C. 6700; D. 9200.

(8p) 3. Rezultatul calculului $357 \cdot 293 + 735 \cdot 357 - 27 \cdot 357 - 357$ este egal cu:

A. 820357; B. 500257; C. 402500; D. 357000.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

IV. (8p) Suma mai multor numere impare și consecutive de câte două cifre este egală cu 225. Determinați aceste numere.

V. Mai multe numere naturale consecutive se împart la 11, suma resturilor obținute fiind egală cu 49.

(8p) a) Aflați câte numere naturale se împart la 11.

(8p) b) Determinați cele mai mari numere de câte două cifre cu această proprietate.

3. Scrieți următoarele produse sub formă de puteri:

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \dots$; b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \dots$; c) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = \dots$

4. Calculați:

a) $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$; b) $3^0, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4$; c) $4^0, 4^1, 4^2, 4^3, 4^4$; d) $5^0, 5^1, 5^2, 5^3, 5^4$.

c)																				
----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5. Calculați:

a) $1^{1000} = \dots$; b) $1^{2007} = \dots$; c) $1^{2009} = \dots$; d) $1^{2093} = \dots$

6. Efectuați mai întâi ridicările la putere și apoi înmulțirile:

a) $6^2 \cdot 10$; b) $7^2 \cdot 10$; c) $4^2 \cdot 10$; d) $5^2 \cdot 10$;
 e) $10^2 \cdot 3^3$; f) $10^2 \cdot 4^3$; g) $10^2 \cdot 3^4$; h) $10^2 \cdot 2^5$.

g)																				
----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7. Efectuați mai întâi ridicările la putere și apoi împărțirile:

a) $36 : 3^2 = \dots$; b) $40 : 2^3 = \dots$; c) $54 : 3^2 = \dots$;
 d) $48 : 4^2 = \dots$; e) $72 : 6^2 = \dots$; f) $96 : 2^5 = \dots$

8. Scrieți sub formă de puteri următoarele numere naturale:

a) $25 = \dots$; b) $36 = \dots$; c) $49 = \dots$; d) $27 = \dots$;
 e) $32 = \dots$; f) $16 = \dots$; g) $81 = \dots$; h) $64 = \dots$

9. Completați tabelul următor, unde n este număr natural:

n	0	1	2	3	4	5
10^n						

10. Calculați:

a) $10^2 - 10^0$; b) $10^3 + 10^0$; c) $10^4 - 10^1$; d) $10^5 + 10^1$;
 e) $10^3 - 10^2$; f) $10^4 + 10^3$; g) $10^5 - 10^2$; h) $10^5 + 10^3$.

h)																				
----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Calculați:

a) $2^4 - 2^3$; b) $3^4 - 3^2$; c) $2^6 - 2^0$; d) $5^3 - 5^0$;
 e) $4^3 - 4^2$; f) $5^3 - 5^2$; g) $3^5 - 3^3$; h) $2^7 - 2^5$.

12. Calculați:

a) $2^4 - 3^2$; b) $2^3 + 5^2$; c) $6^2 - 2^5$; d) $2^6 - 7^2$;
 e) $7^3 - 3^4$; f) $2^7 - 5^3$; g) $2^8 - 7^2$; h) $3^5 - 5^3$.

13. Calculați:

a) $4^3 - 3^3 + 2^2$; b) $2^6 - 7^2 - 3^2$; c) $3^4 - 5^2 - 6^2$;
 d) $6^3 - 5^3 - 2^4$; e) $2^7 - 3^4 - 6^2$; f) $3^4 + 2^5 - 7^2$.

14. Calculați:

a) $10^2 - 7^2 + 5^4$;

b) $2^8 + 11^2 - 3^5$;

c) $12^2 + 4^3 - 5^3$;

d) $4^4 - 13^2 + 6^2$;

e) $15^2 - 6^3 + 3^3$;

f) $5^4 - 3^4 - 16^2$.

15. Arătați că:

a) $5^2 + 12^2 = 13^2$;

b) $9^2 + 12^2 = 15^2$;

c) $7^2 + 24^2 = 25^2$;

d) $12^2 + 16^2 = 20^2$;

e) $15^2 + 20^2 = 25^2$;

f) $10^2 + 24^2 = 26^2$.

16. Determinați ultima cifră a următoarelor numere naturale:

a) 5^{102} ;

b) 5^{107} ;

c) 6^{105} ;

d) 6^{108} .

17. Determinați ultima cifră a următoarelor numere naturale:

a) 4^{53} ;

b) 9^{72} ;

c) 2^{61} ;

d) 3^{42} ;

e) 2^{83} ;

f) 3^{56} ;

g) 3^{73} ;

h) 2^{80} .

Exerciții și probleme de dificultate avansată

18. Determinați numerele naturale \overline{abc} , $a \neq 0$, care îndeplinesc condiția $a + b^2 = c^3$.

19. Determinați numerele naturale \overline{xyzt} care îndeplinesc condițiile $x > y > z > t$ și $x^2 = y^3 + z^3 + t^3$.

20. Determinați numerele naturale \overline{abcde} , cu $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, $d \neq 0$, $e \neq 0$, pentru care $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d = 10^e$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Completați tabelul următor:

a	a^3	a^4	a^5
3			

(3p) 2. Calculați:

a) $10^2 - 4^3$;

b) $6^3 + 12^2$;

c) $5^4 - 2^7$.

(3p) 3. Determinați ultima cifră a numărului natural 7^{38} .

Lecția 12. Pătrate perfecte



Citesc și rețin

Definiție: Un număr natural p se numește pătrat perfect dacă există un număr natural a , astfel încât $p = a^2$.

Observații:

1. Ultima cifră a unui număr natural pătrat perfect poate fi 0, 1, 4, 5, 6 sau 9.
2. Un număr natural situat între două pătrate perfecte consecutive nu este pătrat perfect.



Cum se aplică?

1. Câte numere naturale pătrate perfecte sunt mai mici decât 101?

Soluție:

Numerele naturale pătrate perfecte mai mici decât 101 sunt: $0^2 = 0$, $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, ..., $10^2 = 100$, prin urmare sunt 11 numere naturale pătrate perfecte mai mici decât 101.

2. Arătați că suma primelor zece numere naturale impare și consecutive este un număr natural pătrat perfect.

Soluție:

Efectuăm suma primelor zece numere naturale impare și consecutive: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100 = 10^2$.

3. Arătați că numerele naturale de forma $6^n + 2$, unde n este număr natural, nu sunt pătrate perfecte.

Soluție:

Dacă $n = 0$, atunci $6^n + 2 = 6^0 + 2 = 1 + 2 = 3$, iar 3 nu este pătrat perfect. Dacă $n \geq 1$, atunci $u(6^n) = 6$, deci $u(6^n + 2) = 8$, de unde rezultă că $6^n + 2$ nu este pătrat perfect, prin urmare numărul $6^n + 2$ nu este pătrat perfect pentru orice număr natural n .



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Numărul natural pătrat perfect este:

A. 61^5 ; B. 61^3 ; C. 61^2 ; D. 61^1 .

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) Numărul natural 0 este pătrat perfect.

b) Numărul natural 1 este pătrat perfect.

3. Completați tabelul următor și rețineți pătratele perfecte obținute.

n	2	3	4	5	6	7	8	9
n^2								

- 11.** Determinați numerele naturale pătrate perfecte de trei cifre care încep cu cifra:
a) 4; b) 9.
- 12.** Câte numere naturale pătrate perfecte sunt mai mici decât 10000?
- 13.** Arătați că numărul natural n este pătrat perfect în următoarele cazuri:
a) $n = 1999 + 1999^2 + 2000$; b) $n = 2003 + 2003^2 + 2004$.
c) $n = 2001^2 - 2001 - 2000$; d) $n = 1021^2 - 1021 - 1020$.
- 14.** Pentru n număr natural, arătați că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:
a) $6^n + 1$; b) $5^n + 2$; c) $6^n + 7$; d) $5^n + 7$.
- 15.** Arătați că produsul a două numere naturale consecutive nu este pătrat perfect.
- 16.** Dacă n este număr natural, arătați că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:
a) $5n - 2, n \geq 1$; b) $5n - 3, n \geq 1$; c) $5n - 7, n \geq 2$; d) $5n - 8, n \geq 2$.
- 17.** Arătați că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:
a) $1 + 2 + 3 + \dots + 1000 + 501 \cdot 1001$; b) $1 + 2 + 3 + \dots + 1011 + 505 \cdot 1011$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

- 18.** Arătați că nu există pătrate perfecte de forma $a = 2^n + 3^n + 7^n$, unde n este număr natural.
- 19.** Arătați că $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = (n + 1)^2$, pentru orice număr natural n .
- 20.** Se consideră produsul $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$. Înlocuiți unul dintre factorii produsului p cu o cifră, astfel încât să obțineți pătrate perfecte m și n (cele mai apropiate de p) cu proprietatea $m < p < n$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Determinați numărul natural \overline{xy} , $x \neq 0$, care îndeplinește condiția:
a) $\overline{xy} = y^2$; b) $\overline{xy} = y^3$.
- (3p) **2.** Arătați că numărul natural n este pătrat perfect în următoarele cazuri:
a) $n = 2017 \cdot 2018 - 2017$; b) $n = 2018 \cdot 2019 + 2019$.
- (3p) **3.** Dacă n este număr natural, $n \neq 0$, arătați că următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:
a) $5^n - 2$; b) $6^n - 4$.

Lecția 13. Reguli de calcul cu puteri



Citesc și rețin

Pentru puterile cu exponent natural ale numerelor naturale au loc următoarele reguli de calcul:

1. Produsul puterilor care au aceeași bază:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \text{ oricare ar fi numerele naturale } a, m \text{ și } n, a \neq 0;$$

2. Câtul puterilor care au aceeași bază:

$$a^m : a^n = a^{m-n}, \text{ oricare ar fi numerele naturale } a, m \text{ și } n, a \neq 0 \text{ și } m \geq n;$$

3. Puterea unei puteri:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}, \text{ oricare ar fi numerele naturale } a, m \text{ și } n, a \neq 0;$$

4. Puterea unui produs:

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m, \text{ oricare ar fi numerele naturale } a, b \text{ și } m, a \neq 0 \text{ și } b \neq 0;$$

5. Puterea unui cât:

$$(a : b)^m = a^m : b^m, \text{ oricare ar fi numerele naturale } a, b \text{ și } m, a \neq 0 \text{ și } b \neq 0.$$



Cum se aplică?

1. Efectuați, scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $7^{29} \cdot 7^{11}$;

b) $5^{67} : 5^{38}$;

c) $(3^{29})^3$.

Soluție:

a) $7^{29} \cdot 7^{11} = 7^{29+11} = 7^{40}$;

b) $5^{67} : 5^{38} = 5^{67-38} = 5^{29}$;

c) $(3^{29})^3 = 3^{29 \cdot 3} = 3^{87}$.

2. Efectuați, folosind regulile de calcul cu puteri:

a) $3^{42} : (3^{12} \cdot 3^{27})$;

b) $(7^3 \cdot 7^5)^5 : 7^{38}$;

c) $(2 \cdot 2^{19})^4 : 8^{26}$.

Soluție:

a) $3^{42} : (3^{12} \cdot 3^{27}) = 3^{42} : 3^{12+27} = 3^{42} : 3^{39} = 3^{42-39} = 3^3 = 27$;

b) $(7^3 \cdot 7^5)^5 : 7^{38} = (7^{3+5})^5 : 7^{38} = (7^8)^5 : 7^{38} = 7^{8 \cdot 5} : 7^{38} = 7^{40} : 7^{38} = 7^{40-38} = 7^2 = 49$;

c) $(2 \cdot 2^{19})^4 : 8^{26} = (2^{1+19})^4 : (2^3)^{26} = (2^{20})^4 : (2^{20})^4 : 2^{3 \cdot 26} = 2^{20 \cdot 4} : 2^{78} = 2^{80} : 2^{78} = 2^{80-78} = 2^2 = 4$.

3. Aflați câte cifre are numărul natural $n = 2^9 \cdot 5^{11}$.

Soluție:

$$n = 2^9 \cdot 5^{11} = 2^9 \cdot 5^9 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot (2 \cdot 5)^9 = 25 \cdot 10^9 = 25 \cdot 1\,000\,000\,000 = 25\,000\,000\,000, \text{ prin urmare numărul natural } n \text{ are } 11 \text{ cifre.}$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $5^7 \cdot 5^{19} = 5^{7+19} = 5^{26}$;

b) $(3^{25})^{10} = 3^{25 \cdot 10} = 3^{250}$;

c) $7^{40} : 7^5 = 7^{40-5} = 7^{35}$.

2. Efectuați, aplicând regulile de calcul cu puteri:

a) $3^{10} \cdot 3^{11} = \dots$; b) $5^7 \cdot 5^{23} = \dots$;

c) $7^8 \cdot 7^{25}$;

d) $2^{31} \cdot 2^9$;

e) $6^5 \cdot 6^{37}$;

f) $4^{28} \cdot 4^{13}$.

- 3.** Transformați numerele naturale în puteri și apoi efectuați înmulțirile:
 a) $2^{20} \cdot 16 = \dots\dots\dots$; b) $3^{25} \cdot 27 = \dots\dots\dots$;
 c) $32 \cdot 2^{43}$; d) $81 \cdot 3^{50}$; e) $6^{48} \cdot 36$; f) $125 \cdot 5^{39}$.
- 4.** Efectuați, scriind rezultatul sub formă de putere:
 a) $2^2 \cdot 2^{10} \cdot 2^{11} = \dots\dots\dots$; b) $3^5 \cdot 3^7 \cdot 3^{29} = \dots\dots\dots$;
 c) $13 \cdot 13^8 \cdot 13^{51}$; d) $17 \cdot 17^6 \cdot 17^{46}$; e) $11 \cdot 11^5 \cdot 11^{37}$; f) $19 \cdot 19^6 \cdot 19^{34}$.
- 5.** Efectuați, aplicând regulile de calcul cu puteri:
 a) $2^{25} : 2^7 = \dots\dots\dots$; b) $3^{36} : 3^9 = \dots\dots\dots$;
 c) $5^{40} : 5^{10}$; d) $6^{39} : 6^{18}$; e) $7^{50} : 7^{22}$; f) $9^{49} : 9^{20}$.
- 6.** Transformați numerele naturale în puteri și apoi efectuați împărțirile:
 a) $2^{25} : 8 = \dots\dots\dots$; b) $3^{40} : 9 = \dots\dots\dots$;
 c) $3^{62} : 81$; d) $2^{29} : 64$; e) $6^{31} : 36$; f) $5^{27} : 125$.
- 7.** Efectuați, aplicând regulile de calcul cu puteri:
 a) $(11^8)^5 = \dots\dots\dots$; b) $(13^{10})^6 = \dots\dots\dots$;
 c) $(17^6)^{15}$; d) $(19^4)^{12}$; e) $(23^7)^{10}$; f) $(31^6)^{12}$.
- 8.** Efectuați, scriind rezultatul sub formă de putere:
 a) $[(5^6)^5]^3 = \dots\dots\dots$; b) $[(7^3)^2]^5 = \dots\dots\dots$;
 c) $[(15^3)^2]^8$; d) $[(19^3)^4]^2$; e) $[(11^4)^2]^5$; f) $[(13^5)^3]^2$.
- 9.** Efectuați, scriind rezultatul sub formă de putere:
 a) $(2^5 \cdot 2^{10}) : 2^7 = \dots\dots\dots$; b) $(3^4 \cdot 3^{18}) : 3^9 = \dots\dots\dots$;
 c) $(5^{11} \cdot 5^6) : 5^5$; d) $(7^8 \cdot 7^{22}) : 7^9$; e) $6^{40} : (6^3 \cdot 6^{21})$; f) $4^{51} : (4^{24} \cdot 4^7)$.
- 10.** Efectuați, aplicând regulile de calcul cu puteri:
 a) $(3^4 \cdot 3^9)^2 = \dots\dots\dots$; b) $(5^2 \cdot 5^8)^3 = \dots\dots\dots$;
 c) $(2^7 \cdot 2^8)^3$; d) $(5^4 \cdot 5^6)^4$; e) $(7^2 \cdot 7^9)^6$; f) $(6^2 \cdot 6^7)^5$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

- 11.** Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:
 a) $(5 \cdot 5^{12}) : (5^2)^3$; b) $(3^{43} \cdot 3) : (3^5)^5$; c) $(2^{71} \cdot 2) : (2^7)^8$;
 d) $(7 \cdot 7^{19}) : (7^3)^4$; e) $(2^7)^3 : (2 \cdot 2^{10})$; f) $(6^5)^6 : (6 \cdot 6^{18})$.
- 12.** Efectuați, scriind rezultatul sub formă de putere:
 a) $(7^{10})^5 : (7 \cdot 7^{12} \cdot 7^{18})$; b) $(2^{15} \cdot 2^{17} \cdot 2) : (2^7)^3$; c) $(5^8)^6 : (5^{10} \cdot 5^{13} \cdot 5)$;
 d) $[(3^6)^3]^5 : (3 \cdot 3^{10})^6$; e) $(7^2 \cdot 7^{12})^5 : [(7^2)^3]^5$; f) $(2 \cdot 2^{19})^4 : [(2^6)^3]^2$.
- 13.** Arătați că următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:
 a) 5^{54} ; b) 7^{58} ; c) 4^{53} ; d) 9^{29} ;
 e) 17^{26} ; f) 25^{31} ; g) 13^{34} ; h) 49^{27} .
- 14.** Arătați că următoarele numere naturale sunt cuburi perfecte (numărul natural a se numește **cub perfect** dacă există un număr natural b , astfel încât $a = b^3$):
 a) 3^{69} ; b) 4^{51} ; c) 8^{61} ; d) 5^{21} ;
 e) 19^{33} ; f) 17^{42} ; g) 27^{28} ; h) 64^{23} .

- 15.** Efectuați, scriind rezultatul sub formă de putere:
- a) $(2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^{10})^4 : (8^2)^5$; b) $(3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^{10})^5 : (9^3)^6$;
 c) $(2 \cdot 2^2 \cdot 2^3)^{10} : (32^2)^3$; d) $(3 \cdot 3^2 \cdot 3^4)^9 : (27^5)^2$.
- 16.** Efectuați, scriind rezultatul sub formă de putere:
- a) $(10^3 \cdot 10^7)^2 : (25^2)^4$; b) $(15^4 \cdot 15^6)^4 : (27^3)^2$;
 c) $(21 \cdot 21^{49})^2 : (49^5)^3$; d) $(14 \cdot 14^{14})^4 : (64^3)^2$.
- 17.** Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte:
- a) $2^{21} + 2^{18}$; b) $3^{24} + 3^{25}$; c) $5^{37} - 5^{36}$;
 d) $2^{22} - 2^{21} + 2^{18}$; e) $3^{29} - 3^{27} + 3^{26}$; f) $2^{26} + 2^{24} + 2^{20}$.
- 18.** Scrieți următoarele numere naturale ca sumă de două pătrate perfecte:
- a) 13^{21} ; b) 29^{25} ; c) 53^{31} ; d) 61^{53} .
- 19.** Scrieți numărul natural n ca sumă de trei pătrate perfecte în următoarele cazuri:
- a) $n = 41^{23}$; b) $n = 59^{37}$; c) $n = 65^{41}$; d) $n = 83^{55}$.
- 20.** Scrieți următoarele numere naturale ca sumă de două cuburi perfecte:
- a) 28^{25} ; b) 35^{31} ; c) 65^{19} ; d) 72^{16} .
- 21.** Aflați câte cifre are numărul natural n în următoarele cazuri:
- a) $n = 2^{10} \cdot 5^7$; b) $n = 2^8 \cdot 5^{10}$; c) $n = 2^{13} \cdot 5^9$; d) $n = 2^{11} \cdot 5^{14}$.
- 22.** Arătați că pentru orice număr natural n , următoarele numere naturale sunt pătrate perfecte:
- a) $2^{2n+2} \cdot 5^{2n}$; b) $2^{2n} \cdot 5^{2n+2}$; c) $2^{2n} \cdot 3^{2n+4}$; d) $3^{2n+6} \cdot 7^{2n}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

- 23.** Arătați că numărul natural n nu este pătrat perfect în următoarele cazuri:
- a) $n = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{53}$; b) $n = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{62}$.
- 24.** Arătați că numărul 10^n , unde n este număr natural diferit de 0, se poate scrie ca sumă de două numere naturale pătrate perfecte.
- 25.** Se consideră numărul $n = 3^1 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot \dots \cdot 3^{101}$. Este posibil ca înlocuind unul sau mai multe dintre semnele „ \cdot ” cu semnul „ $:$ ”, numărul natural n să devină pătrat perfect? Justificați răspunsul.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Calculați folosind regulile de calcul cu puteri:
- a) $(2^{37} : 2^{17})^2 : 2^{35}$; b) $(3^{11})^3 : (3^{11} \cdot 3^{19})$; c) $(7 \cdot 7^{19})^3 : 7^{58}$.
- (3p) **2.** Se consideră numărul natural $n = (5 \cdot 5^2 \cdot 5^3)^7 : (25^3)^7$. Calculați n^{2017} .
- (3p) **3.** Este posibil ca ștergând unul dintre factorii produsului $p = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$, acesta să devină pătrat perfect? Justificați răspunsul.

Lecția 14. Compararea puterilor



Citesc și rețin

Pentru a compara două puteri, folosim următoarele reguli de comparare:

1. Puteri cu aceeași bază

Oricare ar fi numerele naturale a , m și n , $a \geq 2$, dacă $m \geq n$, atunci $a^m \geq a^n$.

2. Puteri cu același exponent

Oricare ar fi numerele naturale nenule a , b și m , dacă $a \geq b$, atunci $a^m \geq b^m$.

3. Puteri cu baze diferite și exponenți diferiți

Pentru a compara două puteri care au bazele diferite și exponenții diferiți se transformă cele două puteri (dacă este posibil) în puteri cu aceeași bază, sau în puteri cu același exponent și apoi se compară după regulile enunțate mai sus.



Cum se aplică?

1. Comparați puterile:

a) 7^{91} și 7^{93} ;

b) 5^{61} și 3^{61} .

Soluție:

a) $7^{91} < 7^{93}$, deoarece $91 < 93$;

b) $5^{61} > 3^{61}$, deoarece $5 > 3$.

2. Comparați puterile:

a) 4^{17} și 8^{11} ;

b) 2^{21} și 3^{14} .

Soluție:

a) Se transformă puterile în puteri cu aceeași bază:

$$4^{17} = (2^2)^{17} = 2^{2 \cdot 17} = 2^{34}, 8^{11} = (2^3)^{11} = 2^{3 \cdot 11} = 2^{33}, \text{ deci } 4^{17} > 8^{11};$$

b) Se transformă puterile în puteri cu același exponent:

$$2^{21} = 2^{3 \cdot 7} = (2^3)^7 = 8^7, 3^{14} = 3^{2 \cdot 7} = (3^2)^7 = 9^7, \text{ deci } 2^{21} < 3^{14}.$$

3. Comparați următoarele numere naturale:

a) $3 \cdot 2^{25}$ și 2^{26} ;

b) 5^{15} și $6 \cdot 3^{21}$.

Soluție:

a) $2^{26} = 2^{1+25} = 2 \cdot 2^{25}$, deci $3 \cdot 2^{25} > 2 \cdot 2^{25}$, prin urmare $3 \cdot 2^{25} > 2^{26}$;

b) $5^{15} = 5^{1+14} = 5 \cdot 5^{14} = 5 \cdot 5^{2 \cdot 7} = 5 \cdot (5^2)^7 = 5 \cdot 25^7$; $6 \cdot 3^{21} = 6 \cdot 3^{3 \cdot 7} = 6 \cdot (3^3)^7 = 6 \cdot 27^7$, deci $5 \cdot 25^7 < 6 \cdot 27^7$, prin urmare $5^{15} < 6 \cdot 3^{21}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect. Dintre două puteri care au aceeași bază este mai mare puterea care are:

A. exponentul mai mare;

B. exponentul mai mic.

2. Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect. Dintre două puteri care au același exponent este mai mare puterea care are:

A. baza mai mică;

B. baza mai mare.

3. Dintre semnele „<” și „>”, scrieți-l în casetă pe cel corespunzător:

- a) $2^{17} \square 2^{19}$; b) $3^{27} \square 3^{26}$; c) $5^{41} \square 5^{42}$; d) $7^{33} \square 7^{31}$;
 e) $11^{60} \square 11^{62}$; f) $13^{53} \square 13^{50}$; g) $17^{91} \square 17^{89}$; h) $19^{27} \square 19^{29}$.

4. Dintre semnele „<” și „>”, scrieți-l în casetă pe cel corespunzător:

- a) $2^{19} \square 3^{19}$; b) $5^{20} \square 4^{20}$; c) $5^{31} \square 7^{31}$; d) $9^{31} \square 7^{31}$;
 e) $10^{47} \square 11^{47}$; f) $15^{61} \square 13^{61}$; g) $23^{40} \square 21^{40}$; h) $19^{31} \square 17^{31}$.

5. Comparați următoarele numere naturale:

- a) 2^{53} și $3 \cdot 2^{52}$; b) 3^{46} și $2 \cdot 3^{45}$; c) 5^{31} și $4 \cdot 5^{30}$; d) 7^{29} și $5 \cdot 7^{28}$;
 e) 5^{61} și $4 \cdot 5^{60}$; f) 6^{53} și $7 \cdot 6^{52}$; g) $8 \cdot 7^{23}$ și 7^{24} ; h) $3 \cdot 5^{59}$ și 5^{60} .

g)																						

6. Comparați următoarele puteri transformându-le în puteri cu aceeași bază:

- a) 4^{25} și 2^{51} ; b) 8^{20} și 2^{55} ; c) 3^{43} și 9^{21} ; d) 2^{60} și 16^{15} ;
 e) 3^{62} și 27^{21} ; f) 5^{70} și 25^{35} ; g) 64^{23} și 4^{70} ; h) 81^{10} și 3^{39} .

h)																						

7. Comparați următoarele puteri transformându-le în puteri cu același exponent:

- a) 2^{30} și 5^{15} ; b) 3^{24} și 7^{12} ; c) 2^{30} și 7^{10} ; d) 2^{51} și 9^{17} ;
 e) 23^{13} și 5^{26} ; f) 7^{34} și 47^{17} ; g) 2^{44} și 17^{11} ; h) 25^{14} și 3^{42} .

h)																						

Exerciții și probleme de dificultate medie

8. Comparați următoarele numere naturale:

- a) 10^{32} și 100^{17} ; b) 1000^9 și 10^{26} ; c) 100^8 și 1000^6 ; d) 10^{21} și 10000^5 .

9. Comparați puterile:

- a) 16^{10} și 8^{13} ; b) 9^{36} și 27^{25} ; c) 32^{10} și 4^{24} ; d) 81^{12} și 9^{25} ;
 e) 11^{31} și 121^{15} ; f) 125^7 și 25^{10} ; g) 32^{11} și 128^8 ; h) 81^{10} și 27^{14} .

10. Comparați următoarele numere naturale:

- a) 3^{10} și 2^{15} ; b) 3^{21} și 5^{14} ; c) 5^{15} și 2^{35} ; d) 11^{14} și 5^{21} ;
e) 2^{51} și 3^{34} ; f) 5^{20} și 3^{30} ; g) 2^{49} și 5^{21} ; h) 2^{63} și 11^{18} .

11. Stabiliți care număr este mai mare:

- a) 5^{33} sau $4 \cdot 25^{16}$; b) 3^{25} sau $2 \cdot 27^8$; c) $3 \cdot 16^{21}$ sau 2^{86} ; d) 3^{45} sau $5 \cdot 81^{11}$.

12. Stabiliți care număr este mai mic:

- a) $7 \cdot 2^{33}$ sau 3^{24} ; b) 5^{35} sau $3 \cdot 2^{68}$; c) 2^{81} sau $3 \cdot 5^{34}$; d) 11^{27} sau $3 \cdot 5^{40}$.

13. Comparați următoarele numere naturale:

- a) $2^{11} \cdot 5^{10}$, 10^{11} ; b) $3^{14} \cdot 5^{15}$, 15^{15} ; c) $2^{17} \cdot 7^{16}$, 14^{16} ; d) 21^{25} , $3^{24} \cdot 7^{25}$;
e) $4^{11} \cdot 5^{22}$, 10^{22} ; f) 15^{23} , $9^{12} \cdot 5^{23}$; g) $8^9 \cdot 5^{28}$, 10^{27} ; h) $7^{35} \cdot 8^{12}$, 14^{36} .

14. Comparați următoarele numere naturale:

- a) 3^{73} , 2^{74} ; b) 2^{59} , 5^{58} ; c) 5^{39} , 2^{41} ; d) 2^{49} , 3^{47} ;
e) 5^{34} , 3^{35} ; f) 2^{76} , 7^{73} ; g) 7^{31} , 3^{32} ; h) 2^{48} , 5^{43} .

15. Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere naturale:

- a) 4^{31} , 8^{21} , 16^{15} ; b) 27^{13} , 3^{37} , 9^{18} ; c) 8^{17} , 32^{10} , 2^{48} ; d) 81^{11} , 9^{21} , 3^{41} .

16. Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere naturale:

- a) 2^{75} , 5^{30} , 3^{45} ; b) 2^{93} , 7^{31} , 3^{62} ; c) 2^{77} , 11^{22} , 5^{33} ; d) 2^{69} , 11^{23} , 3^{46} .

17. Comparați numerele naturale x și y în următoarele cazuri:

- a) $x = 3^{39}$, $y = 2^{57} + 2^{58}$; b) $x = 3^{53}$, $y = 5^{34} + 5^{35}$;
c) $x = 5^{31} - 5^{30}$, $y = 2^{72}$; d) $x = 2^{53} - 2^{49}$, $y = 11^{15}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

18. Comparați numerele naturale $a = 2^{90} + 3^{60}$ și $b = 5^{39}$.

19. Determinați numărul natural n , $n \neq 0$, pentru care are loc egalitatea:

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n+1} = 5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{n-1}.$$

20. Aflați câte cifre are numărul:

- a) 3^{40} ; b) 2^{49} .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Comparați numerele naturale:

- a) 25^{13} și 5^{27} ; b) 16^{11} și 8^{14} ; c) 2^{33} și 3^{22} .

(3p) **2.** Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere naturale: 27^8 , 49^6 , 16^9 .

(3p) **3.** Comparați numerele naturale $a = 3^{33}$ și $b = 5^{20} + 5^{22}$.

Lecția 15. Scrierea numerelor naturale în baza 10.

Scrierea numerelor naturale în baza 2



Citesc și rețin

Orice număr natural scris în baza zece se poate scrie ca o sumă de produse de doi factori, unul dintre factori fiind o cifră a numărului, iar celălalt factor fiind o putere a lui 10. Această scriere se numește **descompunerea în baza 10** a numărului respectiv. Această scriere, împreună cu operațiile de adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere formează **sistemul de numerație zecimal**. Numărul natural 10 se numește **baza** sistemului de numerație zecimal.

Un număr natural de trei cifre scris în baza 10 se notează $\overline{abc}_{(10)}$, $a \neq 0$, iar descompunerea lui în baza 10 este următoarea: $\overline{abc}_{(10)} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$. Acest mod de scriere se poate aplica la un număr natural de oricâte cifre dorim.

Scrierea numerelor naturale cu ajutorul cifrelor 0 și 1 se numește **scriere în baza 2** sau **scriere în sistemul de numerație binar**. În sistemul de numerație binar, două unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior. Numărul natural 2 se numește **baza** sistemului de numerație binar.



Cum se aplică?

1. Descompuneți în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 78;

b) 105.

Soluție:

a) $78 = 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$;

b) $105 = 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$.

2. Scrieți în baza 10 următoarele numere naturale:

a) $4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$;

b) $9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$.

Soluție:

a) $4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 = 426$;

b) $9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = 9 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 = 9034$.

3. Arătați că:

a) $34_{(10)} = 100010_{(2)}$;

b) $100110_{(2)} = 38_{(10)}$.

Soluție:

a) $34 : 2 = 17$, rest 0; $17 : 2 = 8$, rest 1; $8 : 2 = 4$, rest 0; $4 : 2 = 2$, rest 0; $2 : 2 = 1$, rest 0.

Scriind ultimul cât și resturile obținute de la dreapta la stânga, obținem scrierea în baza 2 a numărului natural 34, prin urmare $34_{(10)} = 100010_{(2)}$;

b) $100110_{(2)} = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 1 \cdot 32 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 = 38_{(10)}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $45 = 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; b) $62 = 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$; c) $81 = 8 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $385 = 3 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; b) $7026 = 7 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$;

c) $4009 = 4 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^0$; d) $80100 = 8 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^2$.

3. Descompuneți în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 24; b) 53; c) 64; d) 75; e) 92; f) \overline{ab} , $a \neq 0$.

f)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere naturale în baza 10:

a) $5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 =$

--	--

 b) $3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 =$

--	--

 c) $8 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 =$

--	--

d) $4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 =$

--	--

 e) $6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 =$

--	--

 f) $9 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 =$

--	--

5. Descompuneți în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 285; b) 342; c) 407; d) 563; e) 801; f) \overline{abc} , $a \neq 0$.

f)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6. Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere naturale în baza 10:

a) $2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 =$

--	--	--

 b) $4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 =$

--	--	--

c) $6 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 =$

--	--	--

 d) $3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 =$

--	--	--

7. Descompuneți în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 2249; b) 3085; c) 81092; d) 60107; e) 5208; f) \overline{abcd} , $a \neq 0$.

f)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8. Arătați că:

a) $6_{(10)} = 110_{(2)}$; b) $7_{(10)} = 111_{(2)}$; c) $8_{(10)} = 1000_{(2)}$; d) $9_{(10)} = 1001_{(2)}$.

d)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $100_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4_{(10)}$; b) $101_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9_{(10)}$;

c) $110_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6_{(10)}$; d) $101_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 5_{(10)}$;

Exerciții și probleme de dificultate medie

10. Completați tabelul următor:

Numărul scris în baza 10	12	14	15	17	19
Numărul scris în baza 2					

11. Treceți din baza 10 în baza 2 următoarele numere naturale:

a) 21; b) 23; c) 25; d) 26; e) 24; f) 27; g) 28; h) 29.

12. Treceți în baza 10 următoarele numere naturale:

a) $10111_{(2)}$; b) $11011_{(2)}$; c) $11100_{(2)}$; d) $11101_{(2)}$.

13. Scrieți în baza 2 pătratele următoarelor numere naturale:

a) 1100₍₂₎; b) 1001₍₂₎; c) 1110₍₂₎; d) 1011₍₂₎.

14. Scrieți în baza 2 cuburile următoarelor numere naturale:
 a) $1010_{(2)}$; b) $1101_{(2)}$; c) $1110_{(2)}$; d) $1111_{(2)}$.

15. Determinați cifra x , $x \neq 0$, din următoarele egalități:
 a) $\overline{1x3} + \overline{25x} = 397$; b) $\overline{4x1} + \overline{2x7} = 668$; c) $\overline{x08} + \overline{15x} = 865$.

16. Determinați numărul natural \overline{xy} , $x \neq 0$, din următoarele egalități:
 a) $\overline{4xy} + \overline{1xy} = 598$; b) $\overline{xy2} + \overline{3xy} = 709$; c) $\overline{xy5} + \overline{xy8} = 473$.

17. Determinați numerele naturale \overline{ab} , $a \neq 0$ și $b \neq 0$, care îndeplinesc condiția:

$$\overline{ab} = (\overline{aa} + \overline{bb}) : 2.$$

18. Determinați numărul natural \overline{ab} , $a \neq 0$, $b \neq 0$ și $a > b$, care îndeplinește condiția:

$$\overline{ab} - \overline{ba} = a \cdot b + a + b.$$

19. Determinați numărul natural \overline{xy} , $x \neq 0$, care îndeplinește condiția:

$$\overline{xy} = x(y + 2) + y(x - 4).$$

20. Determinați numărul natural \overline{abc} , $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, care îndeplinește condiția:

$$\overline{abc} = \overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cc}.$$

21. Determinați numărul natural \overline{ab} , $a \neq 0$, $b \neq 0$, știind că suma $\overline{ab} + \overline{ba}$ este un număr natural pătrat perfect.

22. Determinați numerele naturale \overline{abcd} cu $a \neq 0$ și $b \neq 0$, care îndeplinesc condiția: dacă se șterge cifra a , devin de cinci ori mai mici.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

23. Determinați numărul natural pătrat perfect \overline{abcdcd} , unde $\overline{cd} = 4\overline{ab}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$.

24. Se consideră numărul natural $a = \underbrace{111\dots1}_n$, scris în baza 2. Determinați numărul

natural n , știind că a scris în baza 10 este cel mai mic număr natural de patru cifre diferite.

25. Determinați numerele naturale \overline{abc} , cu $a \neq 0$, $b \neq 0$ și $c \neq 0$, care îndeplinesc condiția $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$.

(I. Tudor, *Supliment Gazeta Matematică* nr. 10/2018)



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Descompuneți în baza 10 următoarele numere naturale:

a) 68; b) 405; c) 2191.

- (3p) 2. a) Treceți din baza 10 în baza 2 numărul 31.

b) Treceți în baza 10 numărul natural $11101_{(2)}$.

- (3p) 3. Se consideră numerele naturale, scrise în baza 10, $m = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$ și $n = \overline{ac} + \overline{cb} + \overline{ba}$, unde $a \neq 0$, $b \neq 0$ și $c \neq 0$. Arătați că $m = n$.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Calculați:
a) 3^3 ; b) 2^4 .
- (2p) 2. Fără a efectua calculele, scrieți următoarele numere naturale în baza 10:
a) $4 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 7$; b) $2 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^2 + 5$.
- (1p) 3. Aflați rezultatul calculului: $(2^3)^7 : 4^9 + 3^0$.
- (1p) 4. Arătați că numărul $5^n + 13$, unde n este număr natural, nu este pătrat perfect.
- (1p) 5. Determinați numărul natural \overline{xy} , $x \neq 0$, pentru care este adevărată egalitatea $\overline{6xy} + \overline{xy7} = 926$.
- (2p) 6. Scrieți în ordine crescătoare următoarele numere naturale: 11^{10} , 2^{35} și 5^{15} .

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Calculați:
a) 5^2 ; b) 2^5 .
- (2p) 2. Treceți din baza 10 în baza 2 următoarele numere naturale:
a) 11; b) 24.
- (1p) 3. Aflați rezultatul calculului: $(3 \cdot 3^5)^7 - 27^{14}$.
- (1p) 4. Arătați că numărul natural $n = 2016^2 + 2016 + 2017$ este pătrat perfect.
- (1p) 5. Scrieți în ordine descrescătoare următoarele numere naturale: 8^{19} , 4^{29} și 16^{14} .
- (2p) 6. Scrieți numărul natural 3^{71} ca sumă de trei numere naturale consecutive.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Calculați:
a) $7^2 - 8^0$; b) $2^6 - 6^2$.
- (2p) 2. Treceți în baza 10 următoarele numere naturale:
a) $10001_{(2)}$; b) $101011_{(2)}$.
- (1p) 3. Aflați rezultatul calculului: $10^2 - (7^3 \cdot 7^3)^3 : 49^8$.
- (1p) 4. Arătați că numărul natural $n = 3^{19} - 3^{17} + 3^{16}$ este pătrat perfect.
- (1p) 5. Comparați numerele naturale $x = 3^{51}$ și $y = 5^{34}$.
- (2p) 6. Arătați că numărul 5^{101} se poate scrie ca sumă de două numere naturale pătrate perfecte.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a V-a

Capitolul: Numere naturale

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

- (7p) 1. Știind că $2^n = 32$, atunci $n = 5$. A F
 (7p) 2. Cel mai mic număr natural pătrat perfect de trei cifre este 100. A F
 (7p) 3. Numerele naturale 27^4 și 81^3 sunt egale. A F

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

- (7p) 1. Numărul natural $19_{(10)}$ trecut în baza 2 se scrie
 (7p) 2. Numărul natural $10110_{(2)}$ trecut în baza 10 se scrie.....
 (7p) 3. Rezultatul calcului $(5 \cdot 5^2)^3 : 5^7$ este egal cu

III. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (8p) 1. Numărul natural $a = 2^{10} \cdot 5^8$ scris în baza 10 are:
 A. 9 cifre; B. 10 cifre; C. 11 cifre; D. 8 cifre.
 (8p) 2. Comparând numerele naturale $m = 3^{59}$ și $n = 5^{39}$, obținem:
 A. $m \leq n$; B. $m < n$; C. $m > n$; D. $m \geq n$.
 (8p) 3. Numărul natural $n = 2^{12} + 2^{15} + 2^{16}$ este pătratul numărului natural:
 A. 240; B. 320; C. 360; D. 272.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

- IV. (8p) Determinați numerele naturale \overline{ab} , $a \neq 0$, $b \neq 0$, care verifică condiția $\overline{ab} - \overline{ba} = ab + 3$.

- V. Se consideră numărul natural $n = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{101}$. Determinați restul împărțirii:
 (8p) a) $n : 81$;
 (8p) b) $n : 13$.

Lecția 16. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor



Citesc și rețin

Reamintim: adunarea și scăderea sunt operații de **ordinul I**, înmulțirea și împărțirea sunt operații de **ordinul II**, iar ridicarea la putere este operație de **ordinul III**.

În efectuarea operațiilor dintr-un exercițiu vom utiliza următoarele reguli:

1. Dacă un exercițiu conține numai operații de același ordin, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise, de la stânga la dreapta.
2. Dacă un exercițiu conține operații de ordine diferite, efectuăm:
 - mai întâi operațiile de ordinul III (ridicarea la putere);
 - apoi operațiile de ordinul II (înmulțirea și împărțirea);
 - apoi operațiile de ordinul I (adunarea și scăderea).
3. Dacă un exercițiu conține mai multe tipuri de paranteze, efectuăm mai întâi operațiile din parantezele rotunde; parantezele pătrate se transformă în paranteze rotunde, iar acoladele se transformă în paranteze pătrate ș.a.m.d.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $2^4 - 24 : 3$; b) $81 : 3^2 + 57$; c) $29^2 - 2^3 \cdot 29$.

Soluție:

a) $2^4 - 24 : 3 = 16 - 8 = 8$; b) $81 : 3^2 + 57 = 81 : 9 + 57 = 9 + 57 = 66$;
c) $29^2 - 2^3 \cdot 29 = 29(29 - 2^3) = 29(29 - 8) = 29 \cdot 21 = 609$.

2. Calculați:

a) $(7^2 + 35) \cdot 10$; b) $10^2 : (77 - 6^3 : 8)$; c) $[(7 \cdot 7^2)^3 : 7^7 + 7^0] : 5$.

Soluție:

a) $(7^2 + 35) \cdot 10 = (49 + 35) \cdot 10 = 84 \cdot 10 = 840$;
b) $10^2 : (77 - 6^3 : 8) = 100 : (77 - 216 : 8) = 100 : (77 - 27) = 100 : 50 = 2$;
c) $[(7 \cdot 7^2)^3 : 7^7 + 7^0] : 5 = [(7^3)^3 : 7^7 + 1] : 5 = (7^9 : 7^7 + 1) : 5 = (7^2 + 1) : 5 = (49 + 1) : 5 = 50 : 5 = 10$.

3. Calculați: $10^3 \cdot [(5^{12} + 4 \cdot 5^{12}) : 25^5 - 11^0]$.

Soluție:

$10^3 \cdot [(5^{12} + 4 \cdot 5^{12}) : 25^5 - 11^0] = 1000 \cdot \{[5^{12}(1 + 4)] : (5^2)^5 - 1\} = 1000 \cdot [(5^{12} \cdot 5) : 5^{10} - 1] = 1000 \cdot (5^{13} : 5^{10} - 1) = 1000 \cdot (5^3 - 1) = 1000 \cdot 124 = 124000$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Calculați:

a) $51 \cdot 10 + 352$; b) $85 \cdot 10 - 607$; c) $10 \cdot 69 - 584$;
d) $4349 + 25 \cdot 100$; e) $5607 - 100 \cdot 42$; f) $7804 - 59 \cdot 100$.

f)

2. Calculați:

a) $9 \cdot 1000 - 43 \cdot 10$;

b) $723 \cdot 10 - 7 \cdot 1000$;

c) $53 \cdot 100 + 4 \cdot 1000$.

c)

3. Calculați:

a) $56 \cdot 24 + 700$;

b) $75 \cdot 31 - 800$;

c) $94 \cdot 45 + 600$.

c)

4. Calculați:

a) $12^2 - 2^3 \cdot 13$;

b) $15^2 - 19 \cdot 3^2$;

c) $18^2 - 5^2 \cdot 12$.

c)

5. Calculați:

a) $20^2 - 80 : 2^4$;

b) $16^2 - 72 : 2^3$;

c) $18^2 - 75 : 5^2$.

c)

6. Calculați:

a) $(12 \cdot 6 + 7 \cdot 20) \cdot 10$;

b) $(23 \cdot 8 - 16 \cdot 3) \cdot 10$;

c) $(15 \cdot 6 - 12 \cdot 7) \cdot 100$;

d) $100 \cdot (36 \cdot 3 + 15 \cdot 5)$.

d)

7. Calculați:

a) $10 \cdot (35 \cdot 23 + 28 \cdot 17)$;

b) $10 \cdot (46 \cdot 25 - 24 \cdot 16)$;

c) $(59 \cdot 14 + 65 \cdot 28) \cdot 100$;

d) $(33 \cdot 68 - 27 \cdot 42) \cdot 100$.

d)

8. Calculați:

a) $(5^0 + 5^1 + 5^2 + 5^3) : 2^2$;

b) $(7^0 + 7^1 + 7^2 - 3^2) : 2^4$;

c) $(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 3^2) : 2^2$;

d) $(3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 - 2^3) : 2^3$.

b)

9. Calculați:

- a) $5 \cdot [100 - 6 \cdot (60 - 15 \cdot 3)]$; b) $4 \cdot [10 \cdot (21 \cdot 5 - 85) - 93]$;
 c) $[90 + 8 \cdot (16 \cdot 3 - 32)] \cdot 17$; d) $8 \cdot [25 \cdot (78 - 19 \cdot 4) - 35]$.

d)																				

10. Calculați:

- a) $10^2 : (35 - 15^2 : 9)$; b) $10^2 : (38 - 12^2 : 8)$; c) $10^2 : (74 - 14^2 : 4)$;
 d) $10^3 : (9 + 12^2 : 9)$; e) $10^3 : (8 + 16^2 : 8)$; f) $10^3 : (14 + 18^2 : 9)$.

f)																				

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Calculați:

- a) $(3^3 \cdot 13 + 13^2) : 2^3$; b) $(5^3 \cdot 25 - 25^2) : 5^2$; c) $(7^2 \cdot 31 + 31^2) : 2^4$;
 d) $(26^2 + 2^6 \cdot 26) : 3^2$; e) $(18^2 + 6^2 \cdot 18) : 3^3$; f) $(11^2 + 4^3 \cdot 11) : 5^2$.

12. Calculați:

- a) $10 \cdot [36 \cdot 3 - 5 \cdot (72 - 12 \cdot 5)]$; b) $[27 \cdot 5 + 4 \cdot (14 \cdot 7 - 34)] \cdot 10$;
 c) $[44 \cdot 5 + 9 \cdot (87 - 19 \cdot 3)] \cdot 10$; d) $10 \cdot [65 \cdot 6 - (35 \cdot 4 - 40) \cdot 3]$.

13. Calculați:

- a) $\{1 + [25 - 3 \cdot (12 \cdot 4 - 43)] \cdot 5\} \cdot 4$; b) $6 \cdot \{[(75 - 5 \cdot 13) \cdot 5 - 43] \cdot 7 + 1\}$.

14. Calculați:

- a) $[9^2 + 9 \cdot (5^2 - 3 \cdot 2^3 + 7)] : 3^2$; b) $10^2 : [(2^2 + 2^3) : 12 + 3^3 : 3]$;
 c) $[7^{23} \cdot (1 + 7^0 + 5^3 : 25)] : 7^{22}$; d) $[2^0 + 2^1 + 3^{14} : (3 \cdot 3^{12})]^2 : 3^2$.

15. Calculați:

- a) $[(5^5 \cdot 5^{20}) : 5^{22} - 5^2 : 5] : 2^3$; b) $[(7^{11} \cdot 7^{23}) : 7^{33} + 7^0] : 2^3$;
 c) $[2^3 + (2^7 \cdot 2^8 \cdot 2^{23})^2 : 2^{70}] : 3^2$; d) $[10^2 - (6^{30} \cdot 6^{21})^5 : 6^{253}] : 2^5$.

16. Calculați:

- a) $\{[(45 \cdot 5 + 175) \cdot 2 - 300] \cdot 15 - 75 \cdot 4\} \cdot 4 - 6795$;
 b) $5 \cdot \{25 \cdot 8 - [221 - (56 \cdot 4 - 213) \cdot 11] \cdot 2\} + 597$.

17. Calculați:

- a) $[7^2 + (2 \cdot 5^4 : 10 - 3^4) : 2^2] : 2^2$; b) $[6^2 + (7 \cdot 2^6 : 14 + 2^2) : 3^2] : 2^3$;
 c) $[(5 \cdot 3^3 : 15 + 2^4) \cdot 2^2 - 5^2] : 5^2$; d) $[(7 \cdot 3^7 : 63 + 7^0) : 2^2 + 3^3] : 2^3$.

18. Calculați:

- a) $5^3 : [2^5 - (7 \cdot 2^7 : 14 - 7^0) : 3^2]$; b) $6^2 : [4^2 - (5 \cdot 3^5 : 15 - 5^0) : 2^3]$;
 c) $[11^2 + (9^2 - 5 \cdot 7^3 : 35) : 2^3] : 5^2$; d) $3^4 : [2^7 - (4 \cdot 5^5 : 20 - 5^3) : 2^2]$.

19. Calculați:

a) $[(7^2)^{11} \cdot 7^3] : [7^{23} \cdot (6^0 + 36^{12} : 6^{23})]$; b) $[(3 - 4^{15} : 8^{10})^{17} \cdot 16^2] : (2 \cdot 2^2 \cdot 4^2)^3$;
c) $[5^{21} : (1 + 8^{10} : 4^{14})^{19} - 1] : (4^{15} : 8^9)$; d) $[(7 - 2^5 \cdot 8^7 : 4^{13}) : 3 + 1]^{49} : [(9^2)^3]^4$.

20. Calculați:

a) $10^2 \cdot [(3^{17} + 2 \cdot 3^{17})^2 : 27^{11} + 45^0]$; b) $[(6 \cdot 5^{10} - 5^{10})^3 : 25^{15} - 47^0] \cdot 10^3$;
c) $[3^{44} : (3^{10} + 3^{10} + 3^{10})^4 + 7^0]^{51} : 2^{50}$; d) $27^7 : [(2^{13} + 2^{13} + 2^{14})^3 : 64^7 + 1]^{10}$.

21. Arătați că numărul natural $n = 21^3 + \{(2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32)^3 : 2^{39} - 2^0\} : 3^2\}^3$ este pătrat perfect.

22. Treceți din baza 10 în baza 2 numărul natural $a = [(5 \cdot 5^2 \cdot 5^3)^4 : 125^7 - 5^2]^3 : 25^3$.

23. Arătați că numărul natural $n = 2^{14} + [(6^5 + 2 \cdot 6^5 + 3 \cdot 6^5) : 9^3 + 2^6]^4 : 4^7$ este cub perfect.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

24. Se consideră numărul natural $a = \left[(2^7)^{11} \right]^{13} : \left[(2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{1000}) + 1000^0 \right]$.

Calculați a^{2019} .

25. Aflați câte cifre are numărul natural $n = 2(3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{19})$, scris în baza 10.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Efectuați:

a) $10 \cdot (3^4 - 576 : 12)$; b) $(7^{13} : 7^{11} - 7^0) : 2^4$; c) $(225 : 5^2 + 5^0)^3 : 10^2$.

(3p) 2. Arătați că rezultatul calculului $[(5 \cdot 2^5 : 10 + 3^2)^7 : 5^{10} - 20^2] : 3^2$ este un număr natural pătrat perfect.

(3p) 3. Calculați n^{2017} , unde $n = \{3^{13} : [(3 \cdot 2^{20} - 2^{20})^2 : 16^{10} - 2^0]^{11} + 3^0\} : 10$.

Lecția 17. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor de matematică



Citesc și rețin

În această lecție încercăm să oferim modalități de abordare în activitatea de rezolvare a problemelor de matematică pentru câteva categorii de probleme grupate în raport cu metoda de rezolvare.



Cum se aplică?

1. Știind că 4 pâini de același fel cântăresc 1400 g, aflați cât cântăresc 5 pâini de același fel.

Soluție: (Se aplică metoda reducerii la unitate)

O pâine cântărește $1400 \text{ g} : 4 = 350 \text{ g}$. 5 pâini cântăresc $350 \text{ g} \cdot 5 = 1750 \text{ g}$.

2. Dacă 6 caiete și 4 pixuri costă 16 lei, iar 3 caiete și 4 pixuri costă 10 lei, calculați suma de bani necesară pentru a cumpăra 5 caiete și 3 pixuri.

Soluție: (Se aplică metoda comparației)

Ordonăm datele problemei:

6 caiete 4 pixuri 16 lei,

3 caiete 4 pixuri 10 lei.

Analizând datele problemei, ajungem la concluzia că diferența dintre sumele de bani se datorează diferenței dintre numerele de caiete, prin urmare 3 caiete costă 6 lei, de unde rezultă că un caiet costă 2 lei. Luând în considerare prima situație, rezultă că cele 6 caiete costă 12 lei, deci cele 4 pixuri costă $16 \text{ lei} - 12 \text{ lei} = 4 \text{ lei}$, iar un pix costă 1 leu.

Suma necesară pentru a cumpăra 5 caiete și 3 pixuri este egală cu $5 \cdot 2 \text{ lei} + 3 \cdot 1 \text{ leu} = 13 \text{ lei}$.

3. Suma a două numere naturale m și n este egală cu 815. Aflați cele două numere, știind că n este de 4 ori mai mare decât m .

Soluție: (Se aplică metoda figurativă)

Utilizând datele problemei, obținem următoarea reprezentare grafică:



Din reprezentarea grafică rezultă că valoarea totală a celor 5 segmente egale este 815.

Primul număr, m , este format dintr-un singur segment, deci $m = 815 : 5$ și obținem $m = 163$.

Al doilea număr, n , este de 4 ori mai mare decât m , deci $n = 4 \cdot m = 4 \cdot 163$ și obținem $n = 652$.

4. Dacă la dublul numărului de bănci dintr-un parc se adaugă 8 bănci, iar rezultatul se împarte la 5, se obțin 20 de bănci. Câte bănci sunt în parc?

Soluție: (Se aplică metoda mersului invers)

Numărul de bănci care se împarte la 5 pentru a se obține 20 de bănci este egal cu $5 \cdot 20 = 100$ bănci. Numărul de bănci la care se adaugă 8 pentru a se obține 100 de bănci este egal cu $100 - 8 = 92$ bănci. Numărul băncilor din parc, care dublat este egal cu 92, este $92 : 2 = 46$ bănci.

5. Pentru a plăti suma de 740 lei, s-au folosit bancnote de 10 lei și de 50 lei, în total fiind 22 de bancnote. Aflați numărul bancnotelor de 10 lei, respectiv de 50 lei care s-au folosit.

Soluție: (Se aplică metoda falsei ipoteze)

Dacă presupunem că s-ar fi folosit numai bancnote de 10 lei, atunci s-ar fi plătit suma de $22 \cdot 10 \text{ lei} = 220 \text{ lei}$, dar în realitate s-a plătit suma de 740 lei, deci cu 740 lei – 220 lei = 520 lei mai mult, diferența provenind din faptul că s-au folosit și bancnote de 50 lei. Pentru fiecare bancnotă de 50 lei care înlocuiește o bancnotă de 10 lei este o diferență de 50 lei – 10 lei = 40 lei, deci numărul bancnotelor de 50 lei este egal cu câtul împărțirii $520 : 40 = 13$. Numărul bancnotelor de 10 lei este $22 - 13 = 9$.



Știu să rezolv

Metoda reducerii la unitate

1. Un autobuz a făcut 3 curse pe același traseu, parcurgând distanța de 105 km. Calculați lungimea traseului respectiv.
2. Marius a citit un roman de 240 de pagini în 5 zile, citind același număr de pagini în fiecare zi. Calculați numărul de pagini citite de Marius în primele 3 zile.
3. Matei a cules în 8 zile cantitatea de 280 kg de mere, culegând aceeași cantitate în fiecare zi. Ce cantitate de mere a cules Matei în primele 5 zile?
4. Știind că 4 pahare de iaurt cântăresc 700 g, aflați cât cântăresc 9 pahare de iaurt de același fel.
5. Cantitatea de 450 kg de prune a fost depozitată în 30 de lădițe de același fel. Știind că o lădiță goală cântărește 1 kg, aflați cât cântăresc 7 lădițe cu prune.
6. Dacă pentru 5 aspiratoare s-a plătit suma de 1250 lei, calculați suma necesară pentru a cumpăra 7 aspiratoare identice.
7. Știind că 6 televizoare de același fel au costat 8700 lei, calculați suma necesară pentru a cumpăra 4 astfel de televizoare.

Metoda comparației

8. Alina a cumpărat 2 caiete și 3 pixuri cu suma de 8 lei, iar Maria a cumpărat 3 caiete și 3 pixuri cu suma de 9 lei. Calculați prețul unui caiet și prețul unui pix.
9. Dacă 4 becuri de iluminat și 5 întrerupătoare electrice costă 34 lei, iar 4 becuri de iluminat și 1 întrerupător electric costă 10 lei, calculați prețul unui bec.
10. Dacă 2 cămăși și 6 tricouri costă 250 lei, iar 2 cămăși și 1 tricou costă 125 lei, calculați prețul unui tricou.
11. Știind că 7 ciocolate și 5 cutii cu bomboane costă 73 de lei, iar 2 ciocolate și 5 cutii cu bomboane costă 53 de lei, aflați suma necesară pentru a cumpăra 8 cutii cu bomboane.
12. Știind că 4 bilete de tren și 15 bilete de autobuz costă 130 lei, iar 4 bilete de tren și 2 bilete de autobuz costă 104 lei, calculați suma de bani necesară pentru a cumpăra 3 bilete de tren și 12 bilete de autobuz.
13. Dacă 19 periute de dinți și 8 săpunuri costă 252 lei, iar 3 periute de dinți și 8 săpunuri costă 60 lei, calculați suma de bani necesară pentru a cumpăra 10 periute de dinți și 7 săpunuri.
14. Trei pâini și cinci batoane cântăresc 1525 g, iar trei pâini și opt batoane cântăresc 1900 g. Aflați cât cântărește o pâine și cât cântărește un baton.

Metoda figurativă

- 15.** O sticlă cu apă plată și o cutie cu bomboane au costat 10 lei. Știind că prețul sticlei cu apă plată este de 4 ori mai mic decât prețul cutiei cu bomboane, calculați prețul sticlei cu apă și prețul cutiei cu bomboane.
- 16.** O bară cu lungimea de 124 dm trebuie tăiată în două bucăți, una mai mare decât cealaltă cu 34 dm. Care este lungimea fiecărei bucăți?
- 17.** O librărie a vândut în luna august de 4 ori mai puține caiete decât în luna septembrie. Știind că în cele două luni librăria a vândut 405 caiete, calculați numărul de caiete vândute în fiecare lună.
- 18.** În două rezervoare sunt 700 ℓ de apă. Știind că într-unul din rezervoare cantitatea de apă este mai mare cu 28 ℓ decât dublul cantității de apă din celălalt rezervor, aflați cantitățile de apă din fiecare rezervor.
- 19.** Dan și Radu sunt frați și au cheltuit împreună suma de 75 lei. Aflați ce sumă de bani a cheltuit fiecare, știind că suma cheltuită de Radu este cu 17 lei mai mică decât triplul sumei de bani cheltuite de Dan.
- 20.** Un camion a făcut într-o zi două curse, parcurgând distanța de 100 km. Știind că distanța parcursă la prima cursă este cu 25 km mai mare decât un sfert din distanța parcursă la cursa următoare, calculați distanțele parcurse de camion la fiecare cursă.
- 21.** Suma a trei numere naturale a , b și c este egală cu 900. Aflați cele trei numere, știind că b este de 3 ori mai mare decât a și cu 25 mai mic decât c .

Metoda mersului invers

- 22.** Dacă la triplul vârstei Ioanei se adaugă 11 ani, obținem 47 de ani. Calculați vârsta Ioanei.
- 23.** Dacă dublul numărului de elevi din clasa a V-a A se împarte la 10, iar rezultatul se mărește cu 13, obținem 18 elevi. Aflați câți elevi sunt în clasa a V-a A.
- 24.** Dacă din triplul cantității de struguri recoltate într-o săptămână se scad 2 tone, iar rezultatul se împarte la 5, obținem 5 tone. Calculați cantitatea de struguri recoltată în săptămâna respectivă.
- 25.** Un grup de turiști a parcurs cu autocarul un traseu turistic în două zile. Știind că în prima zi a parcurs o treime din lungimea traseului, iar a doua zi restul de 352 km, calculați lungimea traseului turistic.
- 26.** Ștefan a rezolvat tema la matematică în trei zile. În prima zi a rezolvat jumătate din temă, în ziua următoare a rezolvat un sfert din temă, iar în ultima zi restul de 5 probleme. Aflați câte probleme avea tema lui Ștefan.
- 27.** De 1 Martie, George a oferit măștișoare tuturor colegelor de clasă. Aflați câte fete sunt în clasa lui George, știind că dacă mărim cu 15 numărul măștișoarelor oferite de acesta, iar rezultatul se împarte la 7, obținem 4 măștișoare.
- 28.** Radu a plecat la cumpărături având o sumă de bani. El a cumpărat un penar care costa 12 lei, apoi cu jumătate din suma rămasă a cumpărat un tricou și a observat că suma pe care o mai avea era egală cu prețul a cinci mingi de același fel care se vindeau cu 13 lei bucata. Aflați suma de bani cu care Radu a plecat la cumpărături.

Metoda falsei ipoteze

- 29.** La ora de chimie, cei 24 de elevi ai unei clase au fost împărțiți în 7 grupe, unele de câte 3 elevi și altele de câte 4 elevi. Aflați numărul grupelor cu 3 elevi și numărul grupelor cu 4 elevi.
- 30.** O cofetărie a aranjat cele 74 de savarine scoase la vânzare pe 13 platouri, unele cu câte 5 savarine și altele cu câte 8 savarine. Aflați numărul platourilor cu câte 5 savarine și numărul platourilor cu câte 8 savarine.
- 31.** La un depozit de alimente s-a primit cantitatea de 265 kg de orez ambalat în 15 saci, unii de 15 kg și alții de 20 kg. Aflați numărul sacilor de 15 kg și numărul sacilor de 20 kg.
- 32.** Înainte de teză, unii dintre elevii clasei a V-a E aveau câte 4 note la matematică, iar ceilalți aveau câte 5 note, în total 104 note. Știind că în clasă sunt 23 de elevi, aflați câți dintre aceștia au câte 4 note și câți au câte 5 note.
- 33.** Pentru masa de prânz, la o cantină, s-au pregătit 30 de mese, unele cu câte 4 scaune, altele cu câte 6 scaune. Știind că în total s-au folosit 140 de scaune, aflați numărul meselor cu câte 4 scaune și numărul meselor cu câte 6 scaune.
- 34.** Ilinca a citit într-o săptămână un roman de 280 de pagini, citind în unele zile câte 35 de pagini, iar în alte zile câte 42 de pagini. Calculați numărul de zile în care Ilinca a citit câte 35 de pagini și numărul de zile în care a citit câte 42 de pagini.
- 35.** Pentru a plăti suma de 1150 lei s-au folosit bancnote de 50 lei și bancnote de 200 lei, în total fiind 11 bancnote. Aflați numărul bancnotelor de 50 lei, respectiv de 200 lei care s-au folosit.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Dacă patru becuri de iluminat costă 52 de lei, aflați cât costă cinci becuri de iluminat de același fel.
- (3p) **2.** Elevii clasei a V-a au recoltat în luna iulie 372 kg de fructe: mere și pere. Cantitatea de mere este de trei ori mai mare decât cantitatea de pere. Care sunt cantitățile de mere și de pere recoltate de elevi?
- (3p) **3.** Pe scara unui bloc de locuințe sunt 16 apartamente, unele cu 2 camere și altele cu 3 camere. Știind că cele 16 apartamente au în total 36 de camere, aflați numărul apartamentelor cu 2 camere și numărul apartamentelor cu 3 camere.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Calculați:
a) $67 + 75 : 5$; b) $92 - 6 \cdot 13$.
- (2p) 2. Calculați:
a) $10 \cdot (3^4 : 9 + 2^0)$; b) $(8 \cdot 2^4 - 2^3) : 10$.
- (1p) 3. Dacă 7 caiete de matematică costă 14 lei, calculați suma necesară pentru a cumpăra 5 caiete de același fel.
- (1p) 4. Arătați că numărul $n = [(5^3)^7 : (1 + 2^2)^{10} - 5^{10}] : 5^2$ este pătrat perfect.
- (1p) 5. Două mingi de handbal și patru mingi de fotbal costă 102 lei, iar două mingi de handbal și șapte mingi de fotbal costă 156 lei. Aflați prețul unei mingi de handbal.
- (2p) 6. Se consideră numărul natural $a = [2^2 \cdot 3 + (11^2 - 7^0) : 2^3]^7 : 9^{10}$. Calculați $675 : a^3$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Calculați:
a) $4 \cdot 10^3 + 73 \cdot 10$; b) $10 \cdot 91 - 8 \cdot 10^2$.
- (2p) 2. Calculați:
a) $(2 \cdot 6 \cdot 15 - 7^0) : 3^2$; b) $(80 : 5 : 4 + 6)^2 \cdot 8$.
- (1p) 3. Dacă triplul numărului elevilor din clasa a V-a A se împarte la 5, iar rezultatul se micșorează cu 5, obținem 10 elevi. Aflați câți elevi sunt în clasa a V-a A.
- (1p) 4. Aflați rezultatul calculului: $2^{21} : [(3^3 \cdot 5 : 15 + 7^0)^5 : 10^3 - 6^2]^3 + 79$.
- (1p) 5. Radu a parcurs un traseu turistic în trei zile. În prima zi a parcurs jumătate din lungimea traseului, în ziua următoare a parcurs jumătate din rest, iar în ultima zi a parcurs ultimii 135 km. Calculați lungimea traseului turistic.
- (2p) 6. Treceți în baza 2 numărul natural:
$$n = [3^3 + (3^9 \cdot 4 - 3^9) : 9^4 - 3^0] : [(5 \cdot 5^2 \cdot 5^3)^4 : 5^{23}]$$
.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Calculați:
a) $96 : 4^2 - 5^0$; b) $7 + 12^2 : 9$.
- (2p) 2. Calculați:
a) $(36 \cdot 24 + 36) : 100$; b) $(25 \cdot 51 - 25) : 100$.
- (1p) 3. Ștefan a cheltuit o sumă de 595 lei în două zile. Știind că a doua zi a cheltuit cu 25 lei mai mult decât dublul sumei de bani cheltuite în ziua precedentă, calculați suma de bani cheltuită de Ștefan a doua zi.
- (1p) 4. Aflați rezultatul calculului $191 - [(7^2 + 7^0)^2 : 10^2 - 2^4]^7 : 3^{13}$.
- (1p) 5. Suma de 950 lei a fost plătită cu 13 bancnote, unele de 50 lei și altele de 100 lei. Aflați numărul bancnotelor de 50 lei și numărul bancnotelor de 100 lei.
- (2p) 6. Calculați n^{2019} , știind că $n = [(11^2 - 11) : 11] : [2^2 + (3 \cdot 2^6 : 12 + 2^5) : 2^3]$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

Capitolul: Numere naturale

PARCUL DIN CURTEA ȘCOLII

În cadrul activităților extracurriculare, elevii clasei a V-a au participat la amenajarea parcului din curtea școlii, unde s-au plantat pomi fructiferi și plante ornamentale.

Pentru a răspunde la cerințele 1-3, citiți următorul text:

Pomii fructiferi care s-au plantat au fost din speciile: măr, păr, prun și cireș. În tabelul următor sunt precizate informații despre numărul pomilor fructiferi plantați din fiecare specie.

Specia	Măr	Păr	Prun	Cireș
Nr. de pomi	9	5	3	4

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Conform informațiilor din tabel, specia de pom fructifer care se exprimă printr-un număr natural par este:
A. Măr; B. Cireș; C. Prun; D. Păr.
2. Conform informațiilor din tabel, numărul prunilor este mai mic decât numărul merilor de:
A. 5 ori; B. 4 ori; C. 3 ori; D. 2 ori.
3. Conform informațiilor din tabel, numărul total de pomi fructiferi plantați este egal cu:
A. 25; B. 19; C. 24; D. 21.

Pentru a răspunde la cerințele 4-6, citiți următorul text:

Pomii fructiferi plantați în curtea școlii au fost cumpărați de la un supermarket pentru suma de 308 lei. Se știe că prunii au costat 39 lei, perii au costat cu 36 lei mai mult, iar prețul unui măr este egal cu jumătate din prețul unui prun și al unui păr la un loc.

4. Calculați prețul unui păr.

5. Calculați prețul unui măr.

Capitolul II

DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 18. Divizor. Multiplu



Citesc și rețin

Definiție: Spunem că un număr natural a se **divide** cu numărul natural b dacă există un număr natural c , astfel încât $a = b \cdot c$.

Numărul a se numește **multiplu** al lui b , iar b se numește **divizor** al lui a .

Vom scrie: $b \mid a$ și citim „ b divide pe a ” sau $a : b$ și citim „ a se divide cu b ”.

Definiții:

1. Divizorii 1 și a ai numărului natural a se numesc **divizori improprii**.
2. Divizorii numărului natural a diferiți de 1 și a , în cazul în care există, se numesc **divizori proprii**.



Cum se aplică?

1. Arătați că 30 de trandafiri se pot planta pe rânduri de câte 6 exemplare și apoi completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

a) Deoarece 30 se împarte exact la 6, spunem că 6 estedivizor..... al lui 30.

b) Deoarece 30 se împarte exact la 6, spunem că 30 estemultiplu..... al lui 6.

Soluție:

Deoarece $30 : 6 = 5$, rezultă că cei 30 de trandafiri se pot planta pe 5 rânduri de câte 6 trandafiri.

2. Arătați că 5 elevi pot transporta la bibliotecă în mod egal 65 de manuale și apoi stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $65 : 5$;

b) $65 \mid 5$;

c) $5 \mid 65$;

d) $5 : 65$.

Soluție:

Deoarece $65 : 5 = 13$, rezultă că fiecare elev a transportat câte 13 manuale la bibliotecă, prin urmare valorile de adevăr ale propozițiilor sunt:

a) A;

b) F;

c) A;

d) F.

3. a) Scrieți divizorii numărului natural 81.

b) Scrieți multiplii mai mici decât 47 ai numărului natural 15.

Soluție:

a) 1, 3, 9, 27, 81.

b) 0, 15, 30, 45.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Arătați că pe 3 rafturi pot fi depozitate în mod egal 24 de borcane cu dulceață și apoi completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

a) Deoarece 24 se împarte exact la 3, spunem că 3 este al lui 24.

b) Deoarece 24 se împarte exact la 3, spunem că 24 este al lui 3.

2. Arătați că cei 28 de elevi ai clasei pot fi împărțiți în grupe de 4 elevi și apoi completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

- a) Deoarece 28 se împarte exact la 4, spunem că 28 este al lui 4.
 b) Deoarece 28 se împarte exact la 4, spunem că 4 este al lui 28.

3. Citiți următoarele propoziții și precizați divizorul și multiplul în fiecare caz:

- a) $4 \mid 24$; b) $75 \div 5$; c) $9 \mid 54$; d) $63 \div 7$;
 e) $57 \div 19$; f) $13 \mid 65$; g) $90 \div 15$; h) $16 \mid 80$.

4. Arătați că 72 de ghivece cu flori pot fi împărțite în mod egal în 9 săli de clasă și apoi stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $72 \div 9$; b) $9 \div 72$; c) $72 \mid 9$; d) $9 \mid 72$.

5. Arătați că o carte cu 91 de pagini de text poate fi citită într-o săptămână, citind același număr de pagini în fiecare zi, și apoi stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $7 \mid 91$; b) $7 \div 91$; c) $91 \mid 7$; d) $91 \div 7$.

6. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $2 \mid 4$; b) $3 \mid 6$; c) $6 \div 4$; d) $9 \div 3$;
 e) $10 \div 5$; f) $4 \mid 12$; g) $21 \div 5$; h) $7 \mid 35$.

7. Completați tabelul următor:

Numărul	4	9	6	8
Divizorii				

8. Scrieți divizorii următoarelor numere naturale:

- a) 10; b) 14; c) 15; d) 21; e) 35; f) 45.

d)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 f)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9. Completați spațiile punctate cu divizorii improprii ai următoarelor numere naturale:

- a) 61; b) 124; c) 518; d) 85

10. Scrieți divizorii proprii ai următoarelor numere naturale:

- a) 12; b) 16; c) 18; d) 19; e) 28; f) 30.

c)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 f)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

11. Scrieți divizorii următoarelor numere naturale:

- a) 20; b) 24; c) 36; d) 60; e) 72; f) 80.

e)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 f)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

12. Completați tabelul următor:

Numărul	2	3	4	5
Multiplii de o cifră				

13. Scrieți multiplii mai mici decât 31 ai următoarelor numere naturale:

- a) 9; b) 8; c) 7; d) 6; e) 5; f) 4.

e)																																	
f)																																	

14. Scrieți multiplii de două cifre ai următoarelor numere naturale:

- a) 20; b) 25; c) 30; d) 27; e) 18; f) 16.

e)																																
f)																																

15. Scrieți primii 7 multipli ai următoarelor numere naturale:

- a) 10; b) 11; c) 12; d) 13; e) 14; f) 15.

e)																																
f)																																

Exerciții și probleme de dificultate medie

16. Arătați că:

- a) $5^{47} : 25^{15}$; b) $49^{19} : 7^{20}$; c) $9^{10} | 27^{13}$; d) $16^{10} | 8^{17}$.

17. Precizați numărul de divizori pentru următoarele numere naturale:

- a) 2^{50} ; b) 3^{61} ; c) 5^{59} ; d) 7^{43} .

18. a) Arătați că suma a trei numere naturale consecutive se divide cu 3.

b) Arătați că suma a cinci numere naturale consecutive se divide cu 5.

19. Arătați că:

- a) $(2^{31} + 2^{33}) : 5$; b) $(3^{23} - 3^{21}) : 8$; c) $(2^{50} - 2^{47}) : 7$; d) $(7^{45} + 7^{43}) : 5$.

20. Pentru $x \neq 0, y \neq 0$ și $z \neq 0$, arătați că următoarele sume sunt multipli ai lui 11:

- a) $\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz}$; b) $\overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx}$; c) $\overline{xz} + \overline{zy} + \overline{yx}$.

21. Pentru $x \neq 0, y \neq 0$ și $z \neq 0$, arătați că următoarele sume sunt multipli ai lui 37:

- a) $\overline{xxx} + \overline{yyy} + \overline{zzz}$; b) $\overline{xyy} + \overline{yzz} + \overline{zxx}$; c) $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy}$.

22. Știind că n este număr natural, arătați că numărul:

- a) $2^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+1} \cdot 5^n$ este multiplu de 3;
 b) $2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n$ este multiplu de 7.

23. Determinați numărul natural \overline{abc} , $a \neq 0$, pentru care numărul \overline{abcabc} este multiplu a șase numere naturale impare consecutive.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

24. Arătați că suma divizorilor numărului natural $n = 2^{123}$ este un multiplu al lui 5.

25. Se consideră numărul natural $a = 7^0 + 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{399}$. Arătați că $a : 10^3$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. a) Scrieți divizorii numărului natural 18.
 b) Scrieți primii 6 multipli ai numărului natural 5.
- (3p) 2. Arătați că suma divizorilor numărului natural 36 este un multiplu al lui 7.
- (3p) 3. Care sunt cel mai mic și cel mai mare divizor propriu ai numărului natural 35^7 ?

Lecția 19. Criterii de divizibilitate



Citesc și rețin

Criteriul de divizibilitate cu 2

Un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.

Criteriul de divizibilitate cu 5

Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.

Criteriul de divizibilitate cu 10^n , n este număr natural

Un număr natural este divizibil cu 10^n dacă ultimele n cifre ale numărului sunt egale cu 0.

Criteriul de divizibilitate cu 3

Un număr natural este divizibil cu 3 dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 3.

Criteriul de divizibilitate cu 9

Un număr natural este divizibil cu 9 dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 9.

Criteriul de divizibilitate cu 4

Un număr natural este divizibil cu 4 dacă ultimele două cifre ale numărului formează un număr divizibil cu 4.



Cum se aplică?

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $2 \mid 7016$; b) $4360 \div 5$; c) $9028 \div 4$; d) $9 \mid 7641$.

Soluție:

- a) $2 \mid 7016$ (A), deoarece ultima cifră a numărului 7016 este 6, iar $6 \div 2$;
 b) $4360 \div 5$ (A), deoarece ultima cifră a numărului 4360 este 0, iar $0 \div 5$;
 c) $9028 \div 4$ (A), deoarece numărul format cu ultimele două cifre ale numărului 9028 este 28, iar $4 \mid 28$;
 d) $9 \mid 7641$ (A), deoarece suma cifrelor numărului 7641 este egală cu $7 + 6 + 4 + 1 = 18$, iar $18 \div 9$.

2. Determinați cifra x pentru care numărul natural $\overline{2x108}$ este divizibil cu 3.

Soluție:

$3 \mid \overline{2x108}$, dacă $3 \mid (2 + x + 1 + 0 + 8)$, deci $3 \mid (11 + x)$, de unde rezultă că x poate fi: 1, 4 sau 7.

3. Se consideră numărul natural $a = 6^n + 34$, unde n este număr natural. Arătați că $a : 5$.

Soluție:

Dacă $n = 0$, atunci $a = 6^0 + 34 = 1 + 34 = 35$, iar $35 : 5$, deci $a : 5$. Dacă $n \geq 1$, atunci $u(6^n) = 6$, deci $u(a) = 0$, așadar $a : 5$, prin urmare dacă n este număr natural, numărul $a : 5$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $2 \mid 7104$; b) $3540 : 2$; c) $9172 : 2$; d) $2 \mid 3515$;
 e) $51038 : 2$; f) $2 \mid 30176$; g) $2 \mid 55119$; h) $19394 : 2$;

2. Completați tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 2	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $3470 : 5$; b) $9835 : 5$; c) $1807 : 5$; d) $4620 : 5$;
 e) $5 \mid 16708$; f) $5 \mid 74485$; g) $5 \mid 12340$; h) $5 \mid 22235$;

4. Completați tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 5	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

5. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $10 \mid 2780$; b) $10 \mid 2902$; c) $10 \mid 4555$; d) $10 \mid 7000$;
 e) $29100 : 10$; f) $23150 : 10$; g) $40005 : 10$; h) $12340 : 10$;

6. Completați tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 10	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $102 : 3$; b) $501 : 3$; c) $471 : 3$; d) $697 : 3$;
 e) $3 \mid 5565$; f) $3 \mid 1089$; g) $3 \nmid 1237$; h) $3 \mid 2897$;

8. Completați tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 3	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

9. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $512 : 4$; b) $136 : 4$; c) $508 : 4$; d) $750 : 4$;
 e) $4 \mid 1234$; f) $4 \nmid 2756$; g) $4 \mid 9072$; h) $4 \mid 5796$;

10. Completați tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 4	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

11. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $108 \div 9$; b) $278 \div 9$; c) $765 \div 9$; d) $504 \div 9$;
 e) $9 \nmid 9855$; f) $9 \mid 7498$; g) $9 \mid 8388$; h) $9 \mid 1467$.

12. Completați tabelul următor:

Număr natural divizibil cu 9	De 3 cifre	De 4 cifre	De 5 cifre	De 6 cifre

13. Completați tabelul, folosind următoarele numere naturale: 207, 428, 520, 400, 1752, 2385, 4797 și 5001.

Numere divizibile cu 2	
Numere divizibile cu 3	
Numere divizibile cu 4	
Numere divizibile cu 5	
Numere divizibile cu 9	
Numere divizibile cu 10	

14. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

- a) Dacă $3 \mid \overline{abc}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, atunci $3 \mid \overline{cba}$. A F
 b) Dacă $4 \mid \overline{abc}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, atunci $4 \mid \overline{cba}$. A F
 c) Dacă $9 \mid \overline{abc}$, $a \neq 0$, $c \neq 0$, atunci $9 \mid \overline{cba}$. A F

15. Scrieți numerele naturale divizibile cu 5 de forma:

- a) $\overline{471x}$; b) $\overline{398x}$

Exerciții și probleme de dificultate medie

16. Pereții unei bucătării au fost placați cu 2358 plăcuțe de faianță. Verificați dacă plăcuțele pot fi montate pe coloane de câte 9 bucăți.

17. Pe un stadion de fotbal, la tribuna I sunt 2517 scaune pe un rând, vopsite în culorile drapelului național: roșu, galben și albastru. Precizați culoarea ultimului scaun de pe rând.

18. Un gard format din 1308 uluci urmează să fie vopsit. Dacă prima ulucă se vopsește cu maro, iar următoarele trei cu portocaliu, verificați dacă ultima ulucă va fi maro.

19. Verificați dacă o cantitate de 183042 kg detergent poate fi ambalată în pungi cu masa de 9 kg.

20. Alarma unui telefon mobil a fost programată să sune la interval de 3 minute, începând cu ora 7 și 14 minute. Verificați dacă alarma ar fi putut astfel suna la ora 9 și 5 minute.

21. Arătați că dacă un număr natural se divide și cu 2, și cu 5, atunci numărul respectiv se divide și cu 10.

- 22.** Determinați cifra x pentru care numărul este divizibil cu 3:
 a) $\overline{43x}$; b) $\overline{5x3}$; c) $\overline{72x}$; d) $\overline{6x25}$; e) $\overline{7x52}$; f) $\overline{85x2}$.
- 23.** Determinați cifra x pentru care numărul este divizibil cu 4:
 a) $\overline{732x}$; b) $\overline{503x}$; c) $\overline{695x}$; d) $\overline{810x6}$; e) $\overline{308x8}$; f) $\overline{452x2}$.
- 24.** Scrieți numerele naturale divizibile cu 9 de forma:
 a) $\overline{43x}$; b) $\overline{7x5}$; c) $\overline{8x1}$; d) $\overline{30x2}$; e) $\overline{4x14}$; f) $\overline{87x3}$.
- 25.** Știind că n este număr natural, arătați că:
 a) $5 \mid 6^n + 14$; b) $5 \mid 6^n + 74$; c) $5 \mid 6^n + 29$.
- 26.** Dacă n este număr natural, arătați că:
 a) $4 \mid 5^n - 1$; b) $5^n + 7 \div 4$; c) $4 \mid 5^n + 3$.
- 27.** Arătați că restul împărțirii unui număr natural la 3 este egal cu restul împărțirii sumei cifrelor sale la 3.
- 28.** Arătați că:
 a) $(7^{112} - 4^{102}) \div 5$; b) $(3^{207} + 3^{205}) \div 10$; c) $(3^{302} - 2^{106}) \div 5$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

- 29.** Determinați numărul natural \overline{abc} , cu $a \neq 0$, $b \neq 0$ și $c \neq 0$, care îndeplinește condiția $\overline{abc} = 5abc$.
- 30.** Dacă n este număr natural, arătați că:
 a) $3 \mid 2^{n+5} \cdot 5^n + 1$; b) $9 \mid 2^n \cdot 5^{n+2} - 7$; c) $3 \mid 2^{n+6} \cdot 5^n - 4$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) **1.** Completați tabelul următor:

Număr natural de 3 cifre divizibil cu 2	
Număr natural de 3 cifre divizibil cu 5	
Număr natural de 3 cifre divizibil cu 10	

- (3p) **2.** Scrieți numerele naturale de forma $\overline{712x}$, divizibile cu:
 a) 4; b) 3.
- (3p) **3.** Se consideră numărul $a = 2^{n+6} \cdot 5^n - 1$, unde n este număr natural. Arătați că $9 \mid a$.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Precizați divizorii și multiplii din următoarele notații:
a) $63 \div 7$; b) $5 \mid 110$.
- (2p) 2. Determinați cifra x pentru care numărul natural $\overline{74x}$ este divizibil cu:
a) 5; b) 9.
- (1p) 3. Scrieți multiplii de două cifre ai numărului natural $\overline{24}$.
- (1p) 4. Determinați cel mai mare număr natural de forma $\overline{5x8}$ care are cifrele diferite și este divizibil cu 4.
- (1p) 5. Arătați că numerele naturale de patru cifre divizibile cu 3, care au cifrele pare și distincte, conțin cifra 0 și apoi determinați cel mai mic și cel mai mare dintre aceste numere.
- (2p) 6. Se consideră numărul natural $a = 2^{n+4} \cdot 5^n - 1$, unde n este număr natural. Arătați că $a \div 3$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Scrieți primii patru multipli ai numărului natural:
a) 7; b) 9.
- (2p) 2. Scrieți cel mai mic număr natural de trei cifre diferite divizibil cu:
a) 2; b) 10.
- (1p) 3. Arătați că suma divizorilor numărului natural 32 este multiplu al lui 7.
- (1p) 4. Determinați cifra x pentru care numărul $\overline{2x831}$ se divide cu 9.
- (1p) 5. Determinați cel mai mare număr natural de forma $\overline{18x2}$ care este divizibil și cu 3, și cu 4.
- (2p) 6. Se consideră numărul natural $m = 2^{103} + 3^{101} + 7^{102}$. Arătați că m este multiplu de 5.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Scrieți divizorii numărului natural:
a) 9; b) 8.
- (2p) 2. Determinați cifra x pentru care numărul natural $\overline{41x}$ este divizibil cu:
a) 2; b) 5.
- (1p) 3. Determinați cel mai mare număr natural de forma $\overline{59x6}$ care are cifrele diferite și este divizibil cu 4.
- (1p) 4. Fie a și b două cifre nenule. Dacă $2 \mid \overline{ab}$ și $9 \mid \overline{ab}$, arătați că $2 \nmid \overline{ba}$.
- (1p) 5. Arătați că produsul divizorilor numărului natural 101^{11} este un pătrat perfect.
- (2p) 6. Se consideră numărul natural $a = 3^n \cdot 7^{n+2} - 3^{n+3} \cdot 7^n$, unde n este număr natural. Arătați că a este multiplu de 11.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a V-a

Capitolul: Divizibilitatea numerelor naturale

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

- (7p) 1. Suma divizorilor numărului natural 8 este divizibilă cu 3. A F
 (7p) 2. Multiplii de două cifre ai numărului natural 45 sunt 45 și 90. A F
 (7p) 3. Cel mai mic număr natural de trei cifre diferite divizibil cu 5 este numărul natural 120. A F

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

- (7p) 1. Numărul natural $\overline{1x4}$ este divizibil cu 9 pentru $x = \dots\dots\dots$
 (7p) 2. Cel mai mare divizor propriu al numărului natural 125 este $\dots\dots\dots$
 (7p) 3. Numărul divizorilor numărului 11^7 este egal cu $\dots\dots\dots$

III. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (8p) 1. Un rond de flori în formă de cerc este delimitat de un rând de pavele de patru culori, montate în ordinea: portocaliu, roșu, verde și albastru. Știind că în total sunt 2176 de pavele, atunci ultima pavelă montată are culoarea:
 A. portocaliu; B. roșie; C. verde; D. albastră.
 (8p) 2. Cel mai mare număr natural de forma $\overline{2x51x}$ divizibil cu 3 este:
 A. 29519; B. 25515; C. 28518; D. 27517.
 (8p) 3. Se consideră numărul $a = 3^n \cdot 5^{n+2} + 3^{n+3} \cdot 5^n$, unde n este număr natural. Numărul natural a este un multiplu de:
 A. 11; B. 13; C. 17; D. 19.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

IV. (8p) Se consideră numărul $a = 7^n - 2^n$, unde n este număr natural. Arătați că $a : 5$.

- V.** (8p) a) Câte numere naturale de patru cifre, cu cifrele impare și distincte, sunt multipli de 9?
 (8p) b) Câte numere naturale de patru cifre, cu cifrele pare și distincte, sunt divizibile cu 3?

Lecția 20. Divizori comuni. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale



Citesc și rețin

Definiție: Numărul natural a , $a \neq 0$, se numește **divizor comun** al numerelor naturale b și c dacă $b : a$ și $c : a$.

Definiție: Numărul natural d , $d \neq 0$, este **cel mai mare divizor comun** al numerelor naturale nenule a și b , dacă îndeplinește condițiile:

1. d divide pe a și d divide pe b ;
2. d se divide cu orice divizor comun al numerelor a și b .



Cum se aplică?

1. Arătați că 28 de cărți de colorat și 42 de creioane colorate se pot împărți în mod egal la 14 copii și apoi completați propoziția următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numerele 28 și 42 se divid cu 14, numărul natural 14 este undivizor..... comun al lor.

Soluție:

Deoarece $28 : 14 = 2$ și $42 : 14 = 3$, rezultă că fiecare copil primește două cărți de colorat și trei creioane colorate.

2. Scrieți divizorii numerelor naturale 27 și 45, apoi alegeți divizorii lor comuni și precizați cel mai mare divizor comun al lor.

Soluție:

Divizorii lui 27 sunt 1, 3, 9 și 27, iar divizorii lui 45 sunt 1, 3, 5, 9, 15 și 45, deci 1, 3 și 9 sunt divizorii lor comuni, prin urmare cel mai mare divizor comun al lor este 9.

3. Determinați cel mai mare număr de rânduri pe care se pot sădi 48 de trandafiri albi și 72 de trandafiri galbeni, astfel încât pe fiecare rând să existe același număr de trandafiri albi și același număr de trandafiri galbeni.

Soluție:

Cel mai mare număr de rânduri pe care se pot sădi 48 de trandafiri albi și 72 de trandafiri galbeni, astfel încât pe fiecare rând să existe același număr de trandafiri albi și același număr de trandafiri galbeni, este egal cu cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 48 și 72; acesta este 24.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Arătați că 25 de lalele roșii și 35 de lalele galbene se pot pune în mod egal în 5 vase și apoi completați propoziția următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numerele 25 și 35 se divid cu 5, numărul natural 5 este un comun al lor.

12. Completați următorul tabel:

Numerele	40, 48 și 56	48, 64 și 80	54, 72 și 90	48, 72 și 96
c.m.m.d.c.				

13. Determinați cel mai mare divizor comun al următoarelor numere:

- a) 18, 36, 54 și 63; b) 24, 32, 48 și 56; c) 24, 60, 72 și 84.

14. Determinați cel mai mare număr de buchete care se pot forma cu 50 de crizanteme albe și 75 de crizanteme albastre, fiecare buchet având același număr de crizanteme albe, respectiv albastre.

15. Determinați cel mai mare număr de echipe care se pot forma cu 48 de fete și 80 de băieți, fiecare echipă având același număr de fete și același număr de băieți.

16. Determinați cel mai mare număr de copii care pot împărți în mod egal 42 de caiete de matematică și 98 de caiete dictando.

17. Determinați numărul maxim de rânduri pe care pot fi plantați 54 de piersici, 72 de caiși și 90 de cireși, astfel încât pe fiecare rând să fie plantați același număr de piersici, același număr de caiși și același număr de cireși.

18. Determinați cel mai mare număr de coșulețe în care se pot pune în mod egal 60 de pere, 75 de mere și 90 de nuci.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Salariile unei echipe de muncitori au fost plătite cu 60 de bancnote de 50 lei, 72 de bancnote de 100 lei și 48 de bancnote de 200 lei, împărțite în mod egal membrilor echipei. Calculați cea mai mică sumă de bani pe care o putea încasa un muncitor.

20. Știind că cel mai mare divizor comun al numerelor \overline{ab} și \overline{ba} este 1, $a \neq 0$ și $b \neq 0$, aflați cel mai mare divizor comun al numerelor \overline{abab} și \overline{baba} .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

Numărul natural 5 este divizor comun al numerelor:

- a) 15 și 25; b) 20 și 28; c) 35 și 50.

(3p) 2. Completați tabelul următor:

Numerele	16 și 24	12 și 30	24 și 36
c.m.m.d.c.			

(3p) 3. Determinați cel mai mare număr de mese la care se pot așeza 24 de părinți, 32 de fete și 40 de băieți, astfel încât la fiecare masă să fie același număr de părinți, de fete și băieți.

Lecția 21. Multipli comuni. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale



Citesc și rețin

Definiție: Numărul natural a se numește **multiplu comun** al numerelor naturale nenule b și c dacă $a : b$ și $a : c$.

Definiție: Numărul natural m , $m \neq 0$, este **cel mai mic multiplu comun** al numerelor naturale a și b dacă îndeplinește condițiile:

1. m se divide cu a și m se divide cu b ;
2. orice multiplu comun al numerelor naturale nenule a și b se divide cu m .



Cum se aplică?

1. Arătați că cei 24 de elevi din clasa a V-a pot fi împărțiți și în grupe de 6 elevi, și în grupe de 8 elevi și apoi completați propoziția următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numărul natural 24 se divide și cu 6, și cu 8, el este unmultiplu..... comun al lui 6 și 8.

Soluție:

Deoarece $24 : 6 = 4$ și $24 : 8 = 3$, rezultă că elevii clasei pot fi împărțiți și în patru grupe de 6 elevi, și în trei grupe de 8 elevi.

2. Scrieți multiplii mai mici decât 67 ai numerelor naturale 10 și 15, apoi alegeți multiplii lor comuni și precizați cel mai mic multiplu comun al lor diferit de 0.

Soluție:

Multiplii mai mici decât 67 ai lui 10 sunt 0, 10, 20, 30, 40, 50 și 60, iar multiplii lui 15 sunt 0, 15, 30, 45 și 60, deci multiplii lor comuni mai mici decât 67 sunt 0, 30 și 60, prin urmare cel mai mic multiplu comun diferit de 0 al numerelor 10 și 15 este 30.

3. Aflați cel mai mic număr de cărți care pot fi împărțite în mod egal și la 10 copii, și la 12 copii.

Soluție:

Cel mai mic număr de cărți care pot fi împărțite în mod egal și la 10 copii, și la 12 copii este egal cu cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale 10 și 12; acesta este 60.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Arătați că 30 de puiți de cireș se pot planta și pe 5 rânduri întregi, și pe 6 rânduri întregi și apoi completați propoziția următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numărul 30 se divide și cu 5, și cu 6, numărul natural 30 este un comun al lor.

2. Arătați că 48 de ciocolate se pot împărți în mod egal și la 4 copii, și la 6 copii, și la 8 copii și apoi completați propoziția următoare cu răspunsul corect.

Deoarece numărul 48 se divide și cu 4, și cu 6, și cu 8, numărul natural 48 este un comun al lor.

11. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mic multiplu comun nenul al numerelor 6, 7 și 14 este:

- A. 21; B. 84; C. 63; D. 42.

12. Determinați cel mai mic multiplu comun al următoarelor numere naturale:

- a) 6, 9, 18 și 27; b) 6, 8, 24 și 36; c) 4, 7, 14 și 21.

13. Completați următorul tabel:

Numerele	12, 16 și 48	15, 20 și 60	18, 24 și 36	12, 21 și 28
c.m.m.m.c.				

14. Determinați cel mai mic număr de ciocolate care ar putea fi ambalate și câte 20 într-o cutie, și câte 25 într-o cutie.

15. Aflați cel mai mic număr de cărți care ar putea fi puse în bibliotecă și câte 15 pe un raft, și câte 18 pe un raft.

16. Aflați cel mai mic număr de portocale care ar putea fi puse și câte 28 într-un coș, și câte 42 într-un coș.

17. Determinați cel mai mic număr de trandafiri care pot fi sădiți și câte 10 pe un rând, și câte 16 pe un rând și câte 20 pe un rând.

18. Determinați cel mai mic număr de copii care ar putea fi aliniați și câte 16 pe un rând, și câte 24 pe un rând, și câte 32 pe un rând.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Din numărul pasagerilor unui avion, bărbații reprezintă o treime, femeile reprezintă un sfert, iar copiii reprezintă o optime. Știind că avionul are 125 de locuri, iar numărul pasagerilor este un număr natural de trei cifre, aflați câte locuri au rămas neocupate.

20. Știind că cel mai mare divizor comun al numerelor \overline{ab} și \overline{ba} este 1, $a \neq 0$ și $b \neq 0$, aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor \overline{abab} și \overline{baba} .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor. Numărul natural 30 este un multiplu comun al numerelor:

- a) 5, 6, 10; b) 2, 3, 15; c) 5, 9, 30.

(3p) **2.** Completați tabelul următor:

Numerele	4 și 5	6 și 8	8 și 10
c.m.m.m.c.			

(3p) **3.** Determinați cel mai mic număr de savarine care pot fi așezate și câte 8, și câte 12, și câte 18 pe un platou.

16. Arătați că orice număr prim mai mare decât 3 este de forma $3k + 1$ sau $3k + 2$, unde k este un număr natural nenul.

17. Determinați numărul prim p , $p > 3$, pentru care numerele naturale $p - 2$ și $p + 2$ sunt de asemenea prime.

18. Suma a șase numere naturale prime consecutive este un număr prim. Determinați suma celor șase numere naturale prime.

19. Determinați numerele naturale prime x și y care îndeplinesc condiția:

a) $5x + 7y = 31$; b) $9x - 5y = 53$; c) $3x + 11y = 37$.

20. Determinați numerele naturale prime x și y care îndeplinesc condiția:

a) $9x + 5y = 60$; b) $7x - 4y = 49$; c) $8x + 3y = 63$.

21. Dacă n este număr natural, arătați că numărul:

a) $2^{n+4} \cdot 5^n - 1$ este compus; b) $2^{n+5} \cdot 5^n + 1$ este compus;
c) $2^n \cdot 5^{n+3} + 7$ este compus; d) $2^n \cdot 5^{n+4} - 1$ este compus.

22. Determinați numărul natural \overline{ab} , $a \neq 0$, pentru care numărul $\overline{ab0ab}$ este produsul a cinci numere prime consecutive.

23. Determinați cel mai mic număr prim, care împărțit la un număr prim dă câtul număr prim și restul cel mai mic număr prim de două cifre.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

24. Determinați cel mai mic număr prim care împărțit la un număr prim dă câtul număr prim diferit de împărțitor și restul număr prim.

25. Determinați numărul natural n pentru care următoarele numere sunt simultan prime:

a) $2^n + 3^n$, $2^{n+1} + 3^n$, $2^{n+2} + 3^n$ și $2^{n+3} + 3^n$;
b) $2^n + 3^n$, $2^n + 3^{n+1}$, $2^n + 3^{n+2}$ și $2^n + 3^{n+3}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** a) Scrieți numerele naturale prime de forma $\overline{4x}$.

b) Scrieți numerele naturale compuse de forma $\overline{5x}$.

(3p) **2.** Determinați numerele naturale prime de două cifre diferite, cu proprietatea că răsturnatele lor sunt numere prime.

(3p) **3.** Determinați numerele prime a și b , care îndeplinesc condiția: $7a + 5b = 90$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

Capitolul: Divizibilitatea numerelor naturale

PARCUL NAȚIONAL PIATRA CRAIULUI

Parcul Național Piatra Craiului, cu suprafața de 14800 ha, se află pe teritoriul județelor Argeș și Brașov. Crearea Parcului Național Piatra Craiului a fost motivată de originalitatea geografică a masivului muntos Piatra Craiului și de biodiversitatea florei și faunei.

Pentru a răspunde la cerințele 1-3, citiți următorul text:

Mihai, elev de clasa a V-a, a căutat pe internet informații despre cele mai înalte vârfuri din masivul muntos Piatra Craiului, unde urma să meargă într-o expediție împreună cu părinții. Informațiile obținute sunt înregistrate în următorul tabel:

Numele vârfului	Vârful Ascuțit	Piatra Mică	Pietricica	Piscul Baciului
Înălțimea	2150 m	1816 m	1764 m	2237 m

Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect.

- Conform informațiilor din tabel, numele vârfului muntos a cărui înălțime este un număr natural multiplu al lui 10 este:
A. Vârful Ascuțit; B. Piatra Mică; C. Pietricica; D. Piscul Baciului.
- Conform informațiilor din tabel, înălțimea vârfului muntos Piatra Mică este un număr natural divizibil cu:
A. 3; B. 4; C. 5; D. 9.
- Conform informațiilor din tabel, numele vârfului muntos a cărui înălțime este un număr natural divizibil cu 9 este:
A. Vârful Ascuțit; B. Piatra Mică; C. Pietricica; D. Piscul Baciului.

Pentru a răspunde la cerințele 4-6, citiți următorul text:

Mihai a programat împreună cu părinții săi expediția din masivul muntos Piatra Craiului în luna august.

Expediția avea ca obiectiv traversarea vârfului Piatra Mică într-o singură zi, urmând un traseu turistic marcat.

La ora 8, înainte de a porni ascensiunea, cele 21 kg de echipament, apă și hrană au fost repartizate astfel: cantitatea din rucsacul tatălui se exprimă prin cel mai mic număr prim de două cifre, iar cantitățile repartizate mamei și lui Mihai sunt două numere compuse, rucsacul lui Mihai fiind cel mai ușor. Datorită consumului de apă până la ora 13 când au ajuns în vârf, rucsacul mamei cântărea mai puțin cu 2 kg, iar după masa de la ora 13 și rucsacul tatălui cântărea mai puțin cu 2 kg. În aceste condiții, o parte din cantitatea de echipament din rucsacul tatălui, exprimată printr-un număr natural, a fost mutată în rucsacul mamei. După această operație, Mihai a observat că numerele prin care se exprimă cantitățile de echipament din cele trei rucsacuri au cel mai mic multiplu comun pe 40.

Capitolul III

FRAȚII ORDINARE



Lecția 23. Frații ordinare



Citesc și rețin

Definiție: O pereche de numere naturale a și b , $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$, se numește **fracție ordinară**. Notația $\frac{a}{b}$ se citește „ a supra b ”.

Numerele naturale a și b se numesc **numărătorul**, respectiv **numitorul** fracției și sunt separate prin **linia de fracție**.

Numitorul unei fracții ne arată în câte părți egale a fost împărțit întregul, iar numărătorul ne arată câte astfel de părți au fost luate.

Observație: Oricare ar fi numărul natural a , acesta se scrie ca fracție ordinară:

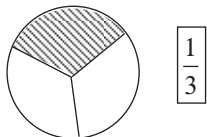
$$a = \frac{a}{1}.$$



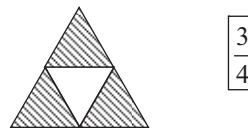
Cum se aplică?

1. Completați caseta cu fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din următorul întreg:

a)



b)



Soluție:

a) Observăm că întregul a fost împărțit în trei părți egale, iar dintre acestea, una a fost hașurată, prin urmare fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv este $\frac{1}{3}$.

b) Observăm că întregul a fost împărțit în patru părți egale, iar dintre acestea, trei au fost hașurate, prin urmare fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv este $\frac{3}{4}$.

2. Scrieți fracția care reprezintă:

a) 5 zile dintr-o săptămână;

b) 41 de minute dintr-o oră.

Soluție:

a) $\frac{5}{7}$;

b) $\frac{41}{60}$.

3. Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{3x}{29}$, unde numărătorul este număr natural impar.

Soluție:

$3x$ este număr natural impar dacă cifra x este 1, 3, 5, 7 sau 9, prin urmare fracțiile sunt: $\frac{31}{29}, \frac{33}{29}, \frac{35}{29}, \frac{37}{29}, \frac{39}{29}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

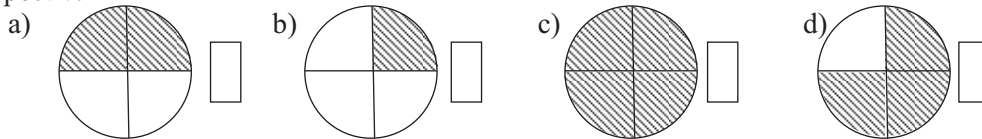
1. Citiți fracțiile următoare:

- a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{8}{7}$.

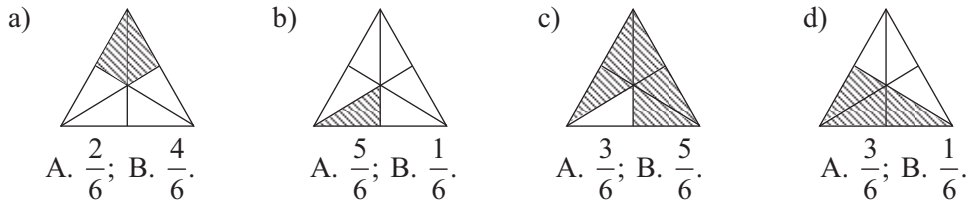
2. Completați spațiile punctate cu numitorii și numărătorii fracțiilor următoare:

- a) $\frac{7}{4}$; b) $\frac{11}{23}$; c) $\frac{51}{16}$; d) $\frac{3}{8}$

3. Completați caseta cu fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv:



4. Încercuți litera corespunzătoare răspunsului corect. Partea hașurată din întreg este reprezentată de fracția ordinară:



5. În tabelul următor sunt înregistrate fracțiile ordinare care corespund părților hașurate din fiecare întreg. Completați caseta corespunzătoare cu litera A, dacă răspunsul este corect sau cu litera F, dacă răspunsul este greșit.



a)	b)	c)	d)
$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$

6. Scrieți fracția ordinară care are:
 a) numărătorul 2 și numitorul 9; b) numărătorul 8 și numitorul 5;
 c) numitorul 37 și numărătorul 3; d) numitorul 4 și numărătorul 25.....
7. Scrieți fracția ordinară care reprezintă:
 a) o treime dintr-un întreg; b) o doime dintr-un întreg;
 c) o pătrime dintr-un întreg; d) o cincime dintr-un întreg
8. Ștefan a cheltuit 3 lei din cei 10 lei pe care îi avea. Ce fracție din întreaga sumă de bani reprezintă:
 a) suma cheltuită; b) suma rămasă?
9. Din cele 48 de file ale unui caiet de matematică, 25 au fost scrise. Ce fracție din numărul filelor caietului reprezintă numărul filelor care:
 a) au fost scrise; b) sunt nescrise?

Exerciții și probleme de dificultate medie

10. Scrieți fracția care reprezintă două treimi dintr-un întreg și apoi reprezentați-o printr-un desen.
11. Scrieți fracția care reprezintă trei pătrimi dintr-un întreg și apoi reprezentați-o printr-un desen.
12. Scrieți fracția care reprezintă:
 a) 17 secunde dintr-un minut; b) 29 de minute dintr-o oră.
13. Scrieți fracțiile de forma:
 a) $\frac{5x}{71}$, cu numărătorul număr par; b) $\frac{89}{6y}$, cu numitorul număr impar.
14. Determinați cifra x pentru care următoarele fracții ordinare au numărătorul și numitorul numere naturale consecutive:
 a) $\frac{1x7}{18x}$; b) $\frac{23x}{2x4}$; c) $\frac{7x2}{73x}$; d) $\frac{45x}{4x6}$.
15. Scrieți fracțiile ordinare care au numărătorul și numitorul numere naturale consecutive de aceeași paritate, în următoarele cazuri:
 a) $\frac{x2}{4x}$, $x \neq 0$; b) $\frac{x5}{7x}$, $x \neq 0$; c) $\frac{6x}{x8}$, $x \neq 0$; d) $\frac{1x}{x3}$, $x \neq 0$.
16. Scrieți fracțiile ordinare în care numărătorul n este un divizor propriu al numitorului:
 a) $\frac{n}{15}$; b) $\frac{n}{81}$; c) $\frac{n}{28}$; d) $\frac{n}{45}$.
17. Scrieți fracțiile ordinare care au numărătorul și numitorul numere naturale prime, în următoarele cazuri:
 a) $\frac{1x}{x1}$, $x \neq 0$; b) $\frac{x3}{3x}$, $x \neq 0$; c) $\frac{x7}{7x}$, $x \neq 0$; d) $\frac{9x}{x9}$, $x \neq 0$.

18. Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{21x}{58y}$, care îndeplinesc condiția:

a) $y = 2x$;

b) $x = 3y$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Determinați numărul fracțiilor ordinare de forma $\frac{ab}{ba}$, unde $a \neq 0$, $b \neq 0$ și $a > b$.

20. Determinați fracția ordinară $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere prime, $a > b$, pentru care fracția ordinară $\frac{a-b}{a+b}$ are numărătorul și numitorul numere prime.

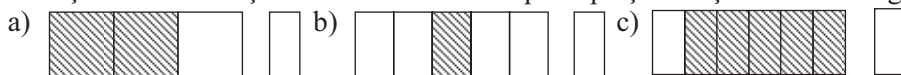


Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți în casete fracțiile ordinare care corespund părților hașurate din întreg.



(3p) 2. Scrieți fracția ordinară care reprezintă șapte luni dintr-un an și apoi reprezentați-o printr-un desen.

(3p) 3. Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{x^7}{7x}$, $x \neq 0$, unde numărătorul și numitorul sunt numere naturale compuse.

Lecția 24. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare



Citesc și rețin

Definiție: Se consideră fracția ordinară $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$. Dacă:

- numărătorul este mai mic decât numitorul ($a < b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **subunitară**;
- numărătorul este egal cu numitorul ($a = b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **echiunitară**;
- numărătorul este mai mare decât numitorul ($a > b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **supraunitară**.



Cum se aplică?

1. Scrieți fracțiile:

a) subunitare cu numitorul 4;

b) echiunitare cu numitorul 7;

c) supraunitare cu numărătorul 5.

Soluție:

a) $\frac{0}{4}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$;

b) $\frac{7}{7}$;

c) $\frac{5}{1}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}$.

2. Determinați numărul natural n pentru care fracția ordinară:

a) $\frac{2^3}{2^n}$ este supraunitară;

b) $\frac{3^n}{7^2}$ este subunitară.

Soluție:

a) Frația ordinară $\frac{2^3}{2^n}$ este supraunitară dacă $2^3 > 2^n$, sau $n < 3$, de unde rezultă că n poate fi: 0, 1 sau 2;

b) Frația ordinară $\frac{3^n}{7^2}$ este subunitară dacă $3^n < 7^2$, sau $3^n < 49$, de unde rezultă că n poate fi: 0, 1, 2 sau 3.

3. Determinați fracțiile supraunitare de forma $\frac{\overline{xy}}{yx}$, $x \neq 0, y \neq 0$, unde \overline{xy} și \overline{yx} sunt numere naturale prime.

Soluție:

Deoarece fracția ordinară $\frac{\overline{xy}}{yx}$ este supraunitară, rezultă că $\overline{yx} < \overline{xy}$, deci $y < x$.

Numerele naturale prime de două cifre \overline{yx} , cu $y < x$, pentru care \overline{xy} este tot număr prim sunt 13, 17 și 37, de unde obținem fracțiile cerute $\frac{31}{13}, \frac{71}{17}$ și $\frac{73}{37}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) Frația $\frac{7}{2}$ este supraunitară.

b) Frația $\frac{5}{5}$ este echiunitară.

c) Frația $\frac{9}{8}$ este subunitară.

d) Frația $\frac{2}{7}$ este subunitară.

2. Dați exemple de două fracții ordinare:

a) subunitare; b) echiunitare; c) supraunitare

- 14.** Determinați cifra x pentru care fracția ordinară $\frac{45}{4x}$ este:
a) supraunitară; b) echiunitară; c) subunitară
- 15.** Determinați cifra x pentru care fracția ordinară $\frac{x13}{41x}$, $x \neq 0$, este:
a) subunitară; b) supraunitară

Exerciții și probleme de dificultate medie

- 16.** Determinați cifrele x și y pentru care fracția ordinară $\frac{x\overline{8}}{5y}$, $x \neq 0$, este:
a) supraunitară; b) subunitară.
- 17.** Determinați cifrele x și y , $y \neq 0$, pentru care fracția ordinară $\frac{65x}{y53}$ este:
a) subunitară; b) echiunitară; c) supraunitară.
- 18.** Determinați numărul natural n pentru care fracțiile următoare sunt supraunitare:
a) $\frac{7^5}{7^n}$; b) $\frac{5^4}{5^n}$; c) $\frac{8^2}{2^n}$; d) $\frac{9^4}{3^n}$.
- 19.** Determinați numărul natural n pentru care fracțiile următoare sunt subunitare:
a) $\frac{2^n}{3^2}$; b) $\frac{5^n}{3^3}$; c) $\frac{2^n}{7^2}$; d) $\frac{5^n}{2^7}$.
- 20.** Scrieți fracțiile ordinare subunitare de forma $\frac{\overline{ab}}{ba}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$ și $a \neq b$, unde \overline{ab} și \overline{ba} sunt numere naturale prime.
- 21.** Arătați că următoarele fracții ordinare sunt supraunitare:
a) $\frac{2^{51}}{4^{25}}$; b) $\frac{3^{43}}{9^{21}}$; c) $\frac{5^{15}}{2^{30}}$; d) $\frac{3^{38}}{2^{57}}$.
- 22.** Arătați că următoarele fracții ordinare sunt subunitare:
a) $\frac{3^{62}}{27^{21}}$; b) $\frac{2^{59}}{16^{15}}$; c) $\frac{5^{34}}{3^{51}}$; d) $\frac{5^{21}}{2^{49}}$.
- 23.** Arătați că fracția ordinară:
a) $\frac{3^{31}}{2^{32} + 2^{29}}$ este supraunitară; b) $\frac{2^{20}}{3^{19} - 3^{17}}$ este subunitară.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

- 24.** Determinați numărul natural x pentru care fracția ordinară $\frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) - x}{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}$ este echiunitară, n fiind număr natural.
- 25.** Arătați că fracția ordinară $\frac{2^{n+1}}{2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n}$ este supraunitară, pentru orice număr natural n .



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți o fracție ordinară:

- a) supraunitară; b) subunitară; c) echiunitară.

(3p) 2. Determinați cifra x pentru care fracția ordinară $\frac{75x}{7x5}$ este:

- a) echiunitară; b) subunitară; c) supraunitară.

(3p) 3. Arătați că fracția ordinară $\frac{2^{41} - 2^{39}}{2^{40} + 2^{39}}$ este echiunitară.

Lecția 25. Scoaterea întregilor din fracție. Introducerea întregilor în fracție



Citesc și rețin

Scriind fracția supraunitară $\frac{a}{b}$ sub forma $q\frac{r}{b}$, unde q și r reprezintă câtul, respectiv restul împărțirii lui a la b , spunem că **am scos întregii din fracție**.

Scriind o fracție de tipul $q\frac{r}{b}$ sub forma $\frac{a}{b}$, unde $a = b \cdot q + r$, spunem că **am introdus întregii în fracție**.



Cum se aplică?

1. Scoateți întregii din următoarele fracții:

- a) $\frac{25}{7}$; b) $\frac{83}{10}$; c) $\frac{161}{13}$.

Soluție:

a) $25 : 7 = 3$ rest 4, deci $25 = 7 \cdot 3 + 4$, așadar $\frac{25}{7} = \frac{7 \cdot 3 + 4}{7} = \frac{7 \cdot 3}{7} + \frac{4}{7} = 3 + \frac{4}{7} = 3\frac{4}{7}$; b) $83 : 10 = 8$ rest 3, deci $\frac{83}{10} = 8\frac{3}{10}$; c) $161 : 13 = 12$ rest 5, deci $\frac{161}{13} = 12\frac{5}{13}$.

2. Introduceți întregii în fracție:

- a) $3\frac{1}{2}$; b) $2\frac{3}{7}$; c) $8\frac{9}{11}$.

Soluție:

- a) $3\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{2} = \frac{7}{2}$; b) $2\frac{3}{7} = \frac{7 \cdot 2 + 3}{7} = \frac{17}{7}$; c) $8\frac{9}{11} = \frac{11 \cdot 8 + 9}{11} = \frac{97}{11}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$; b) $\frac{18}{7} = 2\frac{3}{7}$; c) $\frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$; d) $\frac{7}{3} = 2\frac{2}{3}$;
2. Scoateți întregii din fracțiile următoare:
a) $\frac{8}{5} =$; b) $\frac{9}{4} =$; c) $\frac{8}{3} =$; d) $\frac{9}{2} =$
3. Scoateți întregii din fracțiile următoare:
a) $\frac{29}{7} =$; b) $\frac{32}{5} =$; c) $\frac{43}{9} =$; d) $\frac{57}{8} =$
4. Scoateți întregii din următoarele fracții ordinare:
a) $\frac{67}{10} =$; b) $\frac{83}{10} =$; c) $\frac{77}{10} =$; d) $\frac{91}{10} =$
5. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$; b) $6\frac{1}{7} = \frac{42}{7}$; c) $7\frac{2}{9} = \frac{65}{9}$; d) $4\frac{5}{6} = \frac{25}{6}$;
6. Introduceți întregii în următoarele fracții:
a) $2\frac{1}{3} =$; b) $3\frac{1}{2} =$; c) $1\frac{3}{4} =$; d) $2\frac{3}{7} =$; e) $8\frac{4}{5} =$; f) $6\frac{5}{8} =$; g) $9\frac{1}{6} =$; h) $7\frac{7}{9} =$
7. Introduceți întregii în fracție:
a) $12\frac{9}{10} =$; b) $14\frac{7}{10} =$; c) $21\frac{3}{10} =$; d) $35\frac{1}{10} =$
8. Scoateți întregii din următoarele fracții:
a) $\frac{721}{100} =$; b) $\frac{347}{100} =$; c) $\frac{509}{100} =$; d) $\frac{813}{100} =$
9. Introduceți întregii în fracție:
a) $14\frac{67}{100} =$; b) $29\frac{51}{100} =$; c) $45\frac{29}{100} =$; d) $75\frac{83}{100} =$
10. Scoateți întregii din următoarele fracții:
a) $\frac{219}{20} =$; b) $\frac{763}{25} =$; c) $\frac{921}{30} =$; d) $\frac{827}{40} =$

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Introduceți întregii în fracție:

a) $11\frac{7}{12}$; b) $17\frac{4}{13}$; c) $20\frac{8}{15}$; d) $23\frac{10}{21}$.

12. Scoateți întregii din fracțiile următoare:

a) $\frac{177}{14}$; b) $\frac{191}{11}$; c) $\frac{241}{12}$; d) $\frac{256}{13}$.

13. Determinați numărul natural n pentru care următoarea propoziție este adevărată:

a) $n\frac{2}{3} = \frac{17}{3}$; b) $n\frac{4}{5} = \frac{19}{5}$; c) $n\frac{1}{6} = \frac{25}{6}$; d) $n\frac{7}{9} = \frac{25}{9}$.

14. Determinați numărul natural m pentru care următoarea propoziție este adevărată:

a) $3\frac{m}{5} = \frac{17}{5}$; b) $5\frac{m}{7} = \frac{36}{7}$; c) $7\frac{m}{3} = \frac{25}{3}$; d) $4\frac{m}{9} = \frac{43}{9}$.

15. Determinați numărul natural n din egalitatea:

a) $n\frac{5}{8} + 2\frac{n}{8} = 6$; b) $n\frac{5}{6} + 3\frac{n}{6} = 5$; c) $5\frac{n}{4} + n\frac{3}{4} = 7$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Scoateți întregii din fracția ordinară $f = \frac{\overline{xy0zz}}{xy}$, știind că $z = x + y$ și $x > y > 0$.

17. Determinați numărul natural \overline{ab} , $a \neq 0$, $b \neq 0$, care îndeplinește condiția $\frac{\overline{ba}}{a} = 4\frac{b}{a}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scoateți întregii din următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{79}{10}$; b) $\frac{42}{5}$; c) $\frac{101}{12}$.

(3p) 2. Introduceți întregii în fracție:

a) $7\frac{3}{4}$; b) $5\frac{9}{10}$; c) $4\frac{11}{13}$.

(3p) 3. Determinați numărul natural x pentru care următoarea propoziție este adevărată:

a) $6\frac{x}{10} = \frac{67}{10}$; b) $x\frac{5}{13} = \frac{109}{13}$.

Lecția 26. Frații echivalente



Citesc și rețin

Definiție: Frațiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ se numesc **echivalente** dacă $a \cdot d = b \cdot c$. Notăm $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

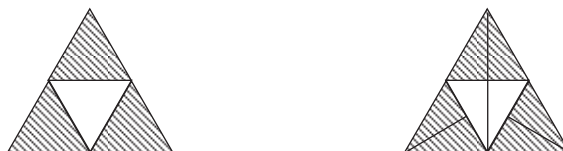
și citim „fracția $\frac{a}{b}$ este echivalentă cu fracția $\frac{c}{d}$ ”.

Fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ nu sunt echivalente, dacă $a \cdot d \neq b \cdot c$. Notăm $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$.



Cum se aplică?

1. Precizați fracțiile ordinare corespunzătoare următoarelor desene și apoi arătați că sunt fracții echivalente, comparând suprafețele hașurate.



Soluție:

Observăm că întregul din stânga a fost împărțit în patru părți egale și trei dintre acestea au fost hașurate, prin urmare fracția ordinară corespunzătoare acestui desen este $\frac{3}{4}$.

Observăm că întregul din dreapta a fost împărțit în opt părți egale și șase dintre acestea au fost hașurate, prin urmare fracția ordinară corespunzătoare acestui desen este $\frac{6}{8}$.

Deoarece întregii sunt egali și suprafețele hașurate sunt egale, rezultă că fracțiile ordinare $\frac{3}{4}$ și $\frac{6}{8}$ sunt echivalente și notăm $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

2. Arătați că:

a) $\frac{4}{3} = \frac{24}{18}$;

b) $\frac{20}{27} \neq \frac{5}{7}$.

Soluție:

a) $4 \cdot 18 = 72$ și $3 \cdot 24 = 72$, prin urmare $\frac{4}{3} = \frac{24}{18}$;

b) $20 \cdot 7 = 140$ și $27 \cdot 5 = 135$, prin urmare $\frac{20}{27} \neq \frac{5}{7}$.

3. Determinați fracția echivalentă cu fracția $\frac{3}{5}$ care să aibă:

a) numărătorul 9;

b) numitorul 20.

Soluție:

a) $\frac{3}{5} = \frac{9}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 9 \Rightarrow 3x = 45 \Rightarrow x = 45 : 3 \Rightarrow x = 15$, așadar fracția este $\frac{9}{15}$;

b) $\frac{3}{5} = \frac{x}{20} \Rightarrow 3 \cdot 20 = 5 \cdot x \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 60 : 5 \Rightarrow x = 12$, așadar fracția este $\frac{12}{20}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele notații:

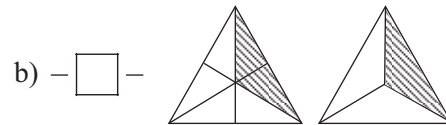
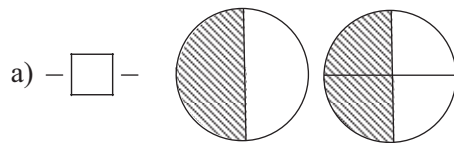
a) $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$;

b) $\frac{8}{7} \neq \frac{25}{21}$;

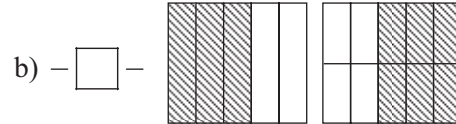
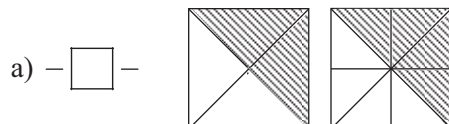
c) $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$;

d) $\frac{49}{15} \neq \frac{7}{2}$.

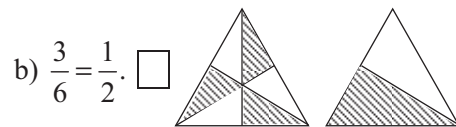
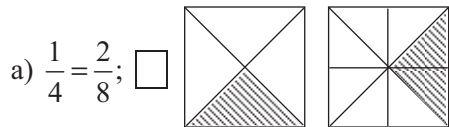
2. Scrieți fracțiile ordinare corespunzătoare părților hașurate din fiecare întreg și apoi, comparând suprafețele hașurate, completați caseta cu semnul corespunzător „=” sau „≠”.



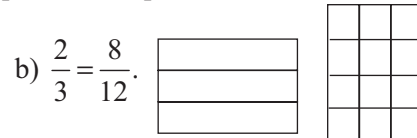
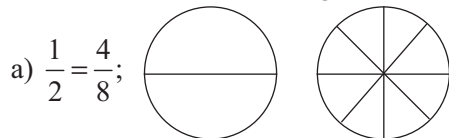
3. Scrieți fracțiile ordinare corespunzătoare părților hașurate din fiecare întreg și apoi, comparând suprafețele hașurate, completați caseta cu semnul corespunzător „=” sau „≠”.



4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții, folosind desenele corespunzătoare:



5. Hașurați în fiecare caz întregii, astfel încât propoziția corespunzătoare să fie adevărată.



6. La exercițiul 5, am hașurat desenele astfel încât: a) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ și b) $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $1 \cdot 8 = 2 \cdot 4$;

b) $2 \cdot 12 = 3 \cdot 8$;

7. Folosind exercițiul 6, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) Dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $b \neq 0$ și $d \neq 0$, atunci $a \cdot d = b \cdot c$.

b) Dacă $a \cdot d = b \cdot c$, $b \neq 0$ și $d \neq 0$, atunci $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

8. Folosind exercițiul 7. b), stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$;

b) $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$;

c) $\frac{25}{30} = \frac{5}{4}$;

d) $\frac{3}{8} = \frac{12}{32}$.

9. Folosind exercițiul 7. b), arătați că următoarele fracții sunt echivalente:

a) $\frac{2}{5}$ și $\frac{16}{40}$;

b) $\frac{7}{4}$ și $\frac{35}{20}$;

c) $\frac{5}{8}$ și $\frac{45}{72}$;

d) $\frac{9}{8}$ și $\frac{63}{56}$.

d)

10. Scrieți două fracții echivalente folosind divizorii proprii ai numărului natural:

a) 12;

b) 32;

c) 18;

d) 20.

d)

11. Folosind exercițiul 7. a), calculați numărul natural x pentru care:

a) $\frac{x}{9} = \frac{4}{3}$;

b) $\frac{8}{x} = \frac{2}{7}$;

c) $\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$;

d) $\frac{4}{3} = \frac{x}{9}$.

d)

12. Aflați fracția echivalentă cu fracția $\frac{6}{7}$ care are:

a) numărătorul 42;

b) numitorul 35;

c) numărătorul 54;

d) numitorul 56.

d)

Exerciții și probleme de dificultate medie

13. Aflați numărul natural x , știind că următoarele fracții sunt echivalente:

a) $\frac{x+2}{4}$ și $\frac{7}{2}$;

b) $\frac{6}{x+4}$ și $\frac{3}{4}$;

c) $\frac{x-7}{6}$ și $\frac{3}{2}$;

d) $\frac{5}{3}$ și $\frac{x-3}{9}$.

14. Aflați numărul natural n pentru care sunt echivalente fracțiile:

a) $\frac{2n}{21}$ și $\frac{6}{7}$; b) $\frac{15}{4n}$ și $\frac{3}{4}$; c) $\frac{9}{8}$ și $\frac{3n}{16}$; d) $\frac{3}{8}$ și $\frac{15}{4n}$.

15. Determinați numărul natural x , știind că:

a) $\frac{x}{2^{13}} = \frac{2^{15}}{4^{13}}$; b) $\frac{3^{11}}{x} = \frac{9^{17}}{3^{24}}$; c) $\frac{2^{17}}{8^{13}} = \frac{x}{2^{27}}$; d) $\frac{25^{15}}{5^{20}} = \frac{5^{12}}{x}$.

16. Arătați că următoarele fracții sunt echivalente:

a) $\frac{2^{31}}{4^{20}}$ și $\frac{2^{26}}{32^7}$; b) $\frac{9^{21}}{3^{53}}$ și $\frac{27^3}{81^5}$; c) $\frac{4^{20}}{2^{25}}$ și $\frac{64^5}{8^5}$; d) $\frac{3^{14}}{27^8}$ și $\frac{81^7}{9^{19}}$.

17. Determinați numărul natural n pentru care următoarele fracții ordinare sunt echivalente:

a) $\frac{2^n}{2^{10}}$ și $\frac{2^{33}}{2^6}$; b) $\frac{3^n}{3^{10}}$ și $\frac{3^{12}}{3^9}$; c) $\frac{5^6}{5^n}$ și $\frac{5^{14}}{5^{19}}$; d) $\frac{3^{24}}{3^{20}}$ și $\frac{3^{15}}{3^n}$.

18. Determinați cifra x , $x \neq 0$, dacă:

a) $\frac{7}{9} = \frac{\overline{x2}}{5x}$; b) $\frac{\overline{x4}}{7x} = \frac{1}{3}$; c) $\frac{\overline{x5}}{2x} = \frac{5}{2}$; d) $\frac{\overline{x6}}{3x} = \frac{8}{5}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Determinați numărul natural \overline{ab} , $a \neq 0$, $b \neq 0$, știind că:

a) $\frac{\overline{ab}}{ba} = \frac{2}{9}$; b) $\frac{\overline{ab}}{ba} = \frac{3}{8}$; c) $\frac{\overline{ab}}{ba} = \frac{6}{5}$.

20. Determinați numărul natural n în fiecare dintre cazurile:

a) $\frac{32^5}{2^{n+3}} = \frac{8^n : 4}{16^3}$; b) $\frac{3^{n+1}}{27^4} = \frac{9^n : 3}{81^5}$; c) $\frac{64^3}{2^{n+4}} = \frac{4^{11}}{16^n : 2}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$; b) $\frac{4}{3} = \frac{16}{15}$; c) $\frac{63}{18} = \frac{7}{2}$.

(3p) 2. Determinați fracția ordinară care are numitorul egal cu 48 și este echivalentă cu fracția $\frac{9}{8}$.

(3p) 3. Determinați numărul natural n pentru care fracțiile $\frac{7^n}{7^{10}}$ și $\frac{7^{12}}{7^{17}}$ sunt echivalente.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Precizați: a) numitorul fracției $\frac{15}{13}$; b) numărătorul fracției $\frac{7}{9}$.
- (2p) 2. Scrieți o fracție ordinară: a) supraunitară; b) echiunitară.
- (1p) 3. Scoateți întregii din fracția ordinară $\frac{83}{10}$.
- (1p) 4. Arătați că fracțiile ordinare $\frac{3}{4}$ și $\frac{21}{28}$ sunt echivalente.
- (1p) 5. Arătați că fracția ordinară $\frac{5^{30} - 5^{29}}{2^{60}}$ este supraunitară.
- (2p) 6. Determinați numărul natural n pentru care $\frac{2n}{5} = \frac{24}{20}$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Scrieți fracția care reprezintă: a) 19 ore dintr-o zi; b) 7 minute dintr-o oră.
- (2p) 2. Introduceți întregii în fracție: a) $3\frac{1}{4}$; b) $8\frac{5}{6}$.
- (1p) 3. Scrieți fracțiile ordinare supraunitare care au numărătorul egal cu 3.
- (1p) 4. Determinați numărul natural x pentru care $\frac{7}{x} = \frac{21}{12}$.
- (1p) 5. Determinați numărul natural n pentru care fracția ordinară $\frac{3^n}{2^5}$ este subunitară.
- (2p) 6. Aflați numărul natural x pentru care fracțiile $\frac{125}{5^{10}}$ și $\frac{5^x}{25^{11}}$ sunt echivalente.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (2p) 1. Scrieți fracția ordinară care are:
a) numărătorul 5 și numitorul 8; b) numitorul 9 și numărătorul 2.
- (2p) 2. Scoateți întregii din următoarele fracții ordinare: a) $\frac{43}{8}$; b) $\frac{91}{11}$.
- (1p) 3. Scrieți fracțiile ordinare subunitare care au numitorul egal cu 4.
- (1p) 4. Arătați că fracțiile ordinare $\frac{2}{3}$ și $\frac{16}{24}$ sunt echivalente.
- (1p) 5. Determinați numărul natural n pentru care fracția ordinară $\frac{27^4}{81^n}$ este echiunitară.
- (2p) 6. Determinați cifra x , $x \neq 0$, pentru care fracțiile $\frac{1}{3}$ și $\frac{2x}{x4}$ sunt echivalente.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele notații:

a) $\overset{10)}{5}$;
 $\frac{5}{9}$;

b) $\overset{7)}{25}$;
 $\frac{25}{31}$;

c) $\overset{5)}{53}$;
 $\frac{53}{47}$;

d) $\overset{15)}{8}$;
 $\frac{8}{3}$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\overset{3)}{10} = \frac{10 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{30}{36}$;

b) $\overset{4)}{20} = \frac{20 : 4}{16 : 4} = \frac{5}{4}$;

c) $\overset{5)}{15} = \frac{15 \cdot 5}{14 \cdot 5} = \frac{75}{70}$.

3. Efectuați amplificările:

a) $\overset{3)}{2} = \dots$;

b) $\overset{4)}{2} = \dots$;

c) $\overset{7)}{2} = \dots$.

4. Efectuați amplificările:

a) $\overset{6)}{7} = \dots$;

b) $\overset{8)}{7} = \dots$;

c) $\overset{9)}{7} = \dots$.

5. Amplificați cu 5 fracțiile următoare:

a) $\frac{4}{7} = \dots$;

b) $\frac{5}{9} = \dots$;

c) $\frac{8}{3} = \dots$.

6. Amplificați cu 10 fracțiile următoare:

a) $\frac{11}{21} = \dots$;

b) $\frac{23}{19} = \dots$;

c) $\frac{25}{42} = \dots$.

7. Completați tabelul următor:

$\overset{n)}{4} = \frac{12}{21}$	$\overset{n)}{2} = \frac{10}{25}$	$\overset{n)}{3} = \frac{21}{28}$	$\overset{n)}{8} = \frac{64}{40}$
$n =$	$n =$	$n =$	$n =$

8. Amplificați fiecare fracție cu un număr natural pentru a avea numărătorul 24:

a) $\overset{)}{8} = \dots$;

b) $\overset{)}{6} = \dots$;

c) $\overset{)}{4} = \dots$.

9. Amplificați fiecare fracție cu un număr natural pentru a avea numitorul 60:

a) $\overset{)}{19} = \dots$;

b) $\overset{)}{17} = \dots$;

c) $\overset{)}{13} = \dots$.

10. Amplificați fiecare fracție cu un număr natural pentru a avea numărătorul 75:

a) $\overset{)}{15} = \dots$;

b) $\overset{)}{3} = \dots$;

c) $\overset{)}{5} = \dots$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Amplificați fracțiile ordinare $\frac{17}{6}$ și $\frac{2}{9}$, astfel încât să obțineți fracții cu numitorul 18.
12. Amplificați fracțiile $\frac{4}{15}$ și $\frac{10}{3}$, astfel încât să obțineți fracții cu numărătorul 20.
13. Amplificați fracțiile $\frac{5}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{16}$, astfel încât să obțineți fracții cu numitorul 48.
14. Amplificați fracțiile $\frac{12}{11}$, $\frac{10}{7}$, $\frac{15}{4}$, astfel încât să obțineți fracții cu numărătorul 60.
15. Amplificați fracțiile $\frac{7}{8}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{25}{24}$, astfel încât să obțineți fracții cu numitorul 96.
16. Amplificați fracțiile $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{12}{11}$, $\frac{28}{25}$, astfel încât să obțineți fracții cu numărătorul 84.
17. Amplificați fracțiile $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{19}{24}$, astfel încât să obțineți fracții cu numitorul 72.
18. Amplificați fracțiile $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{15}{11}$, $\frac{18}{25}$, astfel încât să obțineți fracții cu numărătorul 90.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Amplificați fracțiile $\frac{1}{5 \cdot 10^n}$ și $\frac{3}{4 \cdot 10^n}$, unde n este număr natural, astfel încât să obțineți fracții cu numitorul 10^{n+3} .
20. Scrieți fracția care se obține prin amplificarea fracției $\frac{ab}{cd}$, $a \neq 0$ și $c \neq 0$, cu numărul natural 10101.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Amplificați cu 10 următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{17}{11}$;

b) $\frac{21}{19}$;

c) $\frac{23}{26}$.

- (3p) 2. Determinați numărul natural cu care trebuie amplificată fracția ordinară $\frac{4}{7}$

pentru a avea:

a) numărătorul 20;

b) numitorul 56.

- (3p) 3. Amplificați fracțiile ordinare $\frac{10}{18}$, $\frac{3}{4}$ și $\frac{15}{12}$, astfel încât să aibă:

a) același numărător, 30;

b) același numitor, 72.

Lecția 28. Simplificarea fracțiilor



Citesc și rețin

Definiție: Fie a și b două numere naturale date, $b \neq 0$ și c un divizor comun al lor, $c \neq 1$. A **simplifica** fracția $\frac{a}{b}$ cu numărul natural c înseamnă a împărți numărătorul și

numitorul fracției la c . Notăm astfel: $\frac{a^{(c)}}{b} = \frac{a:c}{b:c}$.

Observație: Frația obținută prin simplificare este **echivalentă** cu fracția dată.

Definiție: O fracție care nu se mai poate simplifica se numește **fracție ireductibilă**.

Definiție: O fracție care se mai poate simplifica se numește **fracție reductibilă**.



Cum se aplică?

1. Simplificați fracția $\frac{12}{18}$ cu următoarele numere naturale:

a) 2;

b) 3;

c) 6.

Soluție:

$$\text{a) } \frac{12^{(2)}}{18} = \frac{12:2}{18:2} = \frac{6}{9}; \quad \text{b) } \frac{12^{(3)}}{18} = \frac{12:3}{18:3} = \frac{4}{6}; \quad \text{c) } \frac{12^{(6)}}{18} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3}.$$

2. Simplificați fracțiile următoare până obțineți fracții ireductibile:

a) $\frac{150}{210}$;

b) $\frac{3^{17}}{9^{10}}$.

Soluție:

$$\text{a) } \frac{150^{(10)}}{210} = \frac{15^{(3)}}{21} = \frac{5}{7};$$

$$\text{b) } \frac{3^{17}}{9^{10}} = \frac{3^{17}}{(3^2)^{10}} = \frac{3^{17}}{3^{20}} = \frac{3^{17(3^{17})}}{3^{20}} = \frac{3^0}{3^3} = \frac{1}{27}.$$

3. Simplificați fracțiile următoare până obțineți fracții ireductibile:

a) $\frac{2^{21} - 2^{19}}{2^{23} + 2^{20}}$;

b) $\frac{13013}{91091}$.

Soluție:

$$\text{a) } \frac{2^{21} - 2^{19}}{2^{23} + 2^{20}} = \frac{2^{19}(2^2 - 2^0)}{2^{20}(2^3 + 2^0)} = \frac{2^{19}(4 - 1)}{2^{20}(8 + 1)} = \frac{2^{19} \cdot 3^3}{2^{20} \cdot 9} = \frac{2^{19(2^{19})}}{2^{20} \cdot 3} = \frac{1}{2^1 \cdot 3} = \frac{1}{6};$$

$$\text{b) } \frac{13013}{91091} = \frac{13 \cdot 10^3 + 13}{91 \cdot 10^3 + 91} = \frac{13(10^3 + 1)}{91(10^3 + 1)} = \frac{13 \cdot 1001^{(1001)}}{91 \cdot 1001} = \frac{13^{(13)}}{91} = \frac{1}{7}.$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele notații:

a) $\frac{27^{(3)}}{15}$; b) $\frac{35^{(7)}}{42}$; c) $\frac{40^{(5)}}{45}$; d) $\frac{72^{(8)}}{56}$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\frac{15^{(3)}}{12} = \frac{15 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{45}{36}$; b) $\frac{18^{(6)}}{24} = \frac{18 : 6}{24 : 6} = \frac{3}{4}$; c) $\frac{35^{(7)}}{56} = \frac{35 : 7}{56 : 7} = \frac{5}{8}$.

3. Efectuați simplificările:

a) $\frac{9^{(3)}}{12} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{6^{(3)}}{15} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{30^{(3)}}{27} = \dots\dots\dots$.

4. Efectuați simplificările:

a) $\frac{8^{(4)}}{12} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{24^{(4)}}{20} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{28^{(4)}}{40} = \dots\dots\dots$.

5. Simplificați cu 5 fracțiile următoare:

a) $\frac{15}{10} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{20}{45} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{35}{30} = \dots\dots\dots$.

6. Simplificați cu 8 fracțiile următoare:

a) $\frac{32}{24} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{64}{40} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{56}{72} = \dots\dots\dots$.

7. Efectuați simplificările:

a) $\frac{48^{(6)}}{72} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{84^{(7)}}{56} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{63^{(9)}}{45} = \dots\dots\dots$.

8. Completați tabelul următor:

$\frac{28^{(n)}}{24} = \frac{7}{6}$	$\frac{25^{(n)}}{30} = \frac{5}{6}$	$\frac{21^{(n)}}{35} = \frac{3}{5}$	$\frac{32^{(n)}}{40} = \frac{4}{5}$
$n =$	$n =$	$n =$	$n =$

9. Dintre următoarele fracții ordinare, subliniați-le pe cele care sunt reducibile:

a) $\frac{9}{24}$; b) $\frac{5}{52}$; c) $\frac{4}{28}$; d) $\frac{6}{27}$; e) $\frac{8}{25}$; f) $\frac{7}{35}$;
g) $\frac{32}{55}$; h) $\frac{42}{51}$; i) $\frac{60}{49}$; j) $\frac{56}{35}$; k) $\frac{45}{40}$; l) $\frac{72}{48}$.

10. Simplificați fracțiile următoare până devin ireducibile:

a) $\frac{30}{12}$; b) $\frac{28}{42}$; c) $\frac{32}{40}$; d) $\frac{45}{27}$; e) $\frac{36}{48}$; f) $\frac{48}{54}$;

g) $\frac{75}{50}$; h) $\frac{80}{64}$; i) $\frac{81}{54}$; j) $\frac{72}{90}$; k) $\frac{60}{84}$; l) $\frac{84}{96}$.

d)	f)
j)	l)

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Simplificați fracțiile următoare până devin ireductibile:

a) $\frac{210}{120}$; b) $\frac{144}{180}$; c) $\frac{196}{140}$; d) $\frac{252}{189}$; e) $\frac{256}{288}$; f) $\frac{315}{270}$;
 g) $\frac{324}{243}$; h) $\frac{240}{336}$; i) $\frac{225}{600}$; j) $\frac{504}{420}$; k) $\frac{720}{576}$; l) $\frac{650}{845}$.

12. Simplificați fracțiile următoare până când obțineți fracții ireductibile:

a) $\frac{2^{20}}{2^{21}}$; b) $\frac{3^{34}}{3^{37}}$; c) $\frac{5^{63}}{5^{65}}$; d) $\frac{6^{47}}{6^{48}}$; e) $\frac{7^{78}}{7^{80}}$; f) $\frac{4^{88}}{4^{91}}$;
 g) $\frac{2^{49}}{8^{17}}$; h) $\frac{8^{25}}{16^{20}}$; i) $\frac{4^{26}}{32^{11}}$; j) $\frac{9^{17}}{3^{37}}$; k) $\frac{27^{30}}{3^{91}}$; l) $\frac{81^{19}}{9^{39}}$.

13. Determinați cifra x pentru care următoarele fracții sunt reductibile:

a) $\frac{15}{4x}$; b) $\frac{\overline{5x}}{21}$; c) $\frac{35}{6x}$; d) $\frac{\overline{8x}}{63}$.

14. Determinați cifra x pentru care fracțiile următoare sunt ireductibile:

a) $\frac{\overline{2x}}{14}$; b) $\frac{45}{5x}$; c) $\frac{\overline{3x}}{75}$; d) $\frac{42}{8x}$.

15. Simplificați fracțiile următoare până devin fracții ireductibile:

a) $\frac{2^{20}}{2^{18} + 2^{19}}$; b) $\frac{5^{21} - 5^{20}}{5^{21}}$; c) $\frac{3^{15} + 3^{17}}{3^{18}}$; d) $\frac{7^{13}}{7^{13} - 7^{12}}$.

16. Simplificați următoarele fracțiile până devin ireductibile:

a) $\frac{2^{92} - 2^{90}}{2^{90} + 2^{93}}$; b) $\frac{5^{42} - 5^{40}}{5^{43} - 5^{42}}$; c) $\frac{6^{53} + 6^{54}}{6^{56} - 6^{54}}$; d) $\frac{7^{87} - 7^{85}}{7^{88} + 7^{87}}$.

17. Simplificați fracțiile următoare până când obțineți fracții ireductibile:

a) $\frac{131313}{656565}$; b) $\frac{140014}{420042}$; c) $\frac{70707}{616161}$; d) $\frac{50505}{373737}$.

18. Simplificați fracțiile următoare până devin fracții ireductibile:

a) $\frac{3^{50} + 81^{12}}{9^{25} - 27^{16}}$; b) $\frac{5^{97} - 125^{32}}{5^{98} - 25^{48}}$; c) $\frac{8^{24} - 128^{10}}{4^{35} + 2^{73}}$; d) $\frac{2^{43} + 4^{21}}{64^7 + 16^{11}}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Simplificați fracția ordinară $f = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + 74}{75 + 76 + 77 + \dots + 999}$ până devine ireductibilă.

20. Arătați că următoarele fracții sunt reductibile, pentru orice număr natural n :

a) $\frac{2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n}{3^n \cdot 5^{n+1} + 3^{n+2} \cdot 5^n}$; b) $\frac{2^{n+3} \cdot 7^n + 2^n \cdot 7^{n+1}}{3^n \cdot 7^{n+2} - 3^{n+2} \cdot 7^n}$; c) $\frac{3^{n+3} \cdot 7^n - 3^n \cdot 7^{n+1}}{5^n \cdot 7^{n+2} - 5^{n+2} \cdot 7^n}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Simplificați următoarele fracții ordinare până devin ireductibile:

a) $\frac{36}{24}$; b) $\frac{45}{54}$; c) $\frac{180}{144}$.

(3p) 2. Simplificați fracția ordinară $\frac{7^{21}}{7^{20} + 7^{21}}$ până devine ireductibilă.

(3p) 3. Determinați cifra a pentru care fracția ordinară $\frac{5a}{12}$ este ireductibilă.

Lecția 29. Aducerea fracțiilor la același numitor comun



Citesc și rețin

Pentru a aduce două sau mai multe fracții ordinare la cel mai mic numitor comun procedăm astfel:

- se află c.m.m.m.c. al numitorilor fracțiilor date;
- se amplifică fiecare fracție cu câtul dintre c.m.m.m.c. al numitorilor și numitorul fracției respective.



Cum se aplică?

1. Aduceți la același numitor comun fracțiile:

a) $\frac{5}{2}, \frac{3}{8}$; b) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$.

Soluție:

a) Cel mai mic numitor comun al fracțiilor $\frac{5}{2}$ și $\frac{3}{8}$ este 8. $8 : 2 = 4$, $\frac{4 \cdot 5}{2} = \frac{20}{8}$,
 $8 : 8 = 1$, $\frac{1 \cdot 3}{8} = \frac{3}{8}$.

b) Cel mai mic numitor comun al fracțiilor $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ și $\frac{7}{12}$ este 12. $12 : 4 = 3$, $\frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{12}$,
 $12 : 6 = 2$, $\frac{2 \cdot 5}{6} = \frac{10}{12}$, $12 : 12 = 1$, $\frac{1 \cdot 7}{12} = \frac{7}{12}$.

2. Aduceți la același numitor comun fracțiile:

a) $\frac{7}{4}$, $\frac{13}{10}$; b) $\frac{11}{6}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{16}{27}$.

Soluție:

a) Cel mai mic numitor comun al fracțiilor $\frac{7}{4}$ și $\frac{13}{10}$ este 20. $20 : 4 = 5$, $\frac{5 \cdot 7}{4} = \frac{35}{20}$,
 $20 : 10 = 2$, $\frac{2 \cdot 13}{10} = \frac{26}{20}$.

b) Cel mai mic numitor comun al fracțiilor $\frac{11}{6}$, $\frac{5}{18}$ și $\frac{16}{27}$ este 54. $54 : 6 = 9$,
 $\frac{9 \cdot 11}{6} = \frac{99}{6}$, $54 : 18 = 3$, $\frac{3 \cdot 5}{18} = \frac{15}{54}$, $54 : 27 = 2$, $\frac{2 \cdot 16}{27} = \frac{32}{54}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mic numitor comun al fracțiilor $\frac{5}{2}$ și $\frac{1}{6}$ este:

- A. 2; B. 4; C. 3; D. 6.

2. Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Cel mai mic numitor comun al fracțiilor $\frac{13}{10}$, $\frac{7}{6}$ și $\frac{11}{15}$ este:

- A. 45; B. 30; C. 60; D. 90.

3. Amplificați fiecare fracție cu un număr pentru a avea numitorul 20:

- a) $\frac{9}{10} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{8}{5} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{11}{4} = \dots\dots\dots$; d) $\frac{5}{2} = \dots\dots\dots$.

4. Amplificați fiecare fracție cu un număr pentru a avea numitorul 24:

- a) $\frac{7}{8} = \dots\dots\dots$; b) $\frac{5}{6} = \dots\dots\dots$; c) $\frac{7}{4} = \dots\dots\dots$; d) $\frac{11}{3} = \dots\dots\dots$.

- 5.** Completați spațiile punctate cu cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracții:
 a) $\frac{7}{2}$ și $\frac{5}{4}$; b) $\frac{5}{8}$ și $\frac{3}{4}$; c) $\frac{8}{3}$ și $\frac{7}{6}$; d) $\frac{8}{9}$ și $\frac{4}{3}$
- 6.** Completați spațiile punctate cu cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracții:
 a) $\frac{3}{4}$ și $\frac{2}{3}$; b) $\frac{7}{2}$ și $\frac{3}{5}$; c) $\frac{8}{3}$ și $\frac{4}{5}$; d) $\frac{1}{6}$ și $\frac{5}{9}$
- 7.** Completați spațiile punctate cu cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracții:
 a) $\frac{7}{16}, \frac{3}{8}, \frac{11}{32}$; b) $\frac{5}{12}, \frac{4}{3}, \frac{13}{36}$; c) $\frac{2}{7}, \frac{3}{14}, \frac{25}{28}$; d) $\frac{4}{15}, \frac{2}{3}, \frac{27}{30}$
- 8.** Completați spațiile punctate cu cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracții:
 a) $\frac{5}{4}, \frac{1}{6}, \frac{7}{8}$; b) $\frac{2}{9}, \frac{5}{6}, \frac{7}{4}$; c) $\frac{7}{4}, \frac{3}{10}, \frac{9}{8}$; d) $\frac{3}{8}, \frac{7}{6}, \frac{5}{9}$
- 9.** Aduceți la același numitor comun următoarele fracții ordinare:
 a) $\frac{3}{10}$ și $\frac{4}{5}$; b) $\frac{3}{4}$ și $\frac{5}{12}$; c) $\frac{2}{15}$ și $\frac{8}{3}$; d) $\frac{7}{6}$ și $\frac{5}{18}$.

c)																				
d)																				

Exerciții și probleme de dificultate medie

- 10.** Aduceți la același numitor comun următoarele fracții ordinare:
 a) $\frac{9}{10}$ și $\frac{3}{4}$; b) $\frac{5}{8}$ și $\frac{7}{12}$; c) $\frac{2}{15}$ și $\frac{5}{6}$; d) $\frac{4}{9}$ și $\frac{7}{12}$.
- 11.** Aduceți la același numitor comun următoarele fracții ordinare:
 a) $\frac{5}{2}, \frac{1}{6}, \frac{7}{18}$; b) $\frac{7}{24}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}$; c) $\frac{5}{6}, \frac{1}{30}, \frac{4}{15}$; d) $\frac{7}{9}, \frac{1}{6}, \frac{5}{36}$.
- 12.** Aduceți la același numitor comun următoarele fracții ordinare:
 a) $\frac{2}{7}, \frac{5}{4}, \frac{3}{14}$; b) $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{1}{10}$; c) $\frac{2}{9}, \frac{5}{18}, \frac{7}{4}$; d) $\frac{7}{8}, \frac{4}{5}, \frac{3}{10}$.
- 13.** Aduceți la același numitor comun următoarele fracții ordinare:
 a) $\frac{4}{15}, \frac{3}{5}, \frac{8}{9}$; b) $\frac{7}{12}, \frac{3}{10}, \frac{4}{15}$; c) $\frac{8}{9}, \frac{4}{21}, \frac{5}{7}$; d) $\frac{5}{18}, \frac{7}{6}, \frac{4}{27}$.

14. Aduceți la același numitor comun următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{2}{9}, \frac{5}{24}, \frac{7}{18}$; b) $\frac{3}{20}, \frac{4}{5}, \frac{9}{16}$; c) $\frac{4}{15}, \frac{2}{5}, \frac{7}{25}$; d) $\frac{5}{28}, \frac{3}{14}, \frac{7}{12}$.

15. Aduceți la același numitor comun următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{11}{16}, \frac{25}{24}$; b) $\frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{11}{14}, \frac{25}{28}$; c) $\frac{2}{5}, \frac{1}{6}, \frac{11}{15}, \frac{13}{18}$; d) $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{11}{20}, \frac{17}{25}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Aduceți la același numitor comun fracțiile $\frac{3}{8 \cdot 10^{n-1}}$ și $\frac{7}{5 \cdot 10^{n+1}}$, unde n este număr natural diferit de zero.

17. Determinați fracțiile ordinare $\frac{a}{ab}$ și $\frac{b}{ba}$, $0 < a < b$, știind că cel mai mic numitor comun al lor este 84.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Determinați cel mai mic numitor comun pentru următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{3}{2}, \frac{4}{9}$; b) $\frac{9}{4}, \frac{11}{14}$; c) $\frac{7}{12}, \frac{5}{9}$.

(3p) 2. Aduceți la același numitor comun fracțiile ordinare:

a) $\frac{11}{12}$ și $\frac{17}{18}$; b) $\frac{4}{5}, \frac{7}{8}$ și $\frac{11}{10}$.

(3p) 3. Aduceți la același numitor comun fracțiile ordinare $\frac{11}{12}, \frac{1}{6}, \frac{13}{24}$ și $\frac{15}{32}$.

Lecția 30. Compararea fracțiilor ordinare



Citesc și rețin

Dintre două fracții ordinare cu același numitor este mai mare fracția cu numărătorul mai mare.

$$\frac{a}{n} > \frac{b}{n}, \text{ dacă } a > b.$$

Dintre două fracții ordinare cu același numărător este mai mare fracția cu numitorul mai mic:

$$\frac{n}{a} > \frac{n}{b}, \text{ dacă } a < b.$$

Observație: Pentru a compara două fracții ordinare care au numărătorii și numitorii diferiți, se aduc fracțiile respective la același numărător comun sau la același numitor comun.



Cum se aplică?

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\frac{29}{12} > \frac{23}{12}$;

b) $\frac{31}{25} < \frac{31}{20}$.

Soluție:

a) Propoziția $\frac{29}{12} > \frac{23}{12}$ este adevărată, deoarece fracțiile au același numitor, 12, iar fracția $\frac{29}{12}$ are numărătorul mai mare decât fracția $\frac{23}{12}$;

b) Propoziția $\frac{31}{25} < \frac{31}{20}$ este adevărată, deoarece fracțiile au același numărător, 31, iar fracția $\frac{31}{25}$ are numitorul mai mare decât fracția $\frac{31}{20}$.

2. Comparați fracțiile:

a) $\frac{19}{4}$ și $\frac{25}{6}$;

b) $\frac{4}{17}$ și $\frac{10}{39}$.

Soluție:

a) Aducem fracțiile la același numitor comun: $\frac{3)19}{4} = \frac{57}{12}$, $\frac{2)25}{6} = \frac{50}{12}$, deci $\frac{57}{12} > \frac{50}{12}$, așadar, $\frac{19}{4} > \frac{25}{6}$;

b) Aducem fracțiile la același numărător comun: $\frac{5)4}{17} = \frac{20}{85}$, $\frac{2)10}{39} = \frac{20}{78}$, deci $\frac{20}{85} < \frac{20}{78}$, așadar, $\frac{4}{17} < \frac{10}{39}$.

3. Scrieți în ordine crescătoare fracțiile ordinare $\frac{13}{9}$, $\frac{25}{18}$ și $\frac{17}{12}$.

Soluție:

Aducem fracțiile la același numitor comun care este 36; $\frac{4)13}{9} = \frac{52}{36}$, $\frac{2)25}{18} = \frac{50}{36}$ și $\frac{3)17}{12} = \frac{51}{36}$, de unde rezultă că $\frac{50}{36} < \frac{51}{36} < \frac{52}{36}$, prin urmare, scriind în ordine crescătoare fracțiile, obținem: $\frac{25}{18}$, $\frac{17}{12}$, $\frac{13}{9}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $\frac{7}{5} < \frac{8}{5}$; b) $\frac{11}{4} > \frac{9}{4}$; c) $\frac{8}{7} > \frac{9}{7}$; d) $\frac{5}{3} < \frac{4}{3}$;
 e) $\frac{18}{11} > \frac{17}{11}$; f) $\frac{19}{13} < \frac{12}{13}$; g) $\frac{15}{19} > \frac{16}{19}$; h) $\frac{23}{15} < \frac{28}{15}$;

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a) $\frac{3}{5} < \frac{3}{4}$; b) $\frac{5}{6} > \frac{5}{7}$; c) $\frac{7}{4} < \frac{7}{6}$; d) $\frac{8}{5} > \frac{8}{9}$;
 e) $\frac{19}{11} < \frac{19}{10}$; f) $\frac{14}{13} < \frac{14}{15}$; g) $\frac{21}{19} > \frac{21}{16}$; h) $\frac{35}{27} > \frac{35}{29}$;

3. Scrieți în casetă un număr natural, astfel încât propoziția respectivă să fie adevărată:

- a) $\frac{31}{27} > \frac{\square}{27}$; b) $\frac{\square}{53} < \frac{41}{53}$; c) $\frac{\square}{29} > \frac{67}{29}$; d) $\frac{75}{31} < \frac{\square}{31}$;
 e) $\frac{\square}{43} < \frac{60}{43}$; f) $\frac{71}{52} > \frac{\square}{52}$; g) $\frac{19}{61} < \frac{\square}{61}$; h) $\frac{\square}{73} > \frac{45}{73}$.

4. Scrieți în casetă un număr natural, astfel încât propoziția respectivă să fie adevărată:

- a) $\frac{23}{13} > \frac{23}{\square}$; b) $\frac{37}{\square} < \frac{37}{24}$; c) $\frac{43}{50} > \frac{43}{\square}$; d) $\frac{25}{\square} < \frac{25}{61}$;
 e) $\frac{53}{\square} < \frac{53}{25}$; f) $\frac{67}{75} > \frac{67}{\square}$; g) $\frac{79}{64} < \frac{79}{\square}$; h) $\frac{83}{90} > \frac{83}{\square}$.

5. Comparați următoarele fracții ordinare, aducându-le la același numitor comun:

- a) $\frac{3}{2}$ și $\frac{7}{5}$; b) $\frac{7}{4}$ și $\frac{11}{6}$; c) $\frac{9}{8}$ și $\frac{7}{6}$;
 d) $\frac{11}{6}$ și $\frac{14}{9}$; e) $\frac{19}{8}$ și $\frac{21}{10}$; f) $\frac{26}{15}$ și $\frac{11}{6}$.

e)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Exerciții și probleme de dificultate medie

6. Pentru a merge într-o excursie, doi frați, Ștefan și Andrei, au primit de la părinți aceeași sumă de bani. La întoarcere, Ștefan a constatat că a cheltuit $\frac{3}{4}$ din suma primită, iar Andrei, $\frac{7}{9}$ din suma primită. Precizați care dintre cei doi frați s-a întors din excursie cu o sumă mai mare de bani.

7. Comparați următoarele fracții ordinare, aducându-le la același numărător comun:

a) $\frac{2}{7}$ și $\frac{8}{25}$; b) $\frac{3}{8}$ și $\frac{8}{23}$; c) $\frac{10}{11}$ și $\frac{6}{7}$;
 d) $\frac{6}{13}$ și $\frac{15}{32}$; e) $\frac{12}{25}$ și $\frac{9}{19}$; f) $\frac{9}{28}$ și $\frac{15}{46}$.

8. Determinați numărul natural n pentru care următoarele propoziții sunt adevărate:

a) $\frac{n}{7} < \frac{4}{7}$; b) $\frac{6}{5} < \frac{6}{n}$; c) $\frac{3}{8} > \frac{n}{8}$; d) $\frac{9}{4} < \frac{9}{n}$.

9. Scrieți în ordine crescătoare următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{7}{2}, \frac{10}{3}, \frac{11}{4}$; b) $\frac{11}{4}, \frac{8}{3}, \frac{13}{6}$; c) $\frac{7}{6}, \frac{11}{9}, \frac{19}{18}$;
 d) $\frac{13}{10}, \frac{29}{20}, \frac{5}{4}$; e) $\frac{15}{8}, \frac{11}{6}, \frac{23}{12}$; f) $\frac{19}{6}, \frac{46}{15}, \frac{17}{5}$.

10. Precizați cea mai mare și cea mai mică dintre următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{2}{7}, \frac{3}{10}, \frac{4}{11}$; b) $\frac{4}{11}, \frac{3}{8}, \frac{6}{13}$; c) $\frac{3}{11}, \frac{2}{5}, \frac{9}{31}$;
 d) $\frac{10}{9}, \frac{6}{5}, \frac{30}{29}$; e) $\frac{32}{75}, \frac{4}{11}, \frac{8}{19}$; f) $\frac{12}{25}, \frac{18}{29}, \frac{4}{7}$.

11. Comparați fracțiile ordinare:

a) $\frac{2^{27} + 2^{27}}{2^{27} + 2^{28}}$ și $\frac{2^{29} - 2^{26}}{2^{26} + 2^{29}}$; b) $\frac{3^{20} - 3^{18}}{3^{17} + 3^{20}}$ și $\frac{3^{23} - 3^{21}}{3^{21} + 3^{23}}$.

12. Arătați că:

a) $\frac{1+2+3+\dots+48}{1+2+3+\dots+49} > \frac{23}{25}$; b) $\frac{1+2+3+\dots+64}{1+2+3+\dots+63} < \frac{13}{12}$;
 c) $\frac{1+2+3+\dots+74}{1+2+3+\dots+75} > \frac{18}{19}$; d) $\frac{1+2+3+\dots+86}{1+2+3+\dots+85} < \frac{29}{28}$.

13. Determinați numărul natural n , pentru care următoarele propoziții sunt adevărate:

a) $\frac{27^n \cdot 3}{16^{10}} < \frac{3^{n+7} : 9}{32^8}$; b) $\frac{8^n \cdot 16}{27^{12}} > \frac{32^n : 4}{81^9}$; c) $\frac{7^{2n}}{49^4} < \frac{7^6 : 7^n}{7 \cdot 7^7}$.

14. Determinați numărul natural n , pentru care următoarele propoziții sunt adevărate:

a) $\frac{27^{16}}{4^{n+1} \cdot 8} < \frac{81^{12}}{64^n : 8}$; b) $\frac{9^{10}}{9^n : 3} > \frac{81^5}{3^n \cdot 27}$; c) $\frac{4 \cdot 32^2}{16^n : 4} > \frac{16^3}{4^{n+3}}$.

15. Comparați fracțiile ordinare:

a) $\frac{2^{51}}{7 \cdot 7^9}$ și $\frac{3^{34}}{49^5}$; b) $\frac{3^{57}}{4^{33}}$ și $\frac{5^{38}}{8^{22}}$; c) $\frac{3 \cdot 9^{10}}{2^{77}}$ și $\frac{27^7}{5^{33}}$; d) $\frac{25^7}{11^{26}}$ și $\frac{5 \cdot 5^{13}}{2^{91}}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Determinați numărul natural k , $k \neq 0$, pentru care $\frac{16 \cdot 10^{n-1}}{3} < \frac{10^{n+2}}{37k} < \frac{25 \cdot 10^{n+1}}{7}$, unde n este număr natural, $n \geq 1$.

17. Aflați numărul natural n , $n \neq 0$, pentru care:

$$\frac{2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{100}}{2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{101}} < \frac{3n-2}{n+6} < \frac{2 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{103}}{2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{102}}$$



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți în casetă un număr natural, astfel încât propoziția respectivă să fie adevărată:

a) $\frac{43}{21} < \frac{43}{\square}$;

b) $\frac{\square}{59} > \frac{24}{59}$;

c) $\frac{89}{\square} > \frac{89}{50}$.

(3p) 2. Comparați fracțiile ordinare:

a) $\frac{19}{6}, \frac{25}{8}$;

b) $\frac{4}{11}, \frac{9}{22}$.

(3p) 3. Scrieți în ordine crescătoare următoarele fracții ordinare:

a) $\frac{7}{6}, \frac{23}{18}, \frac{31}{27}, \frac{11}{9}$;

b) $\frac{5}{11}, \frac{12}{25}, \frac{10}{21}, \frac{6}{13}$.

Lecția 31. Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor



Citesc și rețin

O dreaptă d pe care se fixează un punct O numit **origine**, se stabilește un **sens de parcurgere indicat de o săgeată** (de la origine spre dreapta) și se alege o **unitate de măsură** (un segment de lungime oarecare u) se numește **axa numerelor**.



Fiecărei fracții ordinare îi corespunde un punct pe axa numerelor. Pentru a reprezenta fracția ordinară $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$) pe axa numerelor procedăm astfel:

- împărțim segmentul-unitate în b părți egale;
- pe sensul de parcurgere, începând din origine, construim segmentul OA având lungimea egală cu $a \cdot (u : b)$.

Spunem că punctul A are coordonata $\frac{a}{b}$.

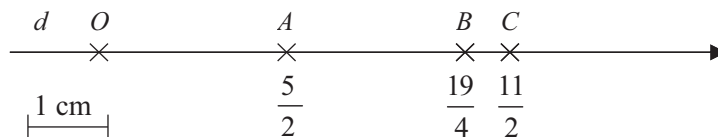


Cum se aplică?

1. Folosind unitatea de măsură de 1 cm, reprezentați pe axa numerelor fracțiile ordinare:

- a) $\frac{5}{2}$; b) $\frac{19}{4}$; c) $\frac{11}{2}$.

Soluție:



2. Reprezentați pe axa numerelor fracțiile ordinare $\frac{5}{2}$ și $\frac{15}{6}$, iar apoi stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) Frațiile $\frac{5}{2}$ și $\frac{15}{6}$ sunt coordonatele aceluiași punct de pe axa numerelor.
 b) Frațiile $\frac{5}{2}$ și $\frac{15}{6}$ sunt fracții echivalente.

Soluție:

a) Vom reprezenta pe axa numerelor fracțiile $\frac{5}{2}$ și $\frac{15}{6}$ folosind o unitate de măsură cu lungimea de 30 mm. Deoarece $(30 \text{ mm} : 2) \cdot 5 = 75 \text{ mm}$ și $(30 \text{ mm} : 6) \cdot 15 = 75 \text{ mm}$, rezultă că cele două fracții sunt coordonatele aceluiași punct de pe axa numerelor, notat în figură cu litera A , prin urmare propoziția este adevărată.



b) Deoarece $5 \cdot 6 = 30$ și $2 \cdot 15 = 30$, rezultă că $\frac{5}{2} = \frac{15}{6}$, prin urmare propoziția este adevărată.

Exerciții și probleme de dificultate medie

6. Reprezentați pe axa numerelor punctele M și N de coordonate $\frac{7}{5}$, respectiv $\frac{14}{10}$, iar apoi stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:
- a) Punctele M și N sunt identice.
- b) Frațiile $\frac{7}{5}$ și $\frac{14}{10}$ nu sunt echivalente.
7. Reprezentați pe axa numerelor punctele P și Q de coordonate $\frac{4}{5}$, respectiv $\frac{20}{25}$, iar apoi stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:
- a) Punctele P și Q sunt identice.
- b) Frațiile $\frac{4}{5}$ și $\frac{20}{25}$ sunt echivalente.
8. Folosind exercițiile 5, 6 și 7, stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: „Două fracții echivalente sunt coordonatele aceluiași punct de pe axa numerelor.”

Exerciții și probleme de dificultate avansată

9. Frațiile $\frac{1}{5}$ și $\frac{4}{5}$ sunt coordonatele punctelor E și F de pe axa numerelor. Aflați lungimea unității de măsură știind că:
- a) $EF = 24$ mm; b) $EF = 15$ mm; c) $EF = 27$ mm.
10. Frațiile $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$ și $\frac{7}{8}$ sunt coordonatele punctelor A , B și C reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O . Aflați lungimea segmentului OC , știind că lungimea segmentului AB este de 24 mm.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Reprezentați pe axa numerelor punctele:
- a) A de coordonată $\frac{3}{2}$; b) B de coordonată $\frac{7}{2}$; c) C de coordonată $\frac{10}{4}$.
- (3p) 2. Reprezentați pe axa numerelor punctele A și B , de coordonate $\frac{3}{4}$, respectiv $\frac{6}{8}$ și apoi încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect:
- A. punctele A și B sunt diferite; B. punctele A și B sunt identice.
- (3p) 3. Punctele M și N sunt reprezentate pe axa numerelor și au coordonatele $\frac{4}{3}$, respectiv $\frac{8}{3}$. Știind că $MN = 4$ cm, aflați lungimea unității de măsură.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) 1. Scrieți în casetă un număr natural pentru care:

a) $\frac{\square}{23} > \frac{26}{23}$;

b) $\frac{12}{35} < \frac{12}{\square}$.

(2p) 2. Se consideră fracția ordinară $f = \frac{10}{15}$.

a) Amplificați cu 3 fracția f .

b) Simplificați cu 5 fracția f .

(1p) 3. Simplificați fracția ordinară $\frac{180}{144}$ până devine ireductibilă.

(1p) 4. Aduceți la același numitor comun fracțiile ordinare $\frac{11}{15}$ și $\frac{7}{6}$.

(1p) 5. Scrieți în ordine crescătoare următoarele fracții ordinare: $\frac{21}{8}$, $\frac{17}{6}$ și $\frac{29}{12}$.

(2p) 6. Simplificați fracția ordinară $\frac{2^{75} - 2^{71}}{2^{74} + 2^{72}}$ până devine ireductibilă.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) 1. Scrieți în această casetă un număr natural pentru care:

a) $\frac{17}{\square} < \frac{17}{75}$;

b) $\frac{40}{71} > \frac{\square}{71}$.

(2p) 2. Aflați numărul natural cu care trebuie amplificată fracția ordinară $\frac{7}{8}$ pentru

a avea:

a) numărătorul 42;

b) numitorul 56.

(1p) 3. Reprezentați pe axa numerelor fracția ordinară $\frac{5}{3}$, alegând unitatea de măsură cu lungimea de 3 cm.

(1p) 4. Simplificați fracția ordinară $\frac{576}{720}$ până devine ireductibilă.

(1p) 5. Aduceți la același numitor comun fracțiile ordinare $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{5}$ și $\frac{13}{10}$.

(2p) 6. Simplificați fracția ordinară $\frac{21021}{51051}$ până devine ireductibilă.

III. Încercuțiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) 1. Frația ordinară $\frac{5^{25} - 5^{21}}{5^{22} + 5^{24}}$ este echivalentă cu fracția:

- A. $\frac{4}{5}$; B. $\frac{28}{9}$; C. $\frac{24}{5}$; D. $\frac{5}{3}$.

(8p) 2. Scriind în ordine crescătoare fracțiile ordinare $\frac{8}{19}, \frac{4}{11}$ și $\frac{2}{5}$ obținem:

- A. $\frac{2}{5}, \frac{4}{11}, \frac{8}{19}$; B. $\frac{8}{19}, \frac{4}{11}, \frac{2}{5}$; C. $\frac{2}{5}, \frac{8}{19}, \frac{4}{11}$; D. $\frac{4}{11}, \frac{2}{5}, \frac{8}{19}$.

(8p) 3. Aducând la același numitor comun fracțiile ordinare $\frac{10}{21}$ și $\frac{15}{28}$, obținem fracțiile:

- A. $\frac{40}{84}, \frac{45}{84}$; B. $\frac{27}{56}, \frac{25}{56}$; C. $\frac{32}{63}, \frac{35}{63}$; D. $\frac{35}{42}, \frac{47}{42}$.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

IV. (8p) Determinați numărul natural n pentru care este adevărată dubla inegalitate:

$$\frac{4}{3} < \frac{14}{n} < \frac{7}{2}.$$

V. Se consideră fracția ordinară $f = \frac{2^n \cdot 5^{n+3} - 2^n \cdot 5^{n+2}}{2^{n+5} \cdot 5^{n+1}}$, unde n este număr natural.

(8p) a) Comparați fracțiile ordinare f și $\frac{23}{36}$.

(8p) b) Frația ordinară f este coordonata punctului A reprezentat pe axa numerelor cu originea în punctul O . Știind că $OA = 25$ mm, calculați lungimea unității de măsură exprimată în centimetri.

Lecția 32. Adunarea fracțiilor ordinare. Proprietățile adunării



Citesc și rețin

1. Dacă $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ sunt două fracții ordinare cu același numitor, atunci $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.
2. Dacă $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ sunt două fracții ordinare cu numitori diferiți, atunci adunarea

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ se efectuează astfel:

- se aduc la același numitor comun fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$;
- se efectuează adunarea fracțiilor respective după regula 1.

Proprietățile adunării:

- **comutativitatea:** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c și d ;
- **asociativitatea:** $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d și e ;
- **0 este element neutru:** $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b .



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{10}{13} + \frac{14}{13}$;

b) $\frac{21}{15} + \frac{16}{20}$.

Soluție:

a) $\frac{10}{13} + \frac{14}{13} = \frac{10+14}{13} = \frac{24}{13} = 1\frac{11}{13}$;

b) $\frac{21}{15} + \frac{16}{20} = \frac{7}{5} + \frac{4}{5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$.

2. Efectuați:

a) $2\frac{1}{5} + \frac{2}{15}$;

b) $1\frac{11}{12} + 2\frac{2}{9}$.

Soluție:

a) $2\frac{1}{5} + \frac{2}{15} = \frac{11}{5} + \frac{2}{15} = \frac{33}{15} + \frac{2}{15} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$;

b) $1\frac{11}{12} + 2\frac{2}{9} = \frac{23}{12} + \frac{20}{9} = \frac{69}{36} + \frac{80}{36} = \frac{149}{36} = 4\frac{5}{36}$.

6. Efectuați:

a) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$; b) $\frac{3}{2} + \frac{7}{8} =$;

c) $\frac{13}{2} + \frac{5}{14}$; d) $\frac{5}{3} + \frac{13}{12}$; e) $\frac{8}{15} + \frac{4}{5}$; f) $\frac{11}{9} + \frac{5}{18}$.

7. Efectuați:

a) $\frac{5}{3} + \frac{1}{4} =$; b) $\frac{3}{5} + \frac{5}{4} =$;

c) $\frac{7}{10} + \frac{4}{15}$; d) $\frac{10}{9} + \frac{1}{12}$; e) $\frac{3}{20} + \frac{11}{8}$; f) $\frac{5}{12} + \frac{11}{16}$.

8. În prima zi s-a recoltat $\frac{17}{54}$ dintr-o suprafață cultivată cu grâu, iar în ziua următoare s-a recoltat mai mult cu $\frac{5}{18}$ din întreaga suprafață. Aflați ce fracție din suprafața cultivată cu grâu s-a recoltat a doua zi.

Exerciții și probleme de dificultate medie

9. Efectuați:

a) $3\frac{1}{2} + 1\frac{3}{4}$; b) $2\frac{2}{3} + 2\frac{5}{6}$; c) $2\frac{3}{4} + 3\frac{5}{8}$;

d) $5\frac{5}{6} + 1\frac{3}{4}$; e) $4\frac{7}{10} + 3\frac{1}{4}$; f) $6\frac{7}{9} + 2\frac{5}{6}$.

10. Aflați numărul mai mare cu:

a) $2\frac{3}{5}$ decât $6\frac{8}{5}$; b) $4\frac{4}{7}$ decât $2\frac{5}{7}$; c) $5\frac{8}{9}$ decât $3\frac{5}{9}$;

d) $2\frac{3}{10}$ decât $5\frac{1}{4}$; e) $5\frac{3}{8}$ decât $7\frac{5}{12}$; f) $4\frac{11}{14}$ decât $9\frac{3}{4}$.

11. În luna iunie, de pe o suprafață de teren s-au recoltat $72\frac{5}{6}$ kg roșii, iar în luna următoare s-au recoltat cu $34\frac{2}{9}$ kg mai mult decât în luna precedentă. Aflați ce cantitate de roșii s-a recoltat în lunile iunie și iulie la un loc.

12. Calculați:

a) $\frac{7}{4} + \frac{3}{10} + \frac{11}{20}$;

b) $\frac{3}{8} + \frac{13}{12} + \frac{1}{24}$;

c) $\frac{3}{4} + \frac{9}{28} + \frac{11}{14}$;

d) $\frac{7}{12} + \frac{5}{18} + \frac{11}{36}$;

e) $\frac{5}{24} + \frac{7}{36} + \frac{1}{72}$;

f) $\frac{4}{15} + \frac{7}{75} + \frac{9}{25}$.

13. Calculați:

a) $\frac{2}{27} + \frac{5}{18} + \frac{11}{6}$;

b) $\frac{5}{12} + \frac{3}{20} + \frac{4}{15}$;

c) $\frac{11}{20} + \frac{7}{10} + \frac{5}{16}$;

d) $\frac{16}{21} + \frac{3}{28} + \frac{1}{42}$;

e) $\frac{8}{15} + \frac{11}{18} + \frac{4}{45}$;

f) $\frac{17}{32} + \frac{1}{24} + \frac{7}{12}$.

14. Scrieți sub formă de fracție ordinară ireductibilă suma:

a) $S = \frac{1}{45} + \frac{2}{45} + \frac{3}{45} + \dots + \frac{74}{45}$;

b) $S = \frac{1}{72} + \frac{2}{72} + \frac{3}{72} + \dots + \frac{44}{72}$.

15. Calculați:

a) $3\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4}$;

b) $2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8}$;

c) $3\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} + 1\frac{4}{5}$;

d) $2\frac{1}{7} + 4\frac{2}{3} + 1\frac{9}{14}$;

e) $2\frac{4}{15} + 2\frac{5}{12} + 3\frac{7}{10}$;

f) $5\frac{7}{24} + 4\frac{5}{8} + 1\frac{11}{32}$.

16. Calculați:

a) $\frac{1}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{12} + \frac{3}{20}$;

b) $\frac{9}{8} + \frac{4}{9} + \frac{1}{36} + \frac{7}{24}$;

c) $\frac{5}{8} + \frac{3}{10} + \frac{4}{5} + \frac{1}{16}$;

d) $\frac{5}{48} + \frac{7}{16} + \frac{3}{8} + \frac{1}{32}$;

e) $\frac{10}{9} + \frac{1}{27} + \frac{5}{18} + \frac{7}{36}$;

f) $\frac{8}{75} + \frac{4}{15} + \frac{3}{10} + \frac{2}{25}$.

17. Se consideră fracțiile ordinare $x = \frac{1}{5} + \frac{11}{24} + \frac{13}{30} + \frac{17}{60}$ și $y = \frac{3}{5} + \frac{13}{25} + \frac{11}{30} + \frac{26}{75}$.

Calculați $x + y$.

18. Se consideră fracțiile ordinare $f_1 = \frac{16}{15} + \frac{19}{30} + \frac{25}{36} + \frac{11}{45}$ și $f_2 = \frac{7}{8} + \frac{13}{20} + \frac{19}{25} + \frac{17}{50}$.

Comparați fracțiile f_1 și f_2 .

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Determinați numărul natural \overline{ab} , $a \neq 0$, $b \neq 0$, cu proprietatea $\frac{\overline{ab}}{81} + \frac{\overline{ba}}{27} = \frac{a+b}{3}$.

20. Determinați numerele naturale prime a , b și c , care îndeplinesc condiția:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{abc} = 1.$$



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Efectuați:

a) $\frac{11}{13} + \frac{19}{13}$;

b) $\frac{17}{15} + \frac{18}{15}$;

c) $\frac{17}{10} + \frac{33}{30}$.

(3p) 2. Efectuați:

a) $\frac{5}{6} + 1\frac{5}{12}$;

b) $2\frac{9}{10} + \frac{4}{15}$;

c) $1\frac{1}{6} + 2\frac{2}{21}$.

(3p) 3. Comparați fracția ordinară $f = 2\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{5}{18}$ cu fracția ordinară $\frac{47}{15}$.

Lecția 33. Scăderea fracțiilor ordinare



Citesc și rețin

1. Dacă $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}, a \geq b$, sunt două fracții ordinare cu același numitor, atunci

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

2. Dacă $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$, sunt două fracții ordinare, atunci scăderea $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ se efectuează astfel:

– se aduc la același numitor comun fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$;

– se efectuează scăderea fracțiilor respective după regula 1.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{32}{11} - \frac{19}{11}$;

b) $\frac{45}{21} - \frac{36}{28}$.

Soluție:

a) $\frac{32}{11} - \frac{19}{11} = \frac{32-19}{11} = \frac{13}{11} = 1\frac{2}{11}$;

b) $\frac{45^{(3)}}{21} - \frac{36^{(4)}}{28} = \frac{15}{7} - \frac{9}{7} = \frac{15-9}{7} = \frac{6}{7}$.

2. Efectuați:

a) $\frac{5}{2} - 1\frac{7}{18}$;

b) $3\frac{1}{5} - 2\frac{3}{4}$.

Soluție:

$$a) \frac{5}{2} - 1\frac{7}{18} = \frac{9}{2} - \frac{25}{18} = \frac{45}{18} - \frac{25}{18} = \frac{20}{18} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9};$$

$$b) 3\frac{1}{5} - 2\frac{3}{4} = \frac{16}{5} - \frac{11}{4} = \frac{64}{20} - \frac{55}{20} = \frac{9}{20}.$$

3. Calculați $1\frac{16}{27} - \frac{7}{18} - \frac{5}{6}$.

Soluție:

$$1\frac{16}{27} - \frac{7}{18} - \frac{5}{6} = \frac{43}{27} - \frac{7}{18} - \frac{5}{6} = \frac{86}{54} - \frac{21}{54} - \frac{45}{54} = \frac{20}{54} = \frac{10}{27}.$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $\frac{8}{3} - \frac{4}{3} =$

b) $\frac{8}{7} - \frac{5}{7} =$

c) $\frac{14}{5} - \frac{6}{5};$

d) $\frac{17}{3} - \frac{7}{3};$

e) $\frac{22}{9} - \frac{8}{9};$

f) $\frac{25}{7} - \frac{9}{7}.$

2. Efectuați:

a) $2\frac{3}{4} - \frac{5}{4} =$

b) $3\frac{2}{9} - \frac{8}{9} =$

c) $5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{4};$

d) $4\frac{2}{9} - 1\frac{5}{9};$

e) $4\frac{3}{8} - 2\frac{7}{8};$

f) $5\frac{1}{6} - 2\frac{5}{6}.$

3. Efectuați mai întâi simplificările și apoi calculați:

a) $\frac{20}{3} - \frac{21}{9} =$

b) $\frac{21}{5} - \frac{27}{15} =$

c) $\frac{30}{7} - \frac{36}{42};$

d) $\frac{41}{6} - \frac{35}{30};$

e) $\frac{31}{8} - \frac{15}{40};$

f) $\frac{25}{9} - \frac{28}{63}.$

4. Calculați, efectuând mai întâi simplificările:

a) $2\frac{1}{10} - \frac{45}{50} - \frac{7}{10} =$

b) $1\frac{11}{24} - \frac{19}{24} - \frac{30}{72};$

c) $1\frac{1}{26} - \frac{11}{26} - \frac{9}{78};$

d) $1\frac{7}{30} - \frac{19}{30} - \frac{16}{60}.$

5. Un autobuz a parcurs până la prima stație $\frac{9}{25}$ din lungimea traseului, iar distanța

parcursă între prima și a doua stație a fost mai mică cu $\frac{3}{25}$ din lungimea traseului.

140 Aflați ce fracție din lungimea traseului mai are de parcurs autobuzul.

12. Suma a doi termeni este egală cu $5\frac{9}{80}$. Aflați unul dintre termeni, dacă celălalt este egal cu:

a) $2\frac{5}{16}$; b) $3\frac{1}{20}$; c) $4\frac{3}{10}$.

13. Aflați cu cât este mai mare numărul:

a) $2\frac{7}{10}$ decât $1\frac{3}{8}$; b) $3\frac{5}{12}$ decât $1\frac{13}{18}$; c) $1\frac{11}{14}$ decât $1\frac{3}{8}$.

14. Într-o expediție la munte, Ștefan a întâlnit un cioban cu o turmă de oi. Ciobanul era pasionat de matematică și l-a întrebat pe Ștefan ce parte din turmă sunt miei, dacă $\frac{7}{12}$ din turmă sunt oi, $\frac{1}{6}$ din turmă sunt berbeci, iar restul sunt miei. Aflați răspunsul lui Ștefan, știind că acesta a fost corect.

15. Calculați:

a) $1\frac{1}{4} - \frac{2}{7} + 3\frac{1}{2} - \frac{3}{14}$; b) $\frac{13}{18} - \frac{2}{9} + 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{6}$; c) $2\frac{11}{24} - \frac{11}{9} - \frac{7}{6} + \frac{3}{8}$;
 d) $3\frac{3}{4} + \frac{2}{5} - \frac{7}{12} - 1\frac{8}{15}$; e) $1\frac{1}{2} - \frac{5}{18} - \frac{8}{27} + 2\frac{2}{9}$; f) $3\frac{1}{16} - \frac{13}{10} + \frac{21}{20} - 2\frac{1}{8}$.

16. Aflați cu cât este mai mare fracția:

a) $\frac{8}{3}$ decât $\frac{210}{1+2+3+\dots+35}$; b) $\frac{1+2+3+\dots+63}{630}$ decât $\frac{9}{5}$.

17. Se consideră fracțiile ordinare $x = \frac{19}{50} + \frac{9}{10} - \frac{7}{8} - \frac{13}{40}$ și $y = 1\frac{7}{15} - \frac{18}{25} - \frac{11}{50} - \frac{17}{75}$.

Calculați $y - x$.

18. Comparați fracțiile ordinare $f_1 = \frac{19}{12} + \frac{25}{36} - \frac{13}{18} - \frac{13}{27}$ și $f_2 = \frac{25}{12} + \frac{37}{72} - \frac{15}{16} - \frac{11}{36}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Comparați fracțiile $a = 999 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \dots - \frac{999}{1000}$ și $b = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000}$.

20. Verificați egalitatea $\frac{n}{m(m+n)} = \frac{1}{m} - \frac{1}{m+n}$, unde m și n sunt numere naturale

nenule, și apoi aplicați-o pentru a calcula sumele:

a) $S_1 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{31 \cdot 32}$; b) $S_2 = \frac{6}{1 \cdot 3} + \frac{6}{3 \cdot 5} + \frac{6}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{6}{49 \cdot 51}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Efectuați:

a) $\frac{35}{11} - \frac{14}{11}$;

b) $\frac{35}{24} - \frac{17}{24}$;

c) $\frac{29}{12} - \frac{44}{48}$.

(3p) 2. Efectuați:

a) $1\frac{5}{18} - \frac{4}{9}$;

b) $3\frac{5}{6} - \frac{9}{8}$;

c) $2\frac{9}{10} - 1\frac{3}{8}$.

(3p) 3. Comparați fracția ordinară $f = 7\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6} - 1\frac{13}{20}$ cu fracția ordinară $\frac{18}{13}$.

Lecția 34. Înmulțirea fracțiilor ordinare. Proprietățile înmulțirii



Citesc și rețin

Dacă $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ sunt două fracții ordinare, atunci $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Observație: Dacă unul sau ambii factori ai unui produs sunt fracții din care au fost scoși întregii, mai întâi se introduc întregii în fracție și apoi se efectuează înmulțirea.

Proprietățile înmulțirii:

- **comutativitatea:** $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c și d ;
- **asociativitatea:** $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d, e și f ;
- **1 este element neutru:** $\frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a și b .
- **distributivitatea față de adunare și scădere:**
 - $\frac{a}{b} \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d, e și f ;
 - $\frac{a}{b} \left(\frac{c}{d} - \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} - \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d, e și f ;
 - $\frac{c}{d} > \frac{e}{f}$.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{8}$;

b) $\frac{14}{25} \cdot \frac{20}{21}$.

Soluție:

a) $\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{7 \cdot 3}{5 \cdot 8} = \frac{21}{40}$;

b) $\frac{\overset{2}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} \cdot \frac{\overset{4}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$.

2. Efectuați:

a) $1\frac{13}{15} \cdot \frac{10}{21}$;

b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot 2\frac{2}{5}$.

Soluție:

a) $1\frac{13}{15} \cdot \frac{10}{21} = \frac{\overset{4}{\cancel{28}}}{\underset{3}{\cancel{15}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$;

b) $\frac{5}{\underset{2}{\cancel{6}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{8} \cdot 2\frac{2}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{2} \cdot \frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{3}{4}$.

3. Calculați $3\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} - 1\frac{1}{6} \cdot \frac{10}{21}$.

Soluție:

$3\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} - 1\frac{1}{6} \cdot \frac{10}{21} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{3} \cdot \frac{5}{\underset{4}{\cancel{8}}} - \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{6}{\cancel{6}}} \cdot \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3} = \overset{3)}{12} \frac{25}{4} - \overset{4)}{9} \frac{5}{3} = \frac{75}{36} - \frac{20}{36} = \frac{55}{36}$.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $\frac{2}{3} \cdot 5 =$

b) $\frac{5}{7} \cdot 3 =$

c) $4 \cdot \frac{3}{8}$;

d) $6 \cdot \frac{5}{9}$;

e) $9 \cdot \frac{7}{6}$;

f) $2 \cdot \frac{7}{8}$.

2. Efectuați:

a) $\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} =$

b) $\frac{2}{7} \cdot \frac{8}{5} =$

c) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3}$;

d) $\frac{8}{3} \cdot \frac{5}{7}$;

e) $\frac{5}{9} \cdot \frac{7}{2}$;

f) $\frac{8}{5} \cdot \frac{4}{9}$.

3. Efectuați:

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9} =$

b) $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} =$

c) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{9}$; d) $\frac{7}{2} \cdot \frac{4}{5}$; e) $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{8}$; f) $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{8}$.

4. Efectuați:

a) $\frac{16}{25} \cdot \frac{5}{24} =$; b) $\frac{9}{16} \cdot \frac{32}{27} =$;
 c) $\frac{15}{16} \cdot \frac{8}{27}$; d) $\frac{28}{25} \cdot \frac{15}{7}$; e) $\frac{36}{35} \cdot \frac{21}{8}$; f) $\frac{16}{5} \cdot \frac{35}{32}$.

5. Efectuați:

a) $\frac{8}{21} \cdot 8\frac{3}{4} =$; b) $6\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{16} =$;
 c) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{20}{27}$; d) $\frac{7}{25} \cdot 4\frac{1}{6}$; e) $2\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{32}$; f) $\frac{16}{27} \cdot 5\frac{5}{8}$.

6. Efectuați:

a) $3\frac{4}{15} \cdot 1\frac{3}{7} =$; b) $2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{7}{18} =$;
 c) $2\frac{7}{9} \cdot 1\frac{7}{20}$; d) $3\frac{8}{9} \cdot 2\frac{4}{25}$; e) $1\frac{5}{7} \cdot 4\frac{5}{18}$; f) $4\frac{1}{5} \cdot 3\frac{3}{14}$.

7. Efectuați:

a) $\frac{32}{25} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{5}{9} =$;
 b) $\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{40} \cdot \frac{35}{18}$; c) $\frac{36}{49} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{14}{27}$; d) $\frac{35}{54} \cdot \frac{45}{28} \cdot \frac{8}{5}$; e) $\frac{35}{64} \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{6}{7}$.

8. Calculați:

a) $\frac{5}{4} \cdot 1\frac{13}{15} \cdot \frac{8}{7} =$;
 b) $\frac{4}{21} \cdot 1\frac{5}{9} \cdot \frac{27}{16}$; c) $\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{14} \cdot 2\frac{1}{12}$; d) $\frac{4}{45} \cdot 3\frac{3}{8} \cdot \frac{15}{2}$; e) $6\frac{1}{4} \cdot \frac{7}{36} \cdot \frac{27}{35}$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

9. Calculați:

a) $2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{9}$; b) $\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{2} - \frac{5}{6}$; c) $\frac{7}{5} + \frac{2}{5} \cdot 2\frac{2}{3}$;
 d) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{15} + \frac{8}{15}$; e) $\frac{17}{9} - \frac{4}{27} \cdot 3\frac{15}{16}$; f) $\frac{10}{21} \cdot 1\frac{3}{4} - \frac{11}{27}$.

10. Calculați:

a) $2\frac{2}{9} \cdot \frac{6}{25} - \frac{2}{27} \cdot \frac{9}{8}$; b) $\frac{12}{5} \cdot \frac{7}{24} + \frac{5}{72} \cdot 1\frac{23}{25}$; c) $\frac{5}{18} \cdot \frac{27}{25} - \frac{2}{81} \cdot 3\frac{3}{8}$;
 d) $\frac{5}{18} \cdot 5\frac{2}{5} + \frac{16}{25} \cdot \frac{5}{24}$; e) $2\frac{13}{16} \cdot \frac{2}{27} - \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{24}$; f) $\frac{11}{21} \cdot \frac{7}{10} + 4\frac{11}{16} \cdot \frac{8}{45}$.

11. Calculați, aplicând distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{12}{5} \cdot \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{18} \right); & \text{b)} \frac{20}{3} \cdot \left(\frac{5}{8} - \frac{8}{15} \right); & \text{c)} \frac{10}{7} \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{7}{20} \right); \\ \text{d)} \frac{14}{9} \cdot \left(\frac{27}{32} - \frac{15}{28} \right); & \text{e)} \frac{15}{8} \cdot \left(\frac{6}{25} + \frac{16}{45} \right); & \text{f)} \frac{16}{9} \cdot \left(\frac{21}{80} + \frac{15}{64} \right). \end{array}$$

12. Calculați, aplicând distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{5}{7} \cdot \left(3\frac{1}{5} + \frac{17}{10} \right); & \text{b)} \frac{2}{5} \cdot \left(2\frac{3}{4} - \frac{13}{12} \right); & \text{c)} \frac{5}{8} \cdot \left(1\frac{2}{3} + \frac{11}{15} \right); \\ \text{d)} \frac{8}{7} \cdot \left(2\frac{5}{6} - 1\frac{3}{8} \right); & \text{e)} \frac{5}{3} \cdot \left(2\frac{1}{8} - 1\frac{3}{5} \right); & \text{f)} \frac{6}{7} \cdot \left(2\frac{5}{6} - 1\frac{1}{5} \right). \end{array}$$

13. Calculați produsul fracțiilor ordinare p și q în următoarele cazuri:

$$\text{a)} p = \frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{8} \text{ și } q = \frac{5}{9} + \frac{1}{5} - \frac{2}{3}; \quad \text{b)} p = \frac{7}{2} - \frac{5}{4} - \frac{9}{5} \text{ și } q = \frac{7}{9} + \frac{1}{8} - \frac{5}{6}.$$

14. Se consideră fracțiile ordinare $x = \frac{22}{15} + 2\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$ și $y = 2\frac{1}{6} - \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{6}$. Calculați $x \cdot y$.

15. Calculați:

$$\text{a)} \frac{25}{72} \cdot \frac{32}{75} + 1\frac{7}{18} - \frac{5}{27} \cdot 4\frac{1}{2}; \quad \text{b)} \frac{45}{32} \cdot \frac{56}{75} - 1\frac{1}{15} + 2\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{20}.$$

16. Calculați, aplicând distributivitatea înmulțirii față de adunare și scădere:

$$\text{a)} \frac{11}{10} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{11} - \frac{5}{6} \right); \quad \text{b)} \frac{11}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{6}{11} - \frac{5}{18} \right).$$

17. Se consideră fracțiile ordinare $x = 1\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{18}$ și $y = \frac{9}{2} \cdot \frac{7}{18} - \frac{1}{6} \cdot 4\frac{1}{5}$. Calculați $x \cdot y$.

18. Calculați $f_1 + f_2 - f_1 \cdot f_2$, știind că $f_1 = \frac{19}{50} - \frac{7}{8} - \frac{13}{40} + \frac{9}{10}$ și $f_2 = \frac{22}{15} - \frac{18}{25} - \frac{11}{50} - \frac{17}{75}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Calculați $p \cdot q$, unde $p = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)$ și $q = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{101}\right)$.

20. Se consideră fracția $f = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 103}$. Determinați fracția ordinară ireductibilă $\frac{a}{b}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, pentru care produsul $f \cdot \frac{a}{b}$ reprezintă cel mai mic număr



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Efectuați:

a) $\frac{32}{25} \cdot \frac{15}{16}$;

b) $4 \frac{9}{10} \cdot \frac{35}{42}$;

c) $2 \frac{13}{16} \cdot 2 \frac{10}{27}$.

(3p) 2. Calculați, aplicând distributivitatea înmulțirii față de adunare: $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{8}{5} + \frac{28}{45} \right)$.

(3p) 3. Comparați fracția ordinară $f = \frac{7}{8} \cdot 2 \frac{2}{35} - 1 \frac{19}{25} \cdot \frac{10}{33}$ cu fracția ordinară $\frac{17}{12}$.

Lecția 35. Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare. Reguli de calcul cu puteri



Citesc și rețin

Definiție: Dacă $\frac{a}{b}$ este o fracție ordinară și n un număr natural nenul, atunci

$$\left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}. \text{ Prin convenție, } \left(\frac{a}{b} \right)^0 = 1.$$

Notația $\left(\frac{a}{b} \right)^n$ reprezintă **puterea a n -a** a fracției ordinare $\frac{a}{b}$. Fracția ordinară $\frac{a}{b}$ se numește **baza** puterii, iar numărul natural n se numește **exponentul** puterii.

Reguli de calcul cu puteri:

1. $\left(\frac{a}{b} \right)^m \cdot \left(\frac{a}{b} \right)^n = \left(\frac{a}{b} \right)^{m+n}$, $b \neq 0$, m și n sunt numere naturale;

2. $\left(\frac{a}{b} \right)^m : \left(\frac{a}{b} \right)^n = \left(\frac{a}{b} \right)^{m-n}$, $b \neq 0$, m și n sunt numere naturale, $m \geq n$;

3. $\left[\left(\frac{a}{b} \right)^m \right]^n = \left(\frac{a}{b} \right)^{m \cdot n}$, $b \neq 0$, m și n sunt numere naturale;

4. $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right)^m = \left(\frac{a}{b} \right)^m \cdot \left(\frac{c}{d} \right)^m$, $b \neq 0$, $d \neq 0$, m și n sunt numere naturale;

5. $\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d} \right)^m = \left(\frac{a}{b} \right)^m : \left(\frac{c}{d} \right)^m$, $b \neq 0$, $d \neq 0$, m și n sunt numere naturale.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\left(\frac{6}{7}\right)^2$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; c) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$.

Soluție:

a) $\left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{6^2}{7^2} = \frac{36}{49}$; b) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$; c) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$.

2. Efectuați scriind rezultatul sub formă de putere:

a) $\left(\frac{7}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^8$; b) $\left[\left(\frac{2}{9}\right)^5\right]^7$; c) $\left(\frac{6}{7}\right)^{25} : \left(\frac{6}{7}\right)^9$.

Soluție:

a) $\left(\frac{7}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{7}{5}\right)^8 = \left(\frac{7}{5}\right)^{12+8} = \left(\frac{7}{5}\right)^{20}$; b) $\left[\left(\frac{2}{9}\right)^5\right]^7 = \left(\frac{2}{9}\right)^{5 \cdot 7} = \left(\frac{2}{9}\right)^{35}$;
c) $\left(\frac{6}{7}\right)^{25} : \left(\frac{6}{7}\right)^9 = \left(\frac{6}{7}\right)^{25-9} = \left(\frac{6}{7}\right)^{16}$.

3. Efectuați: $\left(\frac{3}{2}\right)^{11} : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^4 - 2\frac{11}{20}$.

Soluție:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{11} : \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^4 - 2\frac{11}{20} = \left(\frac{3}{2}\right)^{11} : \left(\frac{3}{2}\right)^8 - \frac{51}{20} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \frac{51}{20} = \frac{27}{8} - \frac{51}{20} = \frac{135}{40} - \frac{102}{40} = \frac{33}{40}.$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; b) $\left(\frac{5}{3}\right)^2$; c) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$; d) $\left(\frac{7}{3}\right)^2$; e) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; f) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$;
g) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$; h) $\left(\frac{5}{3}\right)^3$; i) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$; j) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; k) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$; l) $\left(\frac{4}{3}\right)^4$.

c)																										

Exerciții și probleme de dificultate medie

9. Calculați, folosind regulile de calcul cu puteri:

$$\text{a) } \left[\left(\frac{3}{7} \right)^8 \right]^5 : \left(\frac{3}{7} \right)^{17}; \quad \text{b) } \left[\left(\frac{5}{9} \right)^4 \right]^6 : \left(\frac{5}{9} \right)^{11}; \quad \text{c) } \left(\frac{2}{5} \right)^{51} : \left[\left(\frac{2}{5} \right)^7 \right]^3.$$

10. Calculați, aplicând regulile de calcul cu puteri:

$$\text{a) } \left[\left(\frac{4}{7} \right)^2 \cdot \left(\frac{4}{7} \right)^3 \right]^4 : \left(\frac{4}{7} \right)^{13}; \quad \text{b) } \left[\frac{9}{5} \cdot \left(\frac{9}{5} \right)^{12} \right]^3 : \left(\frac{9}{5} \right)^{10}; \quad \text{c) } \left(\frac{3}{7} \right)^{40} : \left[\left(\frac{3}{7} \right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7} \right)^5 \right]^2.$$

11. Calculați:

$$\text{a) } \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^3 - \frac{5}{6}; \quad \text{b) } \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^2 - \frac{5}{8}; \quad \text{c) } \frac{7}{6} + \left(\frac{4}{3} \right)^3 \cdot \frac{3}{8}.$$

12. Calculați:

$$\text{a) } \left(\frac{3}{2} \right)^{11} : \left[\left(\frac{3}{2} \right)^2 \right]^4 + \frac{3}{2}; \quad \text{b) } \left[\left(\frac{4}{5} \right)^5 \right]^2 : \left(\frac{4}{5} \right)^8 - \frac{2}{5}; \quad \text{c) } \frac{7}{9} - \left[\left(\frac{2}{3} \right)^4 \right]^3 : \left(\frac{2}{3} \right)^9.$$

13. Calculați:

$$\text{a) } \left(\frac{3}{2} \right)^3 - \left[\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^6 \right]^5 : \left(\frac{5}{4} \right)^{33}; \quad \text{b) } \left[\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^5 \right]^7 : \left(\frac{4}{3} \right)^{40} - \left(\frac{5}{6} \right)^2.$$

14. Efectuați:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{3} \right)^0 + \left(\frac{1}{3} \right)^{21} : \left[\left(\frac{1}{3} \right)^6 \right]^3; \quad \text{b) } \left(\frac{4}{9} \right)^0 - \left(\frac{4}{9} \right)^{30} : \left[\left(\frac{4}{9} \right)^4 \right]^7;$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{2} \right)^0 - \left[\left(\frac{9}{8} \right)^2 \right]^3 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{12}; \quad \text{d) } \left(\frac{4}{9} \right)^{10} \cdot \left[\left(\frac{27}{8} \right)^3 \right]^2 + \left(\frac{1}{7} \right)^0.$$

15. Calculați:

$$\text{a) } \frac{16}{15} \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^2 + \frac{81}{32} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^3 - \frac{7}{6}; \quad \text{b) } \left(\frac{5}{3} \right)^3 \cdot \frac{18}{25} - \frac{45}{98} \cdot \left(\frac{7}{6} \right)^2 - \frac{5}{6}.$$

16. Se consideră fracțiile ordinare $x = \left(\frac{2}{3} \right)^3 + \left(\frac{2}{3} \right)^2 - \frac{2}{3}$ și $y = \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2} \right)^2 - \left(\frac{3}{2} \right)^3$.

Calculați $x \cdot y$.

17. Se consideră fracțiile ordinare $f_1 = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} + \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{3}$ și $f_2 = \frac{9}{25} \cdot 3 - \frac{1}{18} - 1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{20}$.

Calculați $(f_1 \cdot f_2)^2$.

18. Se consideră fracțiile ordinare $x = 3 - \frac{2}{9} - \frac{5}{4} - \frac{7}{18}$ și $y = 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$. Calculați $(x - y)^{100}$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Se dă fracția:

$$f_n = \left(1 - \frac{2}{1+3}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{1+3+5}\right) \cdot \left(1 - \frac{4}{1+3+5+7}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{n+1}{1+3+5+\dots+(2n+1)}\right),$$

unde n este număr natural, $n \neq 0$. Determinați numărul natural n pentru care $f_n = \left(\frac{1}{10}\right)^3$.

20. Comparați cu 1 fracția $f = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$, unde n este număr natural.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Efectuați:

a) $\left(\frac{9}{5}\right)^2$;

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$;

c) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$.

(3p) 2. Calculați, aplicând regulile de calcul cu puteri: $\left[\left(\frac{5}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^4 : \left[\left(\frac{5}{7}\right)^5\right]^6$.

(3p) 3. Arătați că fracția $f = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2$ este echivalentă cu fracția $\frac{10}{24}$.

Lecția 36. Împărțirea fracțiilor ordinare



Citesc și rețin

Definiție: Inversa fracției ordinare $\frac{a}{b}$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, este fracția ordinară $\frac{b}{a}$.

Dacă $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ sunt două fracții ordinare, atunci $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$.



Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{5}{4} : \frac{9}{7}$;

b) $\frac{25}{28} : \frac{10}{21}$.

Soluție:

a) $\frac{5}{4} : \frac{9}{7} = \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{9} = \frac{35}{36}$;

b) $\frac{25}{28} : \frac{10}{21} = \frac{25}{28} \cdot \frac{21}{10} = \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$.

2. Efectuați:

a) $2\frac{11}{12} : \frac{21}{16}$;

b) $\frac{2}{3} : \frac{5}{9} : 3\frac{1}{5}$.

Soluție:

a) $2\frac{11}{12} : \frac{21}{16} = \frac{35}{12} : \frac{21}{16} = \frac{35}{12} \cdot \frac{16}{21} = \frac{5}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$;

b) $\frac{2}{3} : \frac{5}{9} : 3\frac{1}{5} = \frac{2}{3} : \frac{5}{9} : \frac{16}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{16} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$.

3. Efectuați $\frac{11}{16} + 3\frac{4}{15} : \frac{14}{5}$.

Soluție:

$$\frac{11}{16} + 3\frac{4}{15} : \frac{14}{5} = \frac{11}{16} + \frac{49}{15} : \frac{14}{5} = \frac{11}{16} + \frac{49}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{11}{16} + \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{11}{16} + \frac{7}{6} = \frac{33}{48} + \frac{56}{48} = \frac{89}{48} = 1\frac{41}{48}$$



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Completați tabelul următor:

Numărul	6	8	101	47	61	203	5	9
Inversul numărului								

2. Completați spațiile punctate cu inversele următoarelor fracții ordinare:

- a) $\frac{1}{13}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{67}$; d) $\frac{75}{31}$; e) $\frac{4}{9}$;
 f) $\frac{54}{29}$; g) $1\frac{1}{2}$; h) $2\frac{4}{7}$; i) $5\frac{5}{6}$; j) $7\frac{2}{3}$;

3. Efectuați:

- a) $\frac{3}{2} : 2 =$; b) $\frac{6}{5} : 7 =$;
 c) $4 : \frac{6}{5}$; d) $6 : \frac{4}{5}$; e) $9 : \frac{3}{7}$; f) $8 : \frac{6}{5}$.

4. Efectuați:

- a) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} =$; b) $\frac{7}{8} : \frac{3}{5} =$

c) $\frac{9}{4} : \frac{2}{5}$; d) $\frac{8}{9} : \frac{3}{7}$; e) $\frac{5}{9} : \frac{7}{2}$; f) $\frac{6}{5} : \frac{7}{8}$.

5. Efectuați împărțirile:

a) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4} =$; b) $\frac{6}{7} : \frac{9}{5} =$;

c) $\frac{8}{7} : \frac{4}{3}$; d) $\frac{9}{8} : \frac{5}{2}$; e) $\frac{6}{5} : \frac{9}{7}$; f) $\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$.

6. Efectuați împărțirile:

a) $\frac{16}{15} : \frac{32}{25} =$; b) $\frac{14}{27} : \frac{28}{63} =$;

c) $\frac{24}{25} : \frac{56}{15}$; d) $\frac{48}{49} : \frac{40}{21}$; e) $\frac{35}{54} : \frac{25}{48}$; f) $\frac{81}{50} : \frac{54}{25}$.

7. Calculați:

a) $1\frac{17}{18} : 5\frac{1}{4} =$;

b) $1\frac{13}{27} : 1\frac{7}{18}$; c) $1\frac{1}{35} : 1\frac{17}{28}$; d) $3\frac{11}{15} : 1\frac{3}{25}$; e) $1\frac{13}{32} : 1\frac{11}{16}$.

8. Calculați:

a) $2\frac{22}{25} : \frac{9}{4} : \frac{4}{5} =$;

b) $2\frac{26}{27} : \frac{4}{9} : \frac{5}{3}$; c) $1\frac{11}{49} : \frac{16}{21} : \frac{3}{4}$; d) $2\frac{26}{27} : \frac{20}{3} : \frac{8}{9}$; e) $3\frac{11}{15} : \frac{21}{10} : \frac{4}{3}$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

9. Produsul a două fracții ordinare este egal cu $\frac{64}{75}$. Aflați una dintre fracții, știind că cealaltă este egală cu:

a) $\frac{16}{15}$; b) $\frac{48}{35}$; c) $\frac{56}{25}$; d) $\frac{96}{45}$.

10. Câtul a două fracții ordinare este egal cu $5\frac{5}{6}$. Aflați împărțitorul, știind că deîmpărțitul este egal cu:

a) $2\frac{5}{8}$; b) $8\frac{3}{4}$; c) $6\frac{2}{9}$; d) $16\frac{1}{3}$.

11. Calculați:

a) $\frac{1\frac{1}{3} : \frac{8}{9}}{1\frac{1}{2} : \frac{2}{5}} : \frac{8}{15}$; b) $\frac{\frac{9}{10} : 2\frac{2}{5}}{1\frac{7}{8} : \frac{3}{2}} : \frac{16}{5}$; c) $\frac{\frac{5}{14} : \frac{8}{21}}{\frac{2}{6} : \frac{8}{3}} : \frac{7}{12}$;

$$d) \frac{15}{28} : \frac{2\frac{1}{10} : \frac{14}{15}}{\frac{35}{4} : 12\frac{1}{2}};$$

$$e) \frac{15}{8} : \frac{3\frac{3}{4} : \frac{25}{16}}{3\frac{3}{7} : \frac{9}{14}};$$

$$f) \frac{14}{15} : \frac{1\frac{13}{14} : \frac{9}{35}}{1\frac{7}{8} : \frac{21}{20}}.$$

12. Calculați:

$$a) 1\frac{1}{4} : \frac{3}{2} - \frac{7}{12};$$

$$b) \frac{8}{3} : 3\frac{1}{5} - \frac{1}{9};$$

$$c) \frac{3}{10} + 2\frac{2}{9} : \frac{8}{3};$$

$$d) \frac{11}{6} - \frac{4}{45} : 2\frac{2}{3};$$

$$e) 1\frac{13}{50} : \frac{9}{2} + \frac{13}{15};$$

$$f) 2\frac{9}{20} : \frac{14}{5} + \frac{5}{18}.$$

13. Calculați:

$$a) \frac{12}{25} : 1\frac{3}{5} + \frac{9}{35} : \frac{3}{14};$$

$$b) 4\frac{4}{5} : \frac{9}{2} - \frac{14}{75} : \frac{28}{45};$$

$$c) \frac{32}{45} : 2\frac{2}{3} - \frac{9}{16} : 3\frac{3}{8};$$

$$d) 1\frac{11}{24} : \frac{15}{8} - \frac{16}{27} : 2\frac{2}{9};$$

$$e) \frac{49}{60} : 1\frac{3}{4} - \frac{15}{16} : 3\frac{1}{8};$$

$$f) \frac{81}{28} : 13\frac{1}{2} + \frac{35}{12} : 4\frac{2}{3}.$$

14. Calculați:

$$a) \frac{35}{48} : \frac{25}{32} - 2\frac{2}{5} : 7\frac{1}{2} + \frac{4}{5};$$

$$b) \frac{57}{50} - 1\frac{4}{5} : 4\frac{1}{11} - \frac{15}{16} : \frac{25}{12}.$$

15. Se consideră fracțiile ordinare $x = \frac{3}{4} + \frac{5}{18} : 1\frac{1}{4}$ și $y = 1\frac{13}{15} : 3\frac{1}{5} - \frac{3}{8}$. Calculați $x : y$.

16. Se consideră fracțiile ordinare $x = \frac{2}{3} : \frac{3}{4} - \frac{1}{5} : 3\frac{3}{5}$ și $y = \frac{3}{8} : \frac{1}{3} + \frac{1}{5} : \frac{4}{15}$. Calculați $(x : y)^2$.

17. Calculați $(f_1 : f_2)^3$, știind că $f_1 = \frac{11}{24} + \frac{13}{30} - \frac{1}{5} - \frac{19}{60}$ și $f_2 = \frac{1}{5} + \frac{11}{12} - \frac{13}{25} - \frac{26}{75}$.

18. Se consideră fracția ordinară $f = 1 : \left(1 + \frac{1}{2}\right) : \left(1 + \frac{1}{3}\right) : \dots : \left(1 + \frac{1}{199}\right)$. Arătați că inversa fracției f este un număr natural pătrat perfect.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Se dă fracția:

$$f_n = \left(1 - \frac{2}{1+3}\right) \cdot \left(1 - \frac{3}{1+3+5}\right) \cdot \left(1 - \frac{4}{1+3+5+7}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{n+1}{1+3+5+\dots+(2n+1)}\right),$$

unde n este număr natural, $n \neq 0$. Calculați $f_7 : f_{13}$.

20. Comparați cu 1 fracția ordinară $f = \frac{2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{49}}{5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{25}}$.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Efectuați:

a) $\frac{28}{30} : \frac{21}{25}$;

b) $\frac{32}{49} : 2\frac{2}{7}$;

c) $1\frac{19}{56} : 2\frac{8}{21}$.

(3p) 2. Aflați rezultatul calculului: $2\frac{5}{6} - 2\frac{2}{9} : 4\frac{1}{6}$.

(3p) 3. Scrieți sub forma cea mai simplă fracția ordinară $f = \frac{27}{25} : 1\frac{5}{49} - \frac{36}{35} : 2\frac{6}{7}$ și apoi precizați inversa acesteia.

Lecția 37. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural. Aflarea unei fracții dintr-o fracție



Citesc și rețin

Aflarea unei fracții dintr-un număr natural: $\frac{a}{b}$ din $c = \frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$.

Aflarea unei fracții dintr-o fracție: $\frac{a}{b}$ din $\frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.



Cum se aplică?

1. Calculați:

a) $\frac{7}{8}$ din 24;

b) $\frac{4}{9}$ din 30.

Soluție:

a) $\frac{7}{8}$ din 24 = $\frac{7 \cdot \overset{3}{\cancel{24}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} = 7 \cdot 3 = 21$;

b) $\frac{4}{9}$ din 30 = $\frac{4}{\underset{3}{\cancel{9}}} \cdot \overset{10}{\cancel{30}} = \frac{4 \cdot 10}{3} = \frac{40}{3}$.

2. Calculați:

a) $\frac{5}{6}$ din $\frac{36}{25}$;

b) $\frac{2}{9}$ din $3\frac{3}{8}$.

Soluție:

a) $\frac{5}{6}$ din $\frac{36}{25} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{6}{\cancel{36}}}{\underset{1}{\cancel{6}} \cdot \underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{1 \cdot 6}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5}$;

b) $\frac{2}{9}$ din $3\frac{3}{8} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{3}{\cancel{27}}}{\underset{1}{\cancel{9}} \cdot \underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{3}{4}$.

3. Un elev s-a pregătit două zile pentru teza la matematică. În prima zi a rezolvat 18 probleme, iar în ziua următoare a rezolvat un număr de probleme mai mare cu $\frac{2}{9}$ din numărul problemelor rezolvate în prima zi. Aflați câte probleme a rezolvat elevul în cele două zile.

Soluție:

$\frac{2}{9}$ din 18 probleme = $\frac{2 \cdot 18}{9}$ probleme = $\frac{36}{9}$ probleme = 4 probleme, deci a doua zi a rezolvat $18 + 4$ probleme = 22 probleme.
În cele două zile, elevul a rezolvat $18 + 22$ probleme = 40 probleme.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\frac{2}{5}$ din 13 = $\frac{2 \cdot 13}{5} = \frac{26}{5}$;

b) $\frac{3}{7}$ din 10 = $\frac{3}{7 \cdot 10} = \frac{3}{70}$;

c) $\frac{9}{8}$ din $\frac{3}{4} = \frac{9:3}{8:4} = \frac{3}{2}$;

d) $\frac{7}{2}$ din $\frac{3}{5} = \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{21}{10}$.

2. Aflați:

a) $\frac{2}{3}$ din 21 =

b) $\frac{5}{4}$ din 24 =

c) $\frac{7}{6}$ din 18;

d) $\frac{4}{5}$ din 20;

e) $\frac{2}{7}$ din 35;

f) $\frac{4}{9}$ din 45.

3. O librărie a vândut într-o săptămână $\frac{12}{25}$ din cele 100 de pixuri scoase la vânzare. Câte pixuri a vândut librăria în săptămâna respectivă?

4. Calculați:

a) $\frac{5}{4}$ din 14 =

b) $\frac{7}{9}$ din 15 =

c) $\frac{1}{6}$ din 22;

d) $\frac{3}{8}$ din 36;

e) $\frac{4}{9}$ din 21;

f) $\frac{5}{8}$ din 20.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. O cantină muncitorească a cumpărat într-o zi cantitatea de 30 kg de roșii, în ziua următoare a cumpărat o cantitate mai mare cu $\frac{3}{5}$ din cantitatea de roșii cumpărată în ziua precedentă. Aflați cantitatea de roșii cumpărată de cantină în cele două zile.

12. Calculați:

a) $\frac{5}{9}$ din $2\frac{4}{25}$; b) $\frac{6}{5}$ din $1\frac{13}{27}$; c) $\frac{9}{8}$ din $4\frac{4}{15}$; d) $\frac{2}{7}$ din $3\frac{17}{20}$.

13. Un camion a parcurs în prima zi distanța de 240 km, iar în ziua următoare a parcurs o distanță mai mică cu $\frac{7}{16}$ din distanța parcursă în prima zi. Aflați distanța parcursă de camion în cele două zile.

14. Aflați suma a doi termeni, știind că primul termen este egal cu 6072, iar celălalt reprezintă:

a) $\frac{3}{4}$ din primul termen; b) $\frac{5}{6}$ din primul termen.

15. Aflați scăzătorul, știind că descăzutul este 216, iar diferența este:

a) $\frac{5}{6}$ din descăzut; b) $\frac{7}{9}$ din descăzut.

16. Un turist a parcurs, cu autocarul, în 3 zile distanța de 576 km dintre două localități. Știind că în prima zi a parcurs $\frac{1}{3}$ din distanță, iar în ziua următoare, $\frac{3}{4}$ din distanța străbătută în prima zi, calculați distanța parcursă de turist cu autocarul în ultima zi.

17. Un magazin de telefoane mobile a vândut într-o lună $\frac{3}{5}$ din numărul telefoanelor, iar în luna următoare a vândut $\frac{5}{8}$ din numărul telefoanelor vândute în prima lună. Știind că în a doua lună a vândut 135 de telefoane, aflați câte telefoane a vândut magazinul în prima lună.

18. Un elev a cheltuit în 3 zile suma de 108 lei. Știind că în prima zi a cheltuit $\frac{4}{9}$ din sumă, iar în ziua următoare a cheltuit $\frac{3}{5}$ din rest, calculați suma cheltuită de elev în ultima zi.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Andrei a citit cele 300 de pagini ale unei cărți în 3 zile. Știind că în prima zi a citit $\frac{1}{3}$ din numărul de pagini, iar în ziua următoare a citit mai mult cu $\frac{16}{25}$ din numărul de pagini citite în ziua precedentă, aflați câte pagini a citit Andrei în ultima zi.

20. O fermă agricolă a recoltat în prima săptămână $\frac{16}{75}$ din suprafața de teren cultivată cu grâu, iar în săptămâna următoare a recoltat $\frac{5}{8}$ din suprafața recoltată în prima săptămână. Știind că în primele două săptămâni a fost recoltată suprafața de 78 ha, calculați suprafața de teren cultivată cu grâu.



Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Calculați:

a) $\frac{4}{9}$ din 180; b) $\frac{5}{6}$ din 48 km; c) $\frac{11}{25}$ din 70 t.

(3p) **2.** Calculați:

a) $\frac{5}{8}$ din $\frac{56}{45}$; b) $\frac{16}{49}$ din $\frac{7}{8}$; c) $\frac{4}{3}$ din $2\frac{1}{16}$.

(3p) **3.** Cantitatea de 48 tone de materiale de construcție a fost vândută în 3 luni. Știind că în prima lună s-a vândut $\frac{3}{8}$ din întreaga cantitate, iar în luna următoare s-a vândut $\frac{2}{5}$ din cantitatea rămasă, aflați cantitatea de materiale vândută în ultima lună.

Lecția 38. Procente. Aflarea unui procent dintr-un număr natural. Aflarea unui procent dintr-o fracție



Citesc și rețin

Fracția ordinară $\frac{p}{100}$, unde p este număr natural, se notează $p\%$ și se citește „ p la sută” sau „ p procente”. În concluzie, $p\% = \frac{p}{100}$.

Aflarea unui procent dintr-un număr natural: $p\%$ din $a = \frac{p}{100} \cdot a = \frac{p \cdot a}{100}$.

Aflarea unui procent dintr-o fracție: $p\%$ din $\frac{a}{b} = \frac{p}{100} \cdot \frac{a}{b} = \frac{p \cdot a}{100 \cdot b}$.



Cum se aplică?

1. Determinați fracțiile ireductibile reprezentate de:

a) 16%;

b) 60%.

Soluție:

$$a) 16\% = \frac{16^{(4)}}{100} = \frac{4}{25};$$

$$b) 60\% = \frac{60^{(20)}}{100} = \frac{3}{5}.$$

2. Calculați:

a) 24% din 75;

b) 45% din 65.

Soluție:

$$a) 24\% \text{ din } 75 = \frac{24^{(4)}}{100} \cdot 75 = \frac{6}{25} \cdot 75 = \frac{6 \cdot 75}{25} = \frac{450^{(25)}}{25} = 18;$$

$$b) 45\% \text{ din } 65 = \frac{45^{(5)}}{100} \cdot 65 = \frac{9}{20} \cdot 65 = \frac{9 \cdot 65}{20} = \frac{585^{(5)}}{20} = \frac{117}{4}.$$

3. Prețul unui obiect era de 860 lei. Calculați prețul obiectului după o ieftinire cu 5%.

Soluție:

$$5\% \text{ din } 860 \text{ lei} = \frac{5^{(5)}}{100} \cdot 860 \text{ lei} = \frac{1}{20} \cdot 860 \text{ lei} = \frac{860}{20} \text{ lei} = 43 \text{ lei. Prețul obiectului}$$

după ieftinire este egal cu 860 lei – 43 lei = 817 lei.



Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele propoziții și stabiliți valoarea lor de adevăr:

a) $23\% = \frac{100}{23}$; b) $39\% = \frac{39}{100}$; c) $71\% = \frac{71}{100}$; d) $57\% = \frac{100}{57}$;

2. Determinați fracțiile ireductibile reprezentate de:

a) 45% =; b) 28% =

c) 10%; d) 20%; e) 25%; f) 75%.

3. Determinați fracțiile ireductibile reprezentate de:

a) 12%; b) 24%; c) 40%; d) 36%;

e) 125% =; f) 120% =

4. Aflați:

a) 48% din 125 =

b) 15% din 220; c) 16% din 225; d) 18% din 400; e) 70% din 140.



Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) 1. Calculați:

a) $\frac{3}{4}$ din 36;

b) $\frac{7}{5}$ din $\frac{25}{14}$.

(2p) 2. Se consideră fracția ordinară $a = \frac{7}{5}$. Scrieți inversa fracției ordinare a^2 .

(1p) 3. Scoateți întregii din fracția $f = \frac{5}{9} \cdot 2\frac{2}{5} + 2\frac{1}{3}$.

(1p) 4. O librărie a vândut în primele două săptămâni din luna septembrie 320 de caiete. Știind că în prima săptămână a vândut 40% din numărul caietelor, aflați câte caiete a vândut librăria în cea de a doua săptămână?

(1p) 5. Determinați numărul natural n din egalitatea: $\left(\frac{2}{3}\right)^n : \frac{4}{3} = \frac{2}{9}$.

(2p) 6. Se consideră fracția ordinară $a = 1\frac{4}{5} : \frac{6}{5} - \left(1\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{56}{75}$. Calculați $a^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^2$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) 1. Scrieți sub formă de fracție ordinară ireductibilă:

a) 36%;

b) 65%.

(2p) 2. Se consideră fracția ordinară $a = \frac{3}{2}$. Scoateți întregii din fracția ordinară a^4 .

(1p) 3. Scrieți sub forma cea mai simplă inversa fracției $f = 2\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{9} + \frac{3}{8}$.

(1p) 4. La selecția organizată de un club sportiv de atletism au participat 15 elevi din clasa a V-a. Știind că $\frac{3}{5}$ dintre aceștia au fost respinși, aflați numărul elevilor admiși.

(1p) 5. Aflați rezultatul calculului: $1 - \left(\frac{7}{9}\right)^{17} : \left[\frac{7}{9} \cdot \left(\frac{7}{9}\right)^4\right]^3$.

(2p) 6. Se consideră fracția $f = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 1\frac{5}{9} - \frac{5}{8} : 1\frac{7}{18}$. Comparați fracțiile f și $\frac{7}{16}$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

(2p) 1. Calculați:

a) $\frac{5}{9}$ din $\frac{21}{25}$;

b) 18% din 150.

(2p) 2. Introduceți întregii în fracția $a = 1\frac{1}{3}$ și apoi calculați a^3 .

(1p) 3. Scoateți întregii din fracția ordinară $f = 1\frac{11}{14} + \frac{1}{6} \cdot 2\frac{2}{7}$.

(1p) 4. Ioana a cheltuit în trei zile suma de 250 lei. Știind că în prima zi a cheltuit 28% din sumă, iar în ziua următoare a cheltuit $\frac{6}{7}$ din suma cheltuită în prima zi, aflați suma cheltuită în ultima zi.

(1p) 5. Comparați fracția ordinară $f = \left[\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 \right]^4 : \left(\frac{3}{7}\right)^{22}$ cu fracția $\frac{6}{31}$.

(2p) 6. Scrieți inversa fracției ordinare $a = 3\frac{4}{15} : 2\frac{1}{10} - \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 1\frac{31}{32}$.

Fișă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:

Clasa a V-a

Capitolul: Frații ordinare

Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

(7p) 1. Suma fracțiilor ordinare $\frac{2}{5}$ și $\frac{3}{5}$ este egală cu 1. A F

(7p) 2. Calculând $\frac{3}{7}$ din 42 km, obținem 18 km. A F

(7p) 3. Inversa fracției ordinare $\frac{17}{19}$ este fracția $\frac{19}{17}$. A F

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) 1. Știind că $\left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{16}{81}$, atunci numărul natural n este egal cu

(7p) 2. În clasa a V-a E sunt 25 de elevi. Dacă 40% din efectivul clasei sunt băieți, atunci numărul fetelor din clasă este egal cu

(7p) 3. Scriind sub formă de fracție ordinară ireductibilă rezultatul calculului $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{9}$, obținem

- (0,9p) 3. Produsul divizorilor proprii ai numărului natural 12 este egal cu:
 A. 12^2 ; B. 4^2 ; C. 6^2 ; D. 21^2 .
- (0,9p) 4. Diferența a două numere naturale prime este egală cu 15. Cele două numere sunt:
 A. 21 și 6; B. 19 și 4; C. 17 și 2; D. 18 și 3.
- (0,9p) 5. Amplificând fracția ordinară $\frac{18}{13}$ cu 5, obținem fracția:
 A. $\frac{72}{60}$; B. $\frac{90}{65}$; C. $\frac{80}{55}$; D. $\frac{80}{60}$.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

- (0,9p) 1. Aflați rezultatul calculului $\{[51 : (18^2 : 12 - 10) + 2^3] \cdot 7 + 2^2\} : [(3 \cdot 3^3)^5 : 3^{17}]$.
- (0,9p) 2. Se consideră numărul natural $a = 73 \cdot 179 + 875 \cdot 73 + 27 \cdot 1054$. Arătați că a este un multiplu de 10.
- (0,9p) 3. Suma a două numere naturale este egală cu 180. Aflați cele două numere, știind că unul dintre ele este de patru ori mai mare decât celălalt.
- (0,9p) 4. Determinați cifra a , $a \neq 0$, pentru care fracția ordinară $\frac{7a}{a4}$ este ireductibilă.
- (0,9p) 5. Se consideră numărul natural $a = 2^{n+2} \cdot 5^n - 1$, unde n este număr natural. Arătați că $a : 3$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,9p) 1. Diferența a două numere naturale este egală cu 1234. Dacă descăzutul este egal cu 4321, atunci scăzătorul este:
 A. 3128; B. 2078; C. 3087; D. 2905.
- (0,9p) 2. Numărul de 10 ori mai mare decât 7^2 este egal cu:
 A. 170; B. 490; C. 140; D. 210.
- (0,9p) 3. Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 12 și 18 este egal cu:
 A. 8; B. 4; C. 9; D. 6.
- (0,9p) 4. Comparând numerele naturale $m = 5^{23}$ și $n = 25^{12}$ rezultă că:
 A. $m \leq n$; B. $m > n$; C. $m < n$; D. $m \geq n$.
- (0,9p) 5. Dacă scoatem întregii din fracția ordinară $\frac{249}{7}$, obținem:
 A. $35\frac{4}{7}$; B. $52\frac{5}{7}$; C. $28\frac{3}{7}$; D. $42\frac{2}{7}$.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

- (0,9p) 1. Determinați numărul natural n pentru care fracțiile ordinare $\frac{4}{3}$ și $\frac{8}{n}$ sunt echivalente, $n \neq 0$.
- (0,9p) 2. Se consideră numărul natural $a = [(3^{11} + 2 \cdot 3^{11})^2 : 3^{23} + 2^0]^{11}$. Arătați că a este pătrat perfect.
- (0,9p) 3. Știind că două cărți și trei caiete costă 56 lei, iar două cărți și cinci caiete costă 60 lei, aflați cât costă șapte cărți.
- (0,9p) 4. Aflați cel mai mare număr natural care împărțit la 27 dă câtul de patru ori mai mic decât restul.
- (0,9p) 5. Se consideră numărul natural $a = 2^n \cdot 5^{n+3} + 1$, unde n este număr natural. Arătați că $a : 9$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

- (0,9p) 1. Rotunjind la sute numărul natural 70254, obținem numărul:
A. 70260; B. 70300; C. 70200; D. 70250.
- (0,9p) 2. Diferența numerelor naturale 6103 și 768 este un număr natural divizibil cu:
A. 2; B. 3; C. 4; D. 5.
- (0,9p) 3. Scriind sub formă de putere rezultatul calculului $(7 \cdot 7^{10}) : 7^5$ obținem:
A. 7^6 ; B. 7^7 ; C. 7^4 ; D. 7^5 .
- (0,9p) 4. Suma primilor cinci multipli ai lui 10 este egală cu:
A. 5^2 ; B. 12^2 ; C. 10^2 ; D. 6^2 .
- (0,9p) 5. Scrisă sub formă ireductibilă, fracția ordinară $\frac{90}{72}$ devine:
A. $\frac{4}{3}$; B. $\frac{6}{5}$; C. $\frac{9}{7}$; D. $\frac{5}{4}$.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

- (0,9p) 1. Comparați numerele naturale $x = 3^{51}$ și $y = 5^{34}$.
- (0,9p) 2. Aflați rezultatul calculului $(2^2 + 3^2)^9 : \{2^3 - 75 : [(585 : 13 - 3^3) \cdot 2 - 11]\}^{15}$.
- (0,9p) 3. La ora de chimie, pentru realizarea unui experiment, cei 28 de elevi ai clasei au fost împărțiți în 11 grupe, unele cu câte 2 elevi și altele cu câte 3 elevi. Aflați numărul grupelor cu 2 elevi și numărul grupelor cu 3 elevi.
- (0,9p) 4. Împărțind numărul natural a la 70, obținem restul 55. Aflați restul împărțirii numărului natural a la 14.
- (0,9p) 5. Determinați numărul natural n pentru care $\frac{8^5}{3^n} > \frac{32^3}{27^2}$.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

TESTE DE EVALUARE ÎNȚIALĂ

Testul 1

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	B	D	A	B	A	D	C	D

Partea a II-a: **1.** 700. **2.** a) x poate fi: 0, 1, 2, 3, 4, 5 sau 6; b) x poate fi: 7, 8 sau 9. **3.** a) 36 lei; b) 54 lei; c) 90 lei.

Testul 2

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	D	B	B	B	A	B	D	B	A

Partea a II-a: **1.** 10. **2.** a) $n = 1$; b) $n = 1$ sau $n = 2$ sau $n = 3$. **3.** a) 15 lei; b) 20 lei; c) 145 lei.

Testul 3

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	B	D	A	B	C	A	D	B

Partea a II-a: **1.** 4090. **2.** a) $x = 9$ și $y = 2$; b) $x = 9$ și $y = 0$ sau $x = 9$ și $y = 1$. **3.** a) 234 caiete; b) 293 caiete; c) 650 caiete.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE

Lecția 1. Scrierea și citirea numerelor naturale

1. a) 3 sute 58; b) 5 sute 4; c) 6 sute 12; d) 7 sute 90; e) 4 mii 123; f) 5 mii 17; g) 6 mii 704; h) 9 mii 820; i) 12 mii 345; j) 42 mii 38; k) 50 mii 821; l) 83 mii 106. **2.** a) 523 mii 149; b) 603 mii 468; c) 700 mii 207; d) 206 mii 46; e) 1 milion 20 mii 400; f) 2 milioane 203 mii 109; g) 6 milioane 6 mii 5; h) 40 de milioane 401 mii 108. **3.** a) 18, 81; b) 225, 252, 522, 552, 525, 255; c) 409, 490, 904, 940. **4.** a) 691, 961, 169, 619; b) 5780, 5870, 7580, 7850, 8570, 8750, 5078, 5708, 7058, 7508. **5.** a) 9301; b) 2902; c) 5039; d) 4064; e) 12005; f) 19007. **6.** a) 4803; b) 5701; c) 12358; d) 902804. **7.** a) 102070; b) 707009; c) 915008; d) 504106. **8.** a) 84209; b) 35842; c) 792085; d) 608943. **9.** a) 1204102; b) 3020700; c) 31100020; d) 65002805. **13.** a) A; b) A. **14.** a) luni și joi; b) joi și marți; c) miercuri și vineri.

15.	Numărul	75	100	5279	10692	90	406	9274	51179
	Predecesorul	74	99	5278	10691	89	405	9273	51178
	Succesorul	76	101	5280	10693	91	407	9275	51180

16. a) Clasa unităților, ordinul sutelor; b) Clasa miilor, ordinul unităților; c) Clasa miilor, ordinul zecilor; d) Clasa unităților, ordinul zecilor; e) Clasa miilor, ordinul zecilor; f) Clasa miilor, ordinul unităților; g) Clasa unităților, ordinul sutelor; h) Clasa miilor, ordinul sutelor. **17.** a) 54; b) 27; c) 382; d) 501; e) 9257; f) 4285; g) 50714; h) 95321. **18.** 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. **19.** a) C. 2 sau 8; b) D. 3 sau 7. **20.** a) 1070, 1272, 1474, 1676, 1878; b) 3511, 3533, 3555, 3577, 3599. **21.** i) a) 312, 321; b) 514, 523, 541, 532; ii) a) 199, 991, 393; b) 166, 661, 263, 362. **22.** a) 4132, 4231; b) 4133, 4331. **23.** a) 5640, 5604, 5622; b) 5650, 5632, 5614. **24.** a) 12235, 14135, 11435, 14531, 15431; b) 13233, 12333, 12139, 11239, 16133, 11633. **25.** a) 5100, 5142, 5184; b) 8050, 8652; c) 4700, 4714, 4728. **26.** 579. **27.** 90 de numere. **28.** Observăm că $p = 500$ și $i = 501$. După fiecare „operație”, dacă cele trei numere sunt pare, rezultă $p = p - 2$ și $i = i$; dacă cele trei numere sunt impare, rezultă $p = p$ și $i = i - 2$; dacă două numere sunt pare și unul impar, rezultă $p = p - 2$ și $i = i$, iar dacă două numere sunt impare și unul par, rezultă $p = p$ și $i = i - 2$; deci

numărul numerelor impare de pe tablă este întotdeauna număr impar, prin urmare ultimul număr este impar, deci răspunsul este „Da”. **29.** Numerele cerute sunt de forma \overline{abc} , $a \neq 0$, și evident $c = 9$. Cazul $b = 9$ nu este posibil, iar în cazul $b < 9$, obținem $a + b + c = 3(a + b + 1 + 0)$, de unde rezultă că $a + b = 3$ și obținem numerele: 129, 219 și 309. **30.** $\overline{abcd} = 9 \cdot \overline{bcd}$, de unde rezultă că $8 \cdot \overline{bcd} = 1000a$ și obținem $\overline{bcd} = 125a$. Pentru a egal cu: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, obținem numerele: 1125, 2250, 3375, 4500, 5625, 6750, 7875. Pentru a egal cu: 8, 9, numărul $125a$ are 4 cifre, prin urmare în aceste cazuri nu se obțin soluții.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 5062; b) 18013; c) 476071. **2.** a) cifra 0 face parte din clasa unităților și este de ordinul sutelor; b) cifra 3 face parte din clasa miilor și este de ordinul zecilor; c) cifra 2 face parte din clasa milioanei și este de ordinul unităților. **3.** 71223, 71621.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă

1. a) A; b) F. **2.** O are coordonata 0, A are coordonata 1, B are coordonata 2, C are coordonata 4, D are coordonata 6, E are coordonata 7. **3.** O are coordonata 0, A are coordonata 3, B are coordonata 5, C are coordonata 8, D are coordonata 10, E are coordonata 13, F are coordonata 14, G are coordonata 17. **10.** a) 2 cm; b) 5 mm. **11.** a) 3 cm; b) 14 mm. **12.** $OE = 16$ cm, $OF = 18$ cm. **13.** $OM = 25$ mm, $ON = 45$ mm. **14.** $AB = 56$ mm. **15.** Notăm cu u lungimea unității de măsură. $DE = 5u$, deci $u = 6$ mm, prin urmare $OF = 6,6$ cm.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. $u = 2$ cm. **3.** $MN = 7u = 7$ cm.

Lecția 3. Compararea și ordonarea numerelor naturale

1. a) $798 < 2011$; b) $3001 > 975$; c) $1002 > 999$; d) $7899 < 20111$; e) $12312 > 8975$; f) $9906 < 15002$; g) $88879 < 100000$; h) $95807 < 102103$; i) $200103 > 99988$. **2.** a) iulie; b) septembrie. **3.** a) 2016; b) 2015. **4.** a) $275 < 279$; b) $581 > 579$; c) $835 < 840$; d) $3556 > 3546$; e) $4901 > 4899$; f) $7206 < 7305$; g) $65279 < 65312$; h) $86061 > 86049$; i) $95037 > 95032$. **5.** a) $123458 < 123502$; b) $520764 < 520771$; c) $771456 > 771452$; d) $616543 > 615907$; e) $409528 < 409601$; f) $817562 > 817560$. **6.** a) 7841, 7850, 7930; b) 8199, 8243, 8259; c) 12345, 12354, 12453; d) 63999, 64529, 64921. **7.** Bacalaureat, Sieranevada, Aferim. **8.** a) 4610, 4602, 4601; b) 2178, 2177, 2175; c) 63000, 62505, 61995; d) 89263, 89201, 89164. **9.** a) 563999, 564132; b) 808795, 809280; c) 321502, 324001; d) 725486, 725602. **10.** a) $9012 > 8976$; b) $1789 < 3102$. **11.** a) 9996, 9997, 9998, 9999; b) 10000, 10001, 10002, 10003, 10004, 10005. **12.** a) 24803, 24804, 24805, 24806; b) 5157, 5158, 5159, 5160. **13.** a) 7210, 7212, 7214; b) 13603, 13605, 13607, 13609. **14.** a) 10068, 88610; b) 100168, 886610. **15.** 11137. **16.** 62112. **17.** 843201. **18.** 102356. **19.** 36 de numere. **20.** a) Dacă $a < 4$, atunci $\overline{72a49} < \overline{724a9}$, dacă $a = 4$, atunci $\overline{72a49} = \overline{724a9}$, iar dacă $4 < a$, atunci $\overline{72a49} > \overline{724a9}$; b) Dacă $a < 7$, atunci $\overline{8a752} < \overline{87a52}$, dacă $a = 7$, atunci $\overline{8a752} = \overline{87a52}$, iar dacă $a > 7$, atunci $\overline{8a752} > \overline{87a52}$; c) Dacă $a < 4$, atunci $\overline{54a61} > \overline{5a461}$, dacă $a = 4$, atunci $\overline{54a61} = \overline{5a461}$, dacă $a > 4$, atunci $\overline{54a61} < \overline{5a461}$. **21.** a) $a = 8$ și $b \leq 7$ sau $a = 9$ și $b \leq 9$; b) $a < 5$ și $b \leq 9$ sau $a = 5$ și $6 \leq b \leq 9$; c) $a < 6$ și $b \leq 9$ sau $a = 6$ și $7 \leq b \leq 9$. **22.** $a = 6$ și $b = 1$ sau $a = 7$ și $b = 0$. **23.** $3a + 3 = 3x + 6$, de unde rezultă că $3a = 3x + 3$, deci $a > x$, prin urmare $\overline{abc} > \overline{xyz}$. **24.** a) Suma cifrelor lui N este $S = 45 + a_k$, $1 \leq k \leq 10$, deci valoarea minimă este $S = 46$, deci $S_1 = S_2 = 23$ și analizând obținem $N = 9876541312$; b) Valoarea maximă este $S = 54$, deci $S_1 = S_2 = 27$ și analizând obținem $N = 1234569798$. **25.** Observăm că $a > b$, $a > c$ și $a > d$, prin urmare $c + b + a > d$, $b + a + d > c$ și $a + d + c > b$, deci condiția este îndeplinită dacă $d + c + b < a$. În condițiile problemei, cel mai mic număr se obține pentru $d + c + b = 6$ și $a = 7$, și analizând obținem numărul 7231, iar cel mai mare număr se obține pentru $d + c + b = 8$ și $a = 9$, acesta fiind 9521.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $9856 < 10431$; b) $27102 > 27093$; c) $751125 < 751130$. 2. 11481, 82112. 3. $x = 3$ și $y = 3$ sau $x = 4$ și $y = 2$ sau $x = 5$ și $y = 1$ sau $x = 6$ și $y = 0$.

Lecția 4. Aproximarea numerelor naturale. Rotunjiri

1. a) 6170, 6180; b) 6100, 6200; c) 6000, 7000. 2. a) 320, 330; b) 560, 570; c) 710, 720; d) 2480, 2490; e) 3560, 3570; f) 7290, 7300. 3. a) 5100, 5200; b) 4500, 4600; c) 8600, 8700; d) 33400, 33500; e) 89300, 89400; f) 62900, 63000. 4. a) 14000, 15000; b) 42000, 43000; c) 74000, 75000; d) 512000, 513000; e) 967000, 968000; f) 305000, 306000. 6. a) 680 lei, 690 lei, 640 lei; b) 700 lei, 700 lei, 600 lei. 7. a) 620; b) 740; c) 550; d) 800; e) 9120; f) 4360; g) 8470; h) 7050. 8. a) 1400; b) 5200; c) 7600; d) 42900; e) 83500; f) 97000. 9. a) 15000; b) 42000; c) 64000; d) 724000; e) 571000; f) 861000. 11. $29000 \text{ km} = 29000 \text{ km} = 29000 \text{ km}$. 12. a) 820000 m; b) 570000 m; c) 470000 m; d) 790000 m. 13. a) 720000, 730000; b) 810000, 820000; c) 540000, 550000; d) 680000, 690000. 14. a) 8100000 kg; b) 5900000 kg; c) 2800000 kg; d) 7400000 kg. 15. a) 3800000, 3900000; b) 5200000, 5300000; c) 6400000, 6500000; d) 9100000, 9200000. 16. 0, 1, 2, 3, 4. 17. $5 \leq x \leq 9$. 18. 7484. 19. 635524. 20. a) B. $x \leq 4$; b) A. $a > 4$. 21. 5009, 5119, 5229, 5339, 5449. 22. Deducem că $b \geq 5$ și $b = a + 1$, deci numerele sunt: 345, 356, 367, 378, 389. 23. Din ipoteză rezultă că $x = y - 1$ și $y \geq 5$, prin urmare numerele sunt: 145454, 156565, 167676, 178787, 189898. 24. Din ipoteză rezultă că $a = d = 9$, $b = c - 1$ și $c = 5$, prin urmare $b = 4$ și, deci, $\overline{abcd} = 9459$. 25. Notăm cu S suma rotunjirilor la sute pentru cele două numere. Dacă $\overline{7aba}$ și $\overline{7bab}$ se rotunjesc la sute prin lipsă, atunci $S < 15000$, iar dacă se rotunjesc prin adaos, atunci $S > 15000$ și de aici deducem că unul dintre numere se rotunjește prin lipsă și celălalt prin adaos, prin urmare $a = 4$ și $b = 5$ sau $a = 5$ și $b = 4$, deci $\overline{7aba} + \overline{7bab} = 14999$ și rotunjind suma la zeci obținem 15000.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 7280, 7290; b) 7200, 7300; c) 7000, 8000. 2. a) 67550; b) 67500; c) 68000. 3. 39595, 39696, 39797, 39898.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. 800, 811, 822, 833, 844. 6. $a > b$ sau $a = b$ și $a \leq 8$. Testul 2. 5. 71080, 71286. 6. 412, respectiv 971. Testul 3. 5. $n = 5$. 6. $a \geq 6$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. F. 3. F. II. 1. 593. 2. 2 cm. 3. 1352. III. 1. B. 2. B. 3. D. IV. Observăm că $a + b$ este număr impar, deci $a = 5$; verificând rezultă că $b = 4$, deci $\overline{ab} = 54$. V. a) $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$, deci $m = 123456789$; cifra 2 face parte din clasa milioane și este de ordinul zecilor; b) Cele două cifre sunt 8 și 9, deci $n = 123456798 > m$.

Lecția 5. Adunarea numerelor naturale. Proprietățile adunării

1. a) 64; b) 87; c) 90; d) 90; e) 72; f) 91; g) 91; h) 93. 2. 47 ani. 3. a) 586; b) 531; c) 416; d) 872; e) 1040; f) 1140; g) 1065; h) 1007. 4. 615 km. 5. a) 8445; b) 6203; c) 6480; d) 6091; e) 13703; f) 50215; g) 32802; h) 68914. 6. 1667 lei. 7. a) 2422; b) 3605; c) 5294; d) 4534; e) 12127; f) 9980; g) 9442; h) 507294. 8. 6204 locuitori. 9. a) 13991; b) 24002. 10. 10793 sticle cu apă plată. 11. a) 113459; b) 99222; c) 85100; d) 87535. 12. a) 161560; b) 497914; c) 284401; d) 517098. 13. 21378. 14. a) 10890; b) 11451; c) 85058; d) 112031. 15. 53000. 16. 145600. 17. a) 76, 77; b) 203, 204; c) 261, 262; d) 307, 308. 18. a) 113, 114, 115; b) 151, 152, 153; c) 268, 269, 270; d) 254, 255, 256. 19. 608 elevi. 20. $S = 172835$ și rotunjind la zeci de mii obținem numărul 170000. 21. a) 12403; b) 15225; c) 21321; d) 52975. 22. a) $a = 0$, $b = 9$; b) $a = 7$, $b = 1$. 23. $S = 17 + 27 + 37 + \dots + 97 = 10(1 + 2 + 3 + \dots + 99) + 99 \cdot 7 = (10 \cdot 99 \cdot 100) : 2 + 693 = 49500 + 693 = 50193$. 24. Observăm că $d = a$ sau $d = a + 1$. Cazul $d = a$ nu este posibil, prin urmare $d = a + 1$, deci $2d = \overline{1a}$, de unde rezultă că $d = 9$ și $a = 8$. Analizând, obținem $b = 9$ și $c = 9$, prin urmare $\overline{abcd} = 8999$. 25. Observăm că $I = 0$, $T = 9$, $C = 1$, deci $O + E = 11$ de unde rezultă că $E = 5$ și $O = 6$, deci $D = 4$ și $R = 7$; $N = 2$; $460 + 9750 = 10210$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 899; b) 1161; c) 1034. 2. a) 6579; b) 37206. 3. $a = 4538$; 13000.

Lecția 6. Scăderea numerelor naturale

1. a) 22; b) 31; c) 32; d) 71; e) 26; f) 18; g) 28; h) 35. 2. 38 km. 3. a) 77; b) 129; c) 358; d) 244; e) 29; f) 381; g) 349; h) 429. 4. 856 lei. 6. 1150 lei. 7. a) 2187; b) 2284; c) 4187; d) 858; e) 5488; f) 6369; g) 8435; h) 7403. 8. 2899 elevi. 9. a) 53328; b) 64608. 10. 64639 t. 11. 2057. 12. 1963. 13. a) 110957; b) 328896; c) 395470; d) 407742. 14. 293 persoane. 15. 1269. 16. i) a) 1539; b) 2146; ii) a) 10319; b) 30257. 17. a) $x = 4694$; b) $y = 5851$. 18. a) 4124; b) 4231; c) 6214; d) 5503. 19. a) 4403; b) 82986; c) 58470; d) 105100. 20. 92500. 21. a) $a = 6$, $b = 7$; b) $a = 7$, $b = 6$. 22. a) 2680; b) 29810. 23. $d = (101 + 103 + 105 + \dots + 999) - (10 + 12 + 14 + \dots + 98) = [450 \cdot 100 + (1 + 3 + 5 + \dots + 899)] - [45 \cdot 10 + (2 + 4 + 6 + \dots + 88)] = (45000 + 450 \cdot 450) - (450 + 44 \cdot 45) = 245070$. 24. Făcând proba scăderii observăm că $2U = I$ și $2U = D$, deci $D = I + 1$, D este cifra impară și $D \geq 5$. Dacă $D = 5$, rezultă că $I = 4$, $U = 2$, $N = 8$ și $O = 6$; dacă $D = 7$ nu obținem soluție; dacă $D = 9$, rezultă $I = 8$, $U = 4$, $N = 6$ și $O = 2$; $564 - 282 = 282$, $928 - 464 = 464$. 25. Dacă $a = 2$ și $b = 2$, atunci $c = 6$ sau $c = 7$. Cazul $c = 6$ nu este posibil, iar în cazul $c = 7$ obținem $d = 1$. Dacă $a = 2$ și $b = 3$ problema este imposibilă, prin urmare $\overline{abcd} = 2271$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 232; b) 255; c) 316. 2. a) 2178; b) 21087. 3. $x - y = 77063$; 77100.

Lecția 7. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii

1. a) 114; b) 216; c) 245; d) 147; e) 282; f) 504; g) 680; h) 585. 2. 116 elevi. 3. a) 616; b) 888; c) 598; d) 464; e) 770; f) 1005; g) 1411; h) 1350. 4. 8 creioane. 5. a) 290; b) 350; c) 670; d) 490; e) 3250; f) 2730; g) 7860; h) 5040. 6. 2695 puieți. 7. a) 14300; b) 25400; c) 67700; d) 30500; e) 6251000; f) 3276000; g) 4671000; h) 2003000. 8. 12500 g. 9. a) 48070000; b) 90130000; c) 38800000; d) 904100000; e) 883000000; f) 1275000000. 10. 340000 lei. 11. a) 13462; b) 39325; c) 53144; d) 18252. 12. 9112 lei. 13. 7000 lei = 7000 lei. 14. a) 104192; b) 306878. c) 125356. 15. 1967. 16. a) 7800; b) 9700; c) 19800; d) 62000; e) 11600; f) 271600. 17. 6300000. 18. 1860 uluci. 19. a) 620; b) 670; c) 370; d) 3200; e) 4700; f) 8200. 20. a) 3296; b) 5508; c) 1073; d) 3337; e) 33735; f) 42408. 21. a) 203010; b) 504030. 22. a) 510000; b) 870000. 23. p are ultimele zece cifre zerouri pentru $45 \leq n \leq 49$, deci $s = 1 + 2 + 3 + \dots + 49 = 1225$. 24. Egalitatea $4 \cdot \overline{ababab} = 7 \cdot \overline{bababa}$ se scrie $4 \overline{ab} \cdot 10101 = 7 \overline{ba} \cdot 10101$, deci $4 \overline{ab} = 7 \overline{ba}$, de unde rezultă $a = 2b$. Dacă $b = 1$, atunci $a = 2$; dacă $b = 2$, atunci $a = 4$; dacă $b = 3$, atunci $a = 6$; dacă $b = 4$, atunci $a = 8$. Așadar, \overline{ab} poate fi 21, 42, 63, 84. 25. $\overline{ab} = a(b - 4) + b(a + 4)$ se mai scrie $10a + b = ab - 4a + ba + 4b$, de unde rezultă că $a = (3b) : (14 - 2b)$ și analizând se obțin soluțiile $\overline{ab} = 24$ și $\overline{ab} = 96$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 720; b) 30900; c) 702. 2. a) 1980; b) 42230. 3. 200000.

Lecția 8. Factor comun

1. a) 23; b) 49; c) 405. 2. a) A; b) A; c) A; d) A. 3. a) $8(15 + 19) = 272$; b) $5(54 - 17) = 185$; c) $4(52 + 21) = 292$; d) $7(45 + 34) = 553$; e) $8(62 - 45) = 136$; f) $6(75 - 28) = 282$. 4. 620 lei. 5. a) $35(349 + 251) = 21000$; b) $42(504 - 104) = 16800$; c) $55(636 - 436) = 11000$; d) $64(395 + 505) = 57600$; e) $47(108 + 292) = 18800$; f) $75(809 - 509) = 22500$. 6. 90000 lei. 7. a) $63(52 + 1) = 3339$; b) $57(1 + 85) = 4902$; c) $45(80 + 1) = 3645$; d) $27(108 - 1) = 2889$; e) $35(207 - 1) = 7210$; f) $57(176 - 1) = 9975$. 8. 15000 lei. 9. a) $54(432 + 751 - 183) = 54000$; b) $38(643 - 255 + 612) = 38000$; c) $47(529 + 616 - 145) = 47000$; d) $63(192 + 908 - 100) = 63000$. 10. 32500 lei. 11. a) $1756(96 + 105 - 1) = 351200$; b) $2038(75 + 226 - 1) = 611400$; c) $3637(453 - 1 - 52) = 1454800$; d) $6017(584 - 83 - 1) = 3008500$. 12. a) $3x + 2(y + z) = 151$; b) $5x + 3(y + z) = 238$; c) $8x + 5(y + z) = 389$; d) $4(y + z) - 5x = 49$; e) $7(z + y) - 9x = 80$; f) $9(y + z) - 7x = 208$. 13. a) $x(y - z) = 290$; b) $2x(y - z) = 580$; c) $5x(y - z) = 1450$; d) $3x(y - z) = 870$; e) $7x(y - z) = 2030$; f) $10x(y - z) = 2900$. 14. a) $n + p = 21$; b) $n + p = 53$; c) $n + p = 28$; d) $n + p = 45$. 15. a) $4(x + y + z)$; b) $3(x + y - 3z)$; c) $4(2x - y - z)$; d) $5(x - 2y + 5z)$; e) $7(x + 3y - 8z)$; f) $9(4x - y + 7z)$.

16. a) 1028000; b) 1203000; c) 681000; d) 348600. 17. $a + b + c = a \cdot b$ se scrie $3(a + 2) = a(a + 2)$, deci $a = 3$, $b = 5$, $c = 7$. 18. a) $2m + 4n + 6p = 2m + 2p + 4n + 4p = 2(m + p) + 4(n + p) = 1410$; b) Analog obținem 2115. 19. a) $xz + xt + yz + yt = x(z + t) + y(z + t) = (z + t)(x + y) = 5100$; b) Analog obținem 4095. 20. a) $S_1 = 250500$; b) $S_2 = 676368$; c) $S_3 = 25250$; d) $S_4 = 35350$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 2900; b) 1960; c) 368000. 2. a) 3400; b) 42500. 3. $m = 98$.

Lecția 9. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale

1. a) 17; b) 21; c) 13; d) 16; e) 11; f) 15; g) 12; h) 13. 2. 14 lei. 3. a) 163; b) 82; c) 153; d) 106; e) 34; f) 54; g) 89; h) 94. 4. 162 parcări. 5. a) 32; b) 55; c) 54; d) 64; e) 49; f) 58; g) 48; h) 45. 6. 18 lei. 7. a) 45; b) 51; c) 72; d) 706; e) 840; f) 900. 8. 21 pagini. 9. a) 54; b) 68; c) 90; d) 690; e) 208; f) 600. 10. 365 bancnote. 11. a) 51; b) 47; c) 80; d) 720; e) 900; f) 640. 12. a) 32; b) 56; c) 75. 13. a) 576; b) 432; c) 384. 14. a) 3075; b) 5250; c) 22620; d) 96285. 15. a) 49; b) 11; c) 88; d) 45. 16. 2021. 17. 100 lei. 18. 30. 19. 803. 20. a) $x = 24$; b) $x = 36$; c) $x = 45$. 21. 150 plăci. 22. a) 151; b) 249. 23. $a + b = 75 \cdot c + 75 \cdot d = 75(c + d) = 75 \cdot 391 = 29325$; $29325 : 51 = 575$ rest 0. 24. $a \cdot b \cdot c = 10000$, deci $a \cdot a = 100 \cdot 100$, prin urmare $a = 100$; a, b și c pot fi: 100, 100, 1 sau 100, 50, 2 sau 100, 25, 4 sau 100, 20, 5 sau 100, 10, 10 sau 100, 5, 20 sau 100, 4, 25 sau 100, 2, 50 sau 100, 1, 100. 25. Făcând proba împărțirii rezultă că $10a + b = a \cdot a + a \cdot b + a$ sau $a(9 - a) = b(a - 1)$, deci $b = [a(9 - a)] : (a - 1)$; ab poate fi 39, 55, 90.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 56; b) 38; c) 57. 2. a) 35; b) 163. 3. 225 lei.

Lecția 10. Împărțirea cu rest a numerelor naturale. Teorema împărțirii cu rest

1. a) $c = 15, r = 1$; b) $c = 14, r = 3$; c) $c = 13, r = 2$; d) $c = 13, r = 4$; e) $c = 25, r = 1$; f) $c = 12, r = 3$; g) $c = 10, r = 7$; h) $c = 12, r = 4$. 2. 2 puițe. 3. a) $c = 154, r = 1$; b) $c = 126, r = 3$; c) $c = 123, r = 2$; d) $c = 117, r = 3$; e) $c = 39, r = 3$; f) $c = 32, r = 5$; g) $c = 43, r = 3$; h) $c = 54, r = 3$. 4. 14 copii. 6. 11 platouri, 6 prăjituri. 7. a) $565 = 22 \cdot 25 + 15$; b) $604 = 23 \cdot 26 + 6$; c) $795 = 24 \cdot 33 + 3$; d) $812 = 25 \cdot 32 + 12$; e) $885 = 27 \cdot 32 + 21$; f) $942 = 26 \cdot 36 + 6$; g) $987 = 35 \cdot 28 + 7$; h) $917 = 36 \cdot 25 + 17$. 8. 16 zile, 10 pagini. 9. a) $5841 = 46 \cdot 126 + 45$; b) $8183 = 52 \cdot 157 + 19$; c) $6827 = 61 \cdot 111 + 56$; d) $5207 = 37 \cdot 140 + 27$; e) $33146 = 54 \cdot 613 + 44$; f) $24506 = 65 \cdot 377 + 1$; g) $54204 = 83 \cdot 653 + 5$; h) $68009 = 72 \cdot 944 + 41$. 10. 14 cutii, 25 pachete. 11. a) 0, 1, 2; b) 0, 1, 2, 3, 4; c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. 12. 1937. 13. 376, 377, 378, 379. 14. 7, 14, 21, 28, 35. 15. a) $n = 45$; b) $n = 37$. 16. 860. 17. 5145. 18. 45, 90, 135, 180. 19. 72, 144, 216, 288, 360, 432, 504, 576, 648. 20. a) $n = 8(9c + 7) + 5$, deci $r = 5$; b) $n = 12(6c + 5) + 1$, deci $r = 1$; c) $n = 18(4c + 3) + 7$, deci $r = 7$; d) $n = 24(3c + 2) + 13$, deci $r = 13$. 21. a) $n = 5$; b) $n = 7$; c) $n = 15$; d) $n = 23$. 22. Dacă sunt 13 numere, suma resturilor este $1 + 2 + 3 + \dots + 12 = 78$; $85 - 78 = 7$, prin urmare sunt 14 numere sau 15 numere. Dacă sunt 14 numere, atunci primul și ultimul dau restul 7 la împărțirea cu 13, deci suma lor împărțită la 13 dă restul 1, iar dacă sunt 15 numere, atunci primul și ultimul dau resturile 3, respectiv 4 la împărțirea cu 13, deci suma lor împărțită la 13 dă restul 7. 23. $120 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ sau $120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ sau $120 = 4 \cdot 5 \cdot 6$ și, deoarece numai $2 + 3 + 4 + 5$ se împarte la 7 cu restul 0, rezultă că sunt 4 numere: $7k + 2, 7k + 3, 7k + 4$ și $7k + 5$. Numerele căutate sunt 93, 94, 95, 96. 24. $\overline{abc} = \overline{ab} \cdot \overline{ac} + c$, sau $10\overline{ab} - \overline{ab} \cdot \overline{ac} = 0$, deci $\overline{ab}(10 - \overline{ac}) = 0$, de unde rezultă că $a = 1$ și $c = 0$. Pentru $0 \leq b \leq 9$, obținem numerele: 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180 și 190. 25. Deoarece $r < 11$ și $q = r : 3$ rezultă că resturile sunt 9, 6 și 3; $m = 11 \cdot 3 + 9, p = 11 \cdot 2 + 6$ și $n = 11 \cdot 1 + 3$; 84 pomi.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $q = 9, r = 7$; b) $q = 3, r = 8$; c) $q = 25, r = 4$. 2. a) $q = 301, r = 9$; b) $q = 906, r = 9$. 3. 54 elevi.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. 400000. 6. 34, 68. Testul 2. 5. 670, 671, 672. 6. 400. Testul 3. 5. $m = 54$. 6. 102, 103, 104.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. A. 3. A. II. 1. 439. **2.** 21. **3.** 900. **III. 1. C. 2. B. 3. D. IV.** Dacă notăm cu n numărul termenilor sumei, rezultă că $n = 2k + 1$, unde k este număr natural. Dacă $n = 3$, numerele sunt 73, 75 și 77; dacă $n = 5$, numerele sunt 41, 43, 45, 47, 49; dacă $n = 7$, problema nu are soluție; dacă $n \geq 9$, în cazul în care problema are soluție, numerele obținute nu sunt toate de două cifre. În concluzie, problema are soluție în cazurile $n = 3$ și $n = 5$. **V.** a) $r < 11$; $0 + 1 + 2 + \dots + 10 = 55$; $55 - 49 = 6$ și $6 = 0 + 1 + 2 + 3$, deci dacă lipsesc resturile 0, 1, 2 și 3 se obțin șapte numere consecutive; b) Dacă notăm cu q câtul împărțirilor, atunci pentru $q = 8$ se obțin numerele 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98.

Lecția 11. Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural

1. a) Șapte la puterea optsprezece; b) Trei la puterea douăzeci și cinci. **2.** a) 13 și 9; b) 6 și 37; c) 7 și 61; d) 19 și 8. **3.** a) 2^5 ; b) 3^4 ; c) 7^6 . **4.** a) 1, 2, 4, 8, 16; b) 1, 3, 9, 27, 81; c) 1, 4, 16, 64, 256; d) 1, 5, 25, 125, 625. **5.** a) 1; b) 1; c) 1; d) 1. **6.** a) 360; b) 490; c) 160; d) 250; e) 2700; f) 6400; g) 8100; h) 3200. **7.** a) 4; b) 5; c) 6; d) 3; e) 2; f) 3. **8.** a) 5^2 ; b) 6^2 ; c) 7^2 ; d) 3^3 ; e) 2^5 ; f) 2^4 sau 4^2 ; g) 3^4 sau 9^2 ; h) 2^6 sau 4^3 sau 8^2 . **9.** a) 1; b) 10; c) 100; d) 1000; e) 10000; f) 100000. **10.** a) 99; b) 1001; c) 9990; d) 100010; e) 900; f) 11000; g) 99900; h) 101000. **11.** a) 8; b) 72; c) 63; d) 124; e) 48; f) 100; g) 216; h) 96. **12.** a) 7; b) 33; c) 4; d) 15; e) 262; f) 3; g) 207; h) 118. **13.** a) 41; b) 6; c) 20; d) 75; e) 11; f) 64. **14.** a) 676; b) 134; c) 83; d) 123; e) 36; f) 288. **15.** a) $25 + 144 = 169$; b) $81 + 144 = 225$; c) $49 + 576 = 625$; d) $144 + 256 = 400$; e) $225 + 400 = 625$; f) $100 + 576 = 676$. **16.** a) 5; b) 5; c) 6; d) 6. **17.** a) 4; b) 1; c) 2; d) 9; e) 8; f) 1; g) 3; h) 6. **18.** $1 \leq a + b^2 \leq 90$, deci $c^3 \leq 90$, prin urmare c poate fi: 1, 2, 3 sau 4. După verificări, rezultă că numărul \overline{abc} poate fi: 101, 253, 712, 422, 802. **19.** Deoarece $x^2 \leq 81$, rezultă că $y \leq 4$, $z \leq 3$, $t \leq 2$ și verificând obținem numerele 3210 și 6321. **20.** Deoarece suma $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} + d$ este un număr de patru sau cinci cifre, rezultă că $e = 3$ sau $e = 4$. În cazul $e = 3$ nu se obțin soluții, iar în cazul $e = 4$, analizând, obținem $d = 5$, $c = 6$, $b = 4$ și $a = 9$ sau $d = 5$, $c = 6$, $b = 9$ și $a = 8$; 94654, 89654.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 27; b) 81; c) 243. **2.** a) 36; b) 360; c) 497. **3.** Observăm că $u(7^1) = 7$, $u(7^2) = 9$, $u(7^3) = 3$, $u(7^4) = 1$ și $u(7^5) = 7$, deci ultima cifră a numărului 7^n se repetă din 4 în 4, prin urmare $u(7^{38}) = u(7^{9 \cdot 4 + 2}) = u(7^2) = 9$.

Lecția 12. Pătrate perfecte

1. C. 61^2 . **2.** a) A; b) A. **3.** 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81. **4.** a) $4 < 6 < 9$; b) $9 < 14 < 16$; c) $16 < 20 < 25$; d) $25 < 35 < 36$; e) $36 < 41 < 49$; f) $49 < 54 < 64$; g) $64 < 75 < 81$; h) $64 < 79 < 81$. **5.** a) 49; b) 36, 81. **6.** a) A; b) A; c) A; d) A; e) A; f) A; g) A; h) A. **7.** a) $1 + 3 = 2^2$; b) $1 + 3 + 5 = 3^2$; c) $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$; d) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2$; e) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 6^2$; f) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2$; g) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 8^2$; h) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 9^2$. **8.** a) A; b) A; c) F; d) F; e) A; f) A; g) A; h) F; i) F; j) A. **9.** a) Numărul 1002 nu este pătrat perfect pentru că ultima cifră este 2. **10.** $49 = 2^2 + 3^2 + 6^2$. **11.** a) $400 = 20^2$, $441 = 21^2$, $484 = 22^2$; b) $900 = 30^2$, $961 = 31^2$. **12.** $10000 = 100^2$, deci sunt 100 de pătrate perfecte mai mici decât 10000. **13.** a) $n = 2000^2$; b) $n = 2004^2$; c) $n = 2000^2$; d) $n = 1020^2$. **14.** a) $u(6^n + 1)$ este 2 sau 7; b) $u(5^n + 2)$ este 3 sau 7; c) $u(6^n + 7)$ este 8 sau 3; d) $u(5^n + 7)$ este 8 sau 2. **15.** $n^2 < n(n + 1) < (n + 1)^2$. **16.** a) $u(5n - 2) = 8$ sau 3; b) $u(5n - 3) = 7$ sau 2; c) $u(5n - 7) = 3$ sau 8; d) $u(5n - 8) = 2$ sau 7. **17.** a) 1001²; b) 1011². **18.** Ultima cifră a numerelor 2^n , 3^n și 7^n se repetă din patru în patru. Pentru $n = 4k + 1$ sau $n = 4k + 2$, $k \in \mathbb{N}$, $u(2^n + 3^n + 7^n) = 2$, iar pentru $n = 4k + 3$ sau $n = 4k$, $k \in \mathbb{N}$, $u(2^n + 3^n + 7^n) = 8$, deci a nu este pătrat perfect. **19.** $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n) + n + 1 = n(n + 1) + n + 1 = (n + 1)(n + 1) = (n + 1)^2$. **20.** $p = (16 \cdot 9 \cdot 5)^2 \cdot 7$, deci m se obține prin înlocuirea cifrei 7 cu $4 = 2^2$, deci $m = (32 \cdot 9 \cdot 5)^2$, iar n se obține prin înlocuirea cifrei 7 cu $9 = 3^2$, deci $n = (16 \cdot 27 \cdot 5)^2$; $4 < 7 < 9$, prin urmare $m < p < n$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 25, 36; b) 64. **2.** a) $n = 2017^2$; b) $n = 2019^2$. **3.** a) $u(5^n - 2) = 3$; b) $u(6^n - 4) = 2$.

Lecția 13. Reguli de calcul cu puteri

1. a) A; b) A; c) A. 2. a) 3^{21} ; b) 5^{30} ; c) 7^{33} ; d) 2^{40} ; e) 6^{42} ; f) 4^{41} . 3. a) 2^{24} ; b) 3^{28} ; c) 2^{48} ; d) 3^{54} ; e) 6^{50} ; f) 5^{42} . 4. a) 2^{23} ; b) 3^{41} ; c) 13^{60} ; d) 17^{53} ; e) 11^{43} ; f) 19^{41} . 5. a) 2^{18} ; b) 3^{27} ; c) 5^{30} ; d) 6^{21} ; e) 7^{28} ; f) 9^{29} . 6. a) 2^{22} ; b) 3^{38} ; c) 3^{58} ; d) 2^{23} ; e) 6^{29} ; f) 5^{24} . 7. a) 11^{40} ; b) 13^{60} ; c) 17^{90} ; d) 19^{48} ; e) 23^{70} ; f) 31^{72} . 8. a) 5^{90} ; b) 7^{30} ; c) 15^{48} ; d) 19^{24} ; e) 11^{40} ; f) 13^{30} . 9. a) 2^8 ; b) 3^{13} ; c) 5^{12} ; d) 7^{21} ; e) 6^{16} ; f) 4^{20} . 10. a) 3^{26} ; b) 5^{30} ; c) 2^{45} ; d) 5^{40} ; e) 7^{66} ; f) 6^{45} . 11. a) 5^7 ; b) 3^{19} ; c) 2^{16} ; d) 7^8 ; e) 2^{10} ; f) 6^{11} . 12. a) 7^{19} ; b) 2^{12} ; c) 5^{24} ; d) 3^{24} ; e) 7^{40} ; f) 2^{44} . 13. a) $5^{54} = (5^{27})^2$; b) $7^{58} = (7^{29})^2$; c) $4^{53} = (2^{53})^2$; d) $9^{29} = (3^{29})^2$; e) $17^{26} = (17^{13})^2$; f) $25^{31} = (5^{31})^2$; g) $13^{34} = (13^{17})^2$; h) $49^{27} = (7^{27})^2$. 14. a) $3^{69} = (3^{23})^3$; b) $4^{51} = (4^{17})^3$; c) $8^{61} = (2^{61})^3$; d) $5^{21} = (5^7)^3$; e) $19^{33} = (19^{11})^3$; f) $17^{42} = (17^{14})^3$; g) $27^{28} = (3^{28})^3$; h) $64^{23} = (4^{23})^3$. 15. a) 2^{30} ; b) 3^{44} ; c) 2^{30} ; d) 3^{33} . 16. a) $2^{20} \cdot 5^4$; b) $3^{22} \cdot 5^{40}$; c) $3^{100} \cdot 7^{70}$; d) $2^{24} \cdot 7^{60}$. 17. a) $(2^9 \cdot 3)^2$; b) $(3^{12} \cdot 2)^2$; c) $(5^{18} \cdot 2)^2$; d) $(2^9 \cdot 3)^2$; e) $(3^{13} \cdot 5)^2$; f) $(2^{10} \cdot 9)^2$. 18. a) $13^{21} = 13 \cdot 13^{20} = (2^2 + 3^2) \cdot (13^{10})^2 = (2 \cdot 13^{10})^2 + (3 \cdot 13^{10})^2$; b) $29^{25} = (2 \cdot 29^{12})^2 + (5 \cdot 29^{12})^2$; c) $53^{31} = (2 \cdot 53^{15})^2 + (7 \cdot 53^{15})^2$; d) $61^{53} = (5 \cdot 61^{26})^2 + (6 \cdot 61^{26})^2$. 19. a) $n = (41^{11})^2 + (2 \cdot 41^{11})^2 + (6 \cdot 41^{11})^2$; b) $n = (59^{18})^2 + (3 \cdot 59^{18})^2 + (7 \cdot 59^{18})^2$; c) $n = (2 \cdot 65^{20})^2 + (5 \cdot 65^{20})^2 + (6 \cdot 65^{20})^2$; d) $n = (3 \cdot 83^{27})^2 + (5 \cdot 83^{27})^2 + (7 \cdot 83^{27})^2$. 20. a) $28^{25} = 28 \cdot 28^{24} = (1^3 + 3^3) \cdot (28^8)^3 = (1 \cdot 28^8)^3 + (3 \cdot 28^8)^3$; b) $35^{31} = 35 \cdot 35^{30} = (2^3 + 3^3) \cdot (35^{10})^3 = (2 \cdot 35^{10})^3 + (3 \cdot 35^{10})^3$; c) $65^{19} = 65 \cdot 65^{18} = (1^3 + 4^3) \cdot (65^6)^3 = (1 \cdot 65^6)^3 + (4 \cdot 65^6)^3$; d) $72^{16} = 72 \cdot 72^{15} = (2^3 + 4^3) \cdot (72^5)^3 = (2 \cdot 72^5)^3 + (4 \cdot 72^5)^3$. 21. a) $n = 2^3 \cdot 10^7 = 80000000$, n are 8 cifre; b) $n = 5^2 \cdot 10^8$, n are 10 cifre; c) $n = 2^4 \cdot 10^9$, n are 11 cifre; d) $n = 5^3 \cdot 10^{11}$, n are 14 cifre. 22. a) $2^{2n+2} \cdot 5^{2n} = 2^2 \cdot 10^{2n} = (2 \cdot 10^n)^2$; b) $2^{2n} \cdot 5^{2n+2} = 5^2 \cdot 10^{2n} = (5 \cdot 10^n)^2$; c) $2^{2n} \cdot 3^{2n+4} = 3^4 \cdot 6^{2n} = (3^2 \cdot 6^n)^2$; d) $3^{2n+6} \cdot 7^{2n} = 3^6 \cdot 21^{2n} = (3^3 \cdot 21^n)^2$. 23. a) $n = 2^{54} - 2 = 2^{4 \cdot 13 + 2} - 2$, deci $u(n) = 2$; b) $n = 2^{63} - 1 = 2^{4 \cdot 15 + 3} - 1$, deci $u(n) = 7$. 24. Dacă $n = 2k$, $k \geq 1$, atunci $10^n = 10^{2(k-1)+2} = 10^{2(k-1)} \cdot 100 = (6^2 + 8^2) \cdot (10^{k-1})^2 = (6 \cdot 10^{k-1})^2 + (8 \cdot 10^{k-1})^2$. Dacă $n = 2k + 1$, $k \geq 1$, atunci $10^n = 10^{2k+1} = 10^{2k} \cdot 10 = (1^2 + 3^2) \cdot (10^k)^2 = (10^k)^2 + (3 \cdot 10^k)^2$. 25. Dacă înlocuim semnul „ \cdot ” din fața factorului 3^k , $k \leq 101$, cu semnul „ $+$ ”, atunci $n = 3^{1+2+3+\dots+(k-1)-k+(k+1)+\dots+101} = 3^{1+2+3+\dots+101-2k} = 3^{5151-2k}$, de unde rezultă că n nu este pătrat perfect, deoarece exponentul $5151 - 2k$ este impar. Dacă folosim de mai multe ori semnul „ \cdot ”, obținem același rezultat.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 32; b) 27; c) 49. 2. $n^{2017} = 1$. 3. Dacă se șterge factorul 7, atunci $p = (5 \cdot 9 \cdot 16)^2$.

Lecția 14. Compararea puterilor

1. A. 2. B. 3. a) $2^{17} < 2^{19}$; b) $3^{27} > 3^{26}$; c) $5^{41} < 5^{42}$; d) $7^{33} > 7^{31}$; e) $11^{60} < 11^{62}$; f) $13^{53} > 13^{50}$; g) $17^{91} > 17^{89}$; h) $19^{27} < 19^{29}$. 4. a) $2^{19} < 3^{19}$; b) $5^{20} > 4^{20}$; c) $5^{31} < 7^{31}$; d) $9^{31} > 7^{31}$; e) $10^{47} < 11^{47}$; f) $15^{61} > 13^{61}$; g) $23^{40} > 21^{40}$; h) $19^{31} > 17^{31}$. 5. a) $2^{53} < 3 \cdot 2^{52}$; b) $3^{46} > 2 \cdot 3^{45}$; c) $5^{31} > 4 \cdot 5^{30}$; d) $7^{29} > 5 \cdot 7^{28}$; e) $5^{61} > 4 \cdot 5^{60}$; f) $6^{53} < 7 \cdot 6^{52}$; g) $8 \cdot 7^{23} > 7^{24}$; h) $3 \cdot 5^{59} < 5^{60}$. 6. a) $4^{25} < 2^{51}$; b) $8^{20} > 2^{55}$; c) $3^{43} > 9^{21}$; d) $2^{60} = 16^{15}$; e) $3^{62} < 27^{21}$; f) $5^{70} = 25^{35}$; g) $64^{23} < 4^{70}$; h) $81^{10} > 3^{39}$. 7. a) $2^{30} < 5^{15}$; b) $3^{24} > 7^{12}$; c) $2^{30} > 7^{10}$; d) $2^{51} < 9^{17}$; e) $23^{13} < 5^{26}$; f) $7^{34} > 47^{17}$; g) $2^{44} < 17^{11}$; h) $25^{14} < 3^{42}$. 8. a) $10^{32} < 100^{17}$; b) $1000^9 > 10^{26}$; c) $100^8 < 1000^6$; d) $10^{21} > 10000^5$. 9. a) $16^{10} > 8^{13}$; b) $9^{36} < 27^{25}$; c) $32^{10} > 4^{24}$; d) $81^{12} < 9^{25}$; e) $11^{31} > 12^{15}$; f) $125^7 > 25^{10}$; g) $32^{11} < 128^8$; h) $81^{10} < 27^{14}$. 10. a) $3^{10} > 2^{15}$; b) $3^{21} > 5^{14}$; c) $5^{15} < 2^{35}$; d) $11^{14} < 5^{21}$; e) $2^{51} < 3^{34}$; f) $5^{20} < 3^{30}$; g) $2^{49} > 5^{21}$; h) $2^{63} > 11^{18}$. 11. a) 5^{33} ; b) 3^{25} ; c) 2^{86} ; d) $5 \cdot 81^{11}$. 12. a) $7 \cdot 2^{33}$; b) $3 \cdot 2^{68}$; c) $3 \cdot 5^{34}$; d) 11^{27} . 13. a) $2^{11} \cdot 5^{10} < 10^{11}$; b) $3^{14} \cdot 5^{15} < 15^{15}$; c) $2^{17} \cdot 7^{16} > 14^{16}$; d) $21^{25} > 3^{24} \cdot 7^{25}$; e) $4^{11} \cdot 5^{22} = 10^{22}$; f) $15^{23} < 9^{12} \cdot 5^{23}$; g) $8^9 \cdot 5^{28} > 10^{27}$; h) $7^{35} \cdot 8^{12} < 14^{36}$. 14. a) $3^{73} > 2^{74}$; b) $2^{59} < 5^{58}$; c) $5^{39} > 2^{41}$; d) $2^{49} < 3^{47}$; e) $5^{34} > 3^{35}$; f) $2^{76} < 7^{73}$; g) $7^{31} > 3^{32}$; h) $2^{48} < 5^{43}$. 15. a) 16^{15} , 4^{31} , 8^{21} ; b) 9^{18} , 3^{37} , 27^{13} ; c) 2^{48} , 32^{10} , 8^{17} ; d) 3^{41} , 9^{21} , 81^{11} . 16. a) 5^{30} , 3^{45} , 2^{75} ; b) 7^{31} , 2^{93} , 3^{62} ; c) 11^{22} , 5^{33} , 2^{77} ; d) 2^{69} , 3^{46} , 11^{23} . 17. a) $x > y$; b) $x > y$; c) $x < y$; d) $x > y$. 18. $a > 2^{90} + 2^{90} = 2^{91} = 128^{13}$, iar $b = 125^{13}$, prin urmare $a > b$. 19. Egalitatea $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n+1} = 5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^{n-1}$ se mai scrie $2^{n+2} - 1 = \frac{5^n - 1}{4}$ sau $2^{n+4} = 5^n + 3$. Observăm că pentru $n < 3$, $2^{n+4} > 5^n + 3$; pentru $n = 3$, $2^{n+4} = 5^n + 3$, iar pentru $n > 3$, $2^{8+k} = 4^4 \cdot 2^k < 5^4 \cdot 5^k + 3 = 5^{4+k} + 3$, unde k este număr natural, deci egalitatea are loc pentru $n = 3$. 20. a) $3^{40} = 9^{20} < 10^{20}$, $3^{40} = 81^{10} > 80^{10} = 10^{10} \cdot 8^{10} = 10^{10} \cdot (2^{10})^3 > 10^{10} \cdot 10^9 = 10^{19}$, deci $10^{19} < 3^{40} < 10^{20}$, prin urmare numărul 3^{40} are 20 de cifre; b) $2^{49} = 2^9 \cdot (2^{10})^4 > 10^2 \cdot 10^{12} = 10^{14}$; $2^{49} = 2^7 \cdot 64^7 < 2^7 \cdot 65^7 < 2^7 \cdot 5^7 \cdot 13^7 = 10^7 \cdot 13 \cdot (13^2)^3 < 10^7 \cdot 13 \cdot 10^3 \cdot 17^3 = 10^{10} \cdot 13 \cdot 17^3 < 10^{10} \cdot 10^5 = 10^{15}$, deci $10^{14} < 2^{49} < 10^{15}$, prin urmare numărul 2^{49} are 15 cifre.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $25^{13} < 5^{27}$; b) $16^{11} > 8^{14}$; c) $2^{33} < 3^{22}$. 2. $49^6, 16^9, 27^8$. 3. $a > b$.

Lecția 15. Scrierea numerelor naturale în baza 10. Scrierea numerelor naturale în baza 2

1. a) A; b) F; c) A. 2. a) A; b) A; c) A; d) F. 3. a) $24 = 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$; b) $53 = 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$; c) $64 = 6 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$; d) $75 = 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; e) $92 = 9 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$; f) $\overline{ab} = a \cdot 10^1 + b \cdot 10^0$. 4. a) 54; b) 37; c) 86; d) 48; e) 65; f) 95. 5. a) $285 = 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; b) $342 = 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$; c) $407 = 4 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$; d) $563 = 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$; e) $801 = 8 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$; f) $\overline{abc} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$. 6. a) 237; b) 458; c) 692; d) 356. 7. a) $2249 = 2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$; b) $3085 = 3 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$; c) $81092 = 8 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$; d) $60107 = 6 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$; e) $5208 = 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$; f) $\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10^1 + d \cdot 10^0$. 8. a) $6 : 2 = 3$ rest 0; $3 : 2 = 1$ rest 1, deci $6_{(10)} = 110_{(2)}$; b) $7 : 2 = 3$ rest 1; $3 : 2 = 1$ rest 1, deci $7_{(10)} = 111_{(2)}$; c) $8 : 2 = 4$ rest 0; $4 : 2 = 2$ rest 0; $2 : 2 = 1$ rest 0, deci $8_{(10)} = 1000_{(2)}$; d) $9 : 2 = 4$ rest 1; $4 : 2 = 2$ rest 0; $2 : 2 = 1$ rest 0, deci $9_{(10)} = 1001_{(2)}$. 9. a) A; b) F; c) A; d) A. 10. a) $1100_{(2)}$; b) $1110_{(2)}$; c) $1111_{(2)}$; d) $10001_{(2)}$; e) $10011_{(2)}$. 11. a) $10101_{(2)}$; b) $10111_{(2)}$; c) $11001_{(2)}$; d) $11010_{(2)}$; e) $11000_{(2)}$; f) $11011_{(2)}$; g) $11100_{(2)}$; h) $11101_{(2)}$. 12. a) $23_{(10)}$; b) $27_{(10)}$; c) $28_{(10)}$; d) $29_{(10)}$. 13. a) $10010000_{(2)}$; b) $1010001_{(2)}$; c) $11000100_{(2)}$; d) $1111001_{(2)}$. 14. a) $1010_{(2)} = 10$, $10^3 = 111101000_{(2)}$; b) $1101_{(2)} = 13$, $13^3 = 100010010101_{(2)}$; c) $1110_{(2)} = 14$, $14^3 = 101010111000_{(2)}$; d) $1111_{(2)} = 15$, $15^3 = 110100101111_{(2)}$. 15. a) $x = 4$; b) $x = 3$; c) $x = 7$. 16. a) $\overline{xy} = 49$; b) $\overline{xy} = 37$; c) $\overline{xy} = 23$. 17. Folosind descompunerea în baza 10, obținem $9a = 9b$, deci $a = b$, prin urmare \overline{ab} poate fi: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. 18. Folosind descompunerea în baza 10, rezultă $a = (10b) : (8 - b)$, de unde, pentru $b = 3$, obținem $a = 6$, deci $\overline{ab} = 63$. 19. Folosind descompunerea în baza 10, rezultă $y = (8x) : (2x - 5)$, de unde, pentru $x = 5$, obținem $y = 8$, deci $\overline{xy} = 58$. 20. Folosind descompunerea în baza 10, obținem $89a = b + 10c$, de unde rezultă că $a = 1$, $b = 9$ și $c = 8$, deci $\overline{abc} = 198$. 21. $\overline{ab} + \overline{ba} = 11(a + b)$, deci $a + b = 11$, prin urmare \overline{ab} poate fi: 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92. 22. $\overline{abcd} = 5 \cdot \overline{bcd}$, deci $a \cdot 1000 = 4 \cdot \overline{bcd}$, de unde, pentru $a = 1$ obținem $\overline{bcd} = 250$, pentru $a = 2$, obținem $\overline{bcd} = 500$ și pentru $a = 3$, obținem $\overline{bcd} = 750$; numerele sunt 1250, 2500 și 3750. 23. $\overline{abcdcd} = \overline{ab} \cdot 10^4 + \overline{cd} \cdot 10^2 + \overline{cd} = \overline{ab} \cdot 10^4 + \overline{ab} \cdot 4 \cdot 10^2 + \overline{ab} \cdot 4 = \overline{ab} \cdot 10404 = \overline{ab} \cdot 102^2$, deci \overline{ab} este pătrat perfect și deoarece $4\overline{ab} < 100$, rezultă $\overline{ab} = 16$, prin urmare $\overline{abcdcd} = (4 \cdot 102)^2 = 408^2 = 166464$. 24. $a_{(10)} = 2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3} + \dots + 2^0 = 2^n - 1$, deci $2^n - 1 = 1023$ sau $2^n = 2^{10}$, așadar $n = 10$. 25. Folosind descompunerea în baza 10 obținem: $8a - 10c = b$, de unde rezultă că \overline{abc} poate fi: 261, 342, 423, 684, 765, 846, 927.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $68 = 6 \cdot 10^1 + 8$; b) $405 = 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^0$; c) $2191 = 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$. 2. a) $11111_{(2)}$; b) $29_{(10)}$. 3. Se folosește descompunerea în baza 10.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $\overline{xy} = 29$. 6. $11^{10}, 5^{15}, 2^{35}$. Testul 2. 5. $4^{29}, 8^{19}, 16^{14}$. 6. $3^{71} = (3^{70} - 1) + 3^{70} + (3^{70} + 1)$.

Testul 3. 5. $x > y$. 6. $5^{101} = (5^{50})^2 + (2 \cdot 5^{50})^2$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. A. 3. A. II. 1. 10011₍₂₎. **2.** 22₍₁₀₎. **3.** 25. **III. 1. A. 2. C. 3. B. IV.** Din $\overline{ab} - \overline{ba} = ab + 3$, rezultă că $a = (9b + 3) : (9 - b)$, de unde, pentru $b = 2$ obținem $a = 3$, iar pentru $b = 3$ obținem $a = 5$, deci $\overline{ab} = 32$ sau $\overline{ab} = 53$. **V. a)** $n = 3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 3^4(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{97})$, deci $r = 40$; **b)** $n = (3^0 + 3^1 + 3^2) + 3^3(3^0 + 3^1 + 3^2) + 3^6(3^0 + 3^1 + 3^2) + \dots + 3^{99}(3^0 + 3^1 + 3^2) = 13(1 + 3^3 + 3^6 + \dots + 3^{99})$, deci $r = 0$.

Lecția 16. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor

1. a) 862; b) 243; c) 106; d) 6849; e) 1407; f) 1904. **2.** a) 8570; b) 230; c) 9300. **3.** a) 2044; b) 1525; c) 4830. **4.** a) 40; b) 54; c) 24. **5.** a) 395; b) 247; c) 321. **6.** a) 2120; b) 1360; c) 600; d) 18300. **7.** a) 12810; b) 7660; c) 264600; d) 111000. **8.** a) 39; b) 3; c) 6; d) 4. **9.** a) 50; b) 428; c) 3706; d) 120. **10.** a) 10; b) 5; c) 4; d) 40; e) 25; f) 20. **11.** a) 65; b) 100; c) 155; d) 260; e) 36; f) 33. **12.** a) 480; b) 3910; c) 4900; d) 900. **13.** a) 204; b) 300. **14.** a) 17; b) 10; c) 49; d) 4. **15.** a) 15; b) 1; c) 8; d) 2. **16.** a) 22005; b) 597. **17.** a) 15; b) 5; c) 3; d) 11. **18.** a) 5; b) 6; c) 5; d) 27. **19.** a) 7; b) 16; c) 3; d) 3. **20.** a) 2800; b) 124000; c) 2; d) 3. **21.** $n = 7^3 + 7^3 \cdot 3^3 = 7^3 \cdot 28 = 7^4 \cdot 4 = (2 \cdot 7^2)^2$. **22.** $a = 2^6 = 64_{(10)} = 1000000_{(2)}$. **23.** $n = 2^{14} + 2^{14} = 2^{15} = (2^5)^3$. **24.** $a = 2^{1001} : (2^{1001} - 1 + 1) = 1$; $a^{2019} = 1$. **25.** $n = 2 \cdot (3^{20} - 1) : 2 = 3^{20} - 1$; $n = 9^{10} - 1 < 10^{10}$; $n = 81^5 - 1 > > 80^5 = 10^5 \cdot 8^5 = 10^5 \cdot 2^{15} > 10^5 \cdot 10^4 = 10^9$, prin urmare $10^9 < n < 10^{10}$, deci n are 10 cifre.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 330; b) 3; c) 10. **2.** $25 = 5^2$. **3.** $n^{2017} = 1$.

Lecția 17. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor de matematică

1. 35 km. **2.** 144 pagini. **3.** 175 kg. **4.** 1575 g. **5.** 112 kg. **6.** 1750 lei. **7.** 5800 lei. **8.** 1 leu, 2 lei. **9.** 1 leu. **10.** 25 lei. **11.** 72 lei. **12.** 99 lei. **13.** 141 lei. **14.** 300 g, 125 g. **15.** 2 lei, 8 lei. **16.** 45 dm, 79 dm. **17.** 81 caiete, 324 caiete. **18.** 224 ℓ, 476 ℓ. **19.** 23 lei, 52 lei. **20.** 40 km, 60 km. **21.** 125, 375, 400. **22.** 12 ani. **23.** 25 elevi. **24.** 9 t. **25.** 528 km. **26.** 20 probleme. **27.** 13 fete. **28.** 142 lei. **29.** 4, respectiv 3. **30.** 10 platouri, 3 platouri. **31.** 7, respectiv 8. **32.** 11, respectiv 12. **33.** 20, respectiv 10. **34.** 2 zile, 5 zile. **35.** 7, respectiv 4.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. 65 lei. **2.** 279 kg, 93 kg. **3.** 12, respectiv 4.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. 15 lei. **6.** 25. **Testul 2. 5.** 540 km. **6.** $n = 7 = 111_{(2)}$. **Testul 3. 5.** 7 bancnote, 6 bancnote. **6.** $n = 1$; $n^{2019} = 1$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. A. 3. A. II. 1. 3. 2. 4 m. 3. 4. III. 1. D. 2. A. 3. A. IV. 201 adulți și 120 copii. **V. a)** $n = 8 = 2^3$; **b)** $n^{10} = 2^{30}$; $2^{30} = 8^{10} < 10^{10}$; $2^{30} = 1024^3 > 1000^3 = 10^9$, deci $10^9 < n^{10} < 10^{10}$, prin urmare n^{10} are zece cifre.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. B. Cireș. **2.** C. 3 ori. **3.** D. 21. **4.** 15 lei. **5.** 14 lei. **6.** 4 lei. **7.** 51 trandafiri albi. **8.** 34 trandafiri roșii. **9.** 102 trandafiri.

CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 18. Divizor. Multiplu

1. a) divizor; b) multiplu. **2.** a) multiplu; b) divizor. **3.** a) 4 și 24; b) 5 și 75; c) 9 și 54; d) 7 și 63; e) 19 și 57; f) 13 și 65; g) 15 și 90; h) 16 și 80. **4.** a) A; b) F; c) F; d) A. **5.** a) A; b) F; c) F; d) A. **6.** a) A; b) A; c) F; d) A; e) A; f) A; g) F; h) A. **8.** a) 1, 2, 5, 10; b) 1, 2, 7, 14; c) 1, 3, 5, 15; d) 1, 3, 7, 21; e) 1, 5, 7, 35; f) 1, 3, 5, 9, 15, 45. **9.** a) 1, 61; b) 1, 124; c) 1, 518; d) 1, 85. **10.** a) 2, 3, 4, 6; b) 2, 4, 8; c) 2, 3, 6, 9; d) Nu are; e) 2, 4, 7, 14; f) 2, 3, 5, 6, 10, 15. **11.** a) 1, 2, 4, 5, 10, 20; b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24; c) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36; d) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15,

20, 30, 60; e) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72; f) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80. **13.** a) 0, 9, 18, 27; b) 0, 8, 16, 24; c) 0, 7, 14, 28; d) 0, 6, 12, 18, 24, 30; e) 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30; f) 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28. **14.** a) 20, 40, 60, 80; b) 25, 50, 75; c) 30, 60, 90; d) 27, 54, 81; e) 18, 36, 54, 72, 90; f) 16, 32, 48, 64, 80, 96. **15.** a) 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60; b) 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66; c) 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72; d) 0, 13, 26, 39, 52, 65, 78; e) 0, 14, 28, 42, 56, 70, 84; f) 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90. **16.** a) $5^{47} : 25^{15} = 5^{47} : 5^{30} = 5^{17}$, deci $5^{47} : 25^{15}$; b) analog; c) analog; d) analog. **17.** a) 51; b) 62; c) 60; d) 44. **18.** a) $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$, deci $3 \mid (n + n + 1 + n + 2)$; b) $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 = 5(n + 2)$, deci $5 \mid (n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4)$. **19.** a) $2^{31} + 2^{33} = 5 \cdot 2^{31} : 5$; b) $3^{23} - 3^{21} = 8 \cdot 3^{21} : 8$; c) $2^{50} - 2^{47} = 7 \cdot 2^{47} : 7$; d) $7^{45} + 7^{43} = 50 \cdot 7^{43} : 5$. **20.** a) $\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz} = 11(x + y + z) : 11$; b) $\overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx} = 11(x + y + z) : 11$; c) $\overline{xz} + \overline{zy} + \overline{yx} = 11(x + y + z) : 11$. **21.** a) $\overline{xxx} + \overline{yyy} + \overline{zzz} = 37(3x + 3y + 3z) : 37$; b) $\overline{xyy} + \overline{yzz} + \overline{zxx} = 37(3x + 3y + 3z) : 37$; c) $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} = 37(3x + 3y + 3z) : 37$. **22.** a) $2^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+1} \cdot 5^n = 3 \cdot 10^n : 3$; b) $2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n = 7 \cdot 6^n : 7$. **23.** $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 10^3 + \overline{abc} = \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, deci $\overline{abc} = 3 \cdot 5 \cdot 9 = 135$ sau $\overline{abc} = 5 \cdot 9 \cdot 17 = 765$. **24.** $S = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{123} = 2^{124} - 1$; $u(2^{124}) = 6$, deci $u(S) = 5$, prin urmare $S : 5$. **25.** $a = 400(1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{396})$ și, deoarece $u(7^{4k}) = 1$, în paranteză fiind 100 de termeni, rezultă că această sumă are ultima cifră 0, deci ultimele trei cifre ale lui a sunt zerouri, prin urmare $a : 10^3$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 1, 2, 3, 6, 9, 18; b) 0, 5, 10, 15, 20, 25. **2.** $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 36 = 91 = 7 \cdot 13 : 7$. **3.** 5, respectiv $5^6 \cdot 7^7$.

Lecția 19. Criterii de divizibilitate

1. a) A; b) A; c) A; d) F; e) A; f) A; g) F; h) A. **2.** 194, 2038, 73016, 530170. **3.** a) A; b) A; c) F; d) A; e) F; f) A; g) A; h) A. **4.** 135, 4830, 12345, 721110. **5.** a) A; b) F; c) F; d) A; e) A; f) A; g) F; h) A. **6.** 230, 5110, 72350, 123450. **7.** a) A; b) A; c) A; d) F; e) A; f) A; g) A; h) F. **8.** 402, 1122, 50013, 721524. **9.** a) A; b) A; c) A; d) F; e) F; f) F; g) A; h) A. **10.** 704, 5016, 12328, 123452. **11.** a) A; b) F; c) A; d) A; e) F; f) F; g) A; h) A. **12.** 207, 4455, 12537, 121878. **14.** a) A; b) F; c) A. **15.** a) 4710, 4715; b) 3980, 3985. **16.** Da, pentru că $9 \mid 2358$. **17.** Albastru, pentru că $3 \mid 2517$. **18.** Nu, pentru că $4 \nmid 1308$. **19.** Da, pentru că $9 \mid 183042$. **20.** Da, pentru că $3 \mid 111$. **21.** Dacă $2 \mid a$ și $5 \mid a$, rezultă că $u(a) = 0$, deci $10 \mid a$. **22.** a) 2, 5, 8; b) 1, 4, 7; c) 0, 3, 6, 9; d) 2, 5, 8; e) 1, 4, 7; f) 0, 3, 6, 9. **23.** a) 0, 4, 8; b) 2, 6; c) 2, 6; d) 1, 3, 5, 7, 9; e) 2, 4, 6, 8; f) 1, 3, 5, 7, 9. **24.** a) 432; b) 765; c) 801, 891; d) 3042; e) 4014, 4914; f) 8703, 8793. **25.** a) Dacă $n = 0$, $6^n + 14 = 15 : 5$, iar dacă $n > 0$, $u(6^n + 14) = 0$, deci $5 \mid 6^n + 14$; b), c) Analog. **26.** a) Pentru $n = 0$ și $n = 1$ este evident că $4 \mid 5^n - 1$. Pentru $n > 1$, observăm că ultimele două cifre ale numărului $5^n - 1$ sunt 2, respectiv 4, prin urmare $4 \mid 5^n - 1$; b), c) Analog. **27.** Demonstrăm problema pentru un număr de 3 cifre \overline{abc} , $a \neq 0$; $\overline{abc} : 3 = 33a + 3b + (a + b + c) : 3$, deci concluzia este adevărată. **28.** a) $u(7^{112} - 4^{102}) = 5$, deci $(7^{112} - 4^{102}) : 5$; b), c) Analog. **29.** $\overline{abc} = 5 \cdot a \cdot b \cdot c$, deci a, b, c sunt cifre impare și $5 \mid \overline{abc}$, de unde rezultă că $c = 5$, prin urmare $\overline{ab5} = 25 \cdot a \cdot b$, deci $b = 7$ și obținem $a = 1$; $\overline{abc} = 175$. **30.** a) $2^{n+5} \cdot 5^n + 1 = 32 \underbrace{0\dots 01}_{n \text{ cifre}}$ și deoarece suma cifrelor se divide cu 3 rezultă că $3 \mid 2^{n+5} \cdot 5^n + 1$; b), c) Analog.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 134; b) 205; c) 270. **2.** a) 7120, 7124, 7128; b) 7122, 7125, 7128. **3.** $a = 639 \underbrace{\dots 9}_{n \text{ cifre}}$ și deoarece suma cifrelor se divide cu 9, rezultă că $a : 9$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $3 \nmid 2 + 4 + 6 + 8$, deci numerele conțin cifra 0; 2046, 8640. **6.** $a = \underbrace{15999\dots9}_n$ și deoarece suma cifrelor se divide cu 3, rezultă că $a \div 3$. **Testul 2. 5.** 1872. **6.** $u(2^{103}) = 8$, $u(3^{101}) = 3$, $u(7^{102}) = 9$, deci $u(m) = 0$, prin urmare $m = 5n$. **Testul 3. 5.** $1 \cdot 101^1 \cdot 101^2 \cdot \dots \cdot 101^{11} = 101^{66} = (101^{33})^2$. **6.** $a = 11 \cdot 2 \cdot 21^n$, deci $a \div 11$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. A. 3. F. II. 1. $x = 4$. **2.** 25. **3.** 8. **III. 1. D. 2. C. 3. B. IV.** Observăm că $u(7^n)$ și $u(2^n)$ se repetă din patru în patru și pentru $n = 4k$ sau $n = 4k + 1$ sau $n = 4k + 2$ sau $n = 4k + 3$, unde k este număr natural, $u(a) = 5$, deci $a \div 5$. **V.** a) Observăm că niciun număr natural de patru cifre, cu cifrele impare și distincte, divizibil cu 9, nu conține cifra 7, prin urmare numerele sunt formate cu cifrele 1, 3, 5 și 9; 24 de numere; b) Observăm că $3 \nmid 2 + 4 + 6 + 8$, deci toate numerele de patru cifre, cu cifrele pare și distincte, divizibile cu 3, conțin cifra 0. Cifrele pot fi 0, 2, 4 și 6 sau 0, 4, 6 și 8; 36 de numere.

Lecția 20. Divizori comuni. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale

1. divizor. **2.** divizor. **3.** a) 1, 2, 5, 10, respectiv 1, 3, 5, 15, deci divizorii comuni ai lui 10 și 15 sunt 1 și 5; b) 1, 2, 3, 4, 6, 12, respectiv 1, 2, 3, 6, 9, 18, deci divizorii comuni ai lui 12 și 18 sunt 1, 2, 3, 6. **4.** a) 1, 2, 5, 10; 1, 3, 5, 15, respectiv 1, 2, 4, 5, 10, 20, deci divizorii comuni ai lui 10, 15 și 20 sunt 1 și 5; b) 1, 2, 3, 4, 6, 12; 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, respectiv 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30, deci divizorii comuni ai lui 12, 24 și 30 sunt 1, 2, 3 și 6. **5.** A. 28 și 35. **6.** B. 27, 45 și 63. **7.** a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, respectiv 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40, deci c.m.m.d.c. este 8; b) 1, 5, 7, 35, respectiv 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42, deci c.m.m.d.c. este 7. **8.** D. 18. **9.** a) 15; b) 18; c) 12; d) 16. **10.** a) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30; 1, 3, 5, 9, 15, 45, respectiv 1, 3, 5, 15, 25, 75, deci c.m.m.d.c. este 15; b) 1, 2, 4, 7, 14, 28; 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42, respectiv 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70, deci c.m.m.d.c. este 14. **11.** B. 12. **12.** 8; 16; 18; 24. **13.** a) 9; b) 8; c) 12. **14.** 25 buchete. **15.** 16 echipe. **16.** 14 copii. **17.** 18 rânduri. **18.** 15 coșulețe. **19.** 1650 lei. **20.** $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$ și $\overline{baba} = 101 \cdot \overline{ba}$, deci c.m.m.d.c. este 101.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) A; b) F; c) A. **2.** a) 8; b) 6; c) 12. **3.** 8 mese.

Lecția 21. Multipli comuni. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale

1. multiplu. **2.** multiplu. **3.** a) 0, 2, 4, 6, 8, respectiv 0, 3, 6, 9, 12, deci multiplii comuni ai lui 2 și 3 sunt 0 și 6; b) 0, 3, 6, 9, 12, respectiv 0, 6, 12, 18, 24, deci multiplii comuni ai lui 3 și 6 sunt 0, 6 și 12. **4.** a) 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12; 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, respectiv 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, deci multiplii comuni ai lui 2, 3 și 4 sunt 0 și 12; b) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18; 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, respectiv 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, deci multiplii comuni ai lui 3, 4, și 6 sunt 0 și 12. **5.** B. 4 și 7. **6.** A. 4, 6 și 9. **7.** a) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, respectiv 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, deci c.m.m.m.c. diferit de 0 este 12; b) 0, 4, 8, 12, 16, 24, 28, 32, respectiv 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, deci c.m.m.m.c. diferit de 0 este 12. **8.** a) 12; b) 18; c) 20; d) 30. **9.** B. 48. **10.** 42; 48; 72; 80. **11.** D. 42. **12.** a) 54; b) 72; c) 84. **13.** 48; 60; 72; 84. **14.** 100 ciocolate. **15.** 90 cărți. **16.** 84 portocale. **17.** 80 trandafiri. **18.** 96 copii. **19.** 5 locuri. **20.** $\overline{abab} = 101 \cdot \overline{ab}$ și $\overline{baba} = 101 \cdot \overline{ba}$, deci c.m.m.d.c. este $101 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ba}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

180 **1.** a) A; b) A; c) F. **2.** a) 20; b) 24; c) 40. **3.** 72 savarine.

Lecția 22. Numere prime. Numere compuse

1. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. 2. a) Da; b) Da; c) Da; d) Da; e) Nu; f) Da; g) Da; h) Nu; i) Da. 3. a) Da; b) Da; c) Da; d) Nu; e) Da; f) Nu; g) Da; h) Nu; i) Da. 4. 7 mere, 2 mere. 5. a) $15 = 2 + 13$; b) $12 = 5 + 7$; c) $10 = 5 + 5 = 3 + 7$; d) $14 = 7 + 7 = 3 + 11$; e) $16 = 3 + 13 = 5 + 11$; f) $18 = 5 + 13 = 7 + 11$; g) $20 = 3 + 17 = 7 + 13$; h) $22 = 11 + 11 = 3 + 19 = 5 + 17$; i) $24 = 5 + 19 = 7 + 17 = 11 + 13$. 6. a) $13 = 4 + 9$; b) $17 = 8 + 9$; c) $19 = 4 + 15 = 9 + 10$; d) $23 = 8 + 15 = 9 + 14$. 7. a) 2 și 23; b) 31 și 2; c) 2 și 47; d) 2 și 53. 8. a) 2 și 19; b) 2 și 37; c) 2 și 43; d) 2 și 29. 9. a) $15 = 5 + 5 + 5 = 3 + 5 + 7 = 11 + 2 + 2$; b) $20 = 2 + 5 + 13 = 2 + 7 + 11$; c) $21 = 7 + 7 + 7 = 3 + 7 + 11 = 2 + 2 + 17 = 5 + 5 + 11 = 13 + 5 + 3$; d) $26 = 2 + 5 + 19 = 2 + 11 + 13 = 17 + 7 + 2$. 10. a) $x \in \{1, 7\}$; b) $x \in \{3, 9\}$; c) $x \in \{1, 3, 9\}$; d) $x = 7$. 11. a) $x = 3$; b) $x \in \{3, 9\}$; c) $x \in \emptyset$; d) $x \in \{1, 7\}$. 12. 14, 16. 13. Dacă $n = 1$, obținem numerele prime 5, 5, 7, dacă $n = 2$, obținem numerele compuse 8, 9, 12, iar dacă $n = 3$, obținem numerele prime 11, 13, 17. 14. $n + n + 1 + n + 2 = 3(n + 1)$, deci $n = 0$, prin urmare, cele trei numere sunt 0, 1, 2. 15. a) 3^n este număr impar, deci $3^n + 7$ este număr par, așadar este multiplu al lui 2; b) Analog; c) Analog; d) Analog. 16. Numerele naturale de forma $3k$, $k \geq 1$, sunt divizibile cu 3 și k , deci nu sunt prime. 17. Dacă $p = 5$, atunci $p - 2 = 3$ și $p + 2 = 7$. Pentru $p > 5$, avem $p = 3k + 1$, deci $p + 2 = 3(k + 1)$ este compus, sau $p = 3k + 2$, deci $p - 2 = 3k$ este compus; $p = 5$. 18. $S = a + b + c + d + e + f$, deci $S > 2$ și cum este și prim, rezultă că S este număr impar, deci unul dintre termenii sumei este număr par, așadar, $a = 2, b = 3, c = 5, d = 7, e = 11, f = 13$ și $S = 41$. 19. a) $x = 2, y = 3$; b) $x = 7, y = 2$; c) $x = 5, y = 2$. 20. a) $x = 5, y = 3$; b) $x = 11, y = 7$; c) $x = 3, y = 13$. 21. a) $2^{n+4} \cdot 5^n - 1 = \underbrace{1599\dots99}_{n+2 \text{ cifre}}$ și, deoarece acest număr se divide cu 3 (suma cifrelor sale este multiplu de 3)

rezultă că numărul este compus; b) Analog; c) Analog; d) Analog. 22. $\overline{ab0ab} = \overline{ab} \cdot 1001 = \overline{ab} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, deci $\overline{ab} = 3 \cdot 5 = 15$ sau $\overline{ab} = 5 \cdot 17 = 85$. 23. $a = b \cdot c + 11$ și, deoarece a este număr prim, rezultă că a este impar, deci $b \cdot c$ este număr par, prin urmare $b > 11$ și $c = 2$, deci $a = 13 \cdot 2 + 11$ și obținem $a = 37$. 24. $a = b \cdot c + r$ și, deoarece a este număr prim, rezultă că a este impar, deci $b \cdot c$ este număr impar și r este număr par sau $b \cdot c$ este număr par și r este număr impar. În primul caz, $r = 2$, rezultă că $b = 3$ și $c = 5$ sau $b = 5$ și $c = 3$, prin urmare, $a = 17$. Dacă $b \cdot c$ este par, rezultă că $r = 3, b = 5$ și $c = 2$, prin urmare, în acest caz, $a = 13$, număr care reprezintă soluția problemei. 25. a) Numărul natural n poate fi de forma $4k, 4k + 1, 4k + 2, 4k + 3$, unde k este număr natural. Observăm că pentru $n = 4k$ sau $n = 4k + 2$, $u(2^{n+2} + 3^n) = 5$, iar pentru $n = 4k + 1$ sau $n = 4k + 3$, $u(2^n + 3^n) = 5$, prin urmare cele patru numere pot fi simultan prime numai în cazurile $2^{n+2} + 3^n = 5$ și $2^n + 3^n = 5$. Din $2^{n+2} + 3^n = 5$, rezultă că $n = 0$ și calculând obținem numerele 2, 3, 5, 9, dar 9 nu este prim, deci $n = 0$ nu este soluție. Din $2^n + 3^n = 5$, rezultă că $n = 1$ și calculând obținem numerele 5, 7, 11, 19, prin urmare soluția problemei este $n = 1$; b) Analog se obține $n = 1$, în acest caz numerele sunt 5, 11, 29, 83.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 41, 43, 47; b) 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58. 2. 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97. 3. a) $a = 5, b = 11$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. 15 săli de clasă. 6. $a = 2$ și $b = 5$. Testul 2. 5. 84 de timbre. 6. $a = 3$ și $b = 5$.

Testul 3. 5. 16 grupe. 6. $\overline{ab} = 30$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. F. 2. A. 3. A. II. 1. 28. 2. $x = 3$ sau $x = 9$. 3. 61. III. 1. A. 2. A. 3. D. IV. $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, de unde rezultă că $\overline{abcabc} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$, deci $\overline{abc} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 = 510$. V. a) $x = 5$ și $y = 11$; b) $x = 2$ și $y = 7$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. A. Vârful Ascuțit. 2. B. 4. 3. C. Pietricica. 4. 11 kg, 6 kg, 4 kg. 5. 8 kg, 5 kg, 4 kg. 6. 3 kg, 7 kg, 7 kg sau 5 kg, 5 kg, 7 kg. 7. 5 km, 7 km. 8. 6 km. 9. 9 km.

CAPITOLUL III. FRAȚII ORDINARE

Lecția 23. Frații ordinare

1. a) 2 supra 3; b) 5 supra 6; c) 4 supra 9; d) 8 supra 7. 2. a) 4, 7; b) 23, 11; c) 16, 51; d) 8, 3.
3. a) $\frac{2}{4}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{4}{4}$; d) $\frac{3}{4}$. 4. a) A. $\frac{2}{6}$; b) B. $\frac{1}{6}$; c) B. $\frac{5}{6}$; d) A. $\frac{3}{6}$. 5. a) A; b) F; c) A; d) A.
6. a) $\frac{2}{9}$; b) $\frac{8}{5}$; c) $\frac{3}{37}$; d) $\frac{25}{4}$. 7. a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{1}{5}$. 8. a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{7}{10}$. 9. a) $\frac{25}{48}$; b) $\frac{23}{48}$.
10. $\frac{2}{3}$. 11. $\frac{3}{4}$. 12. a) $\frac{17}{60}$; b) $\frac{29}{60}$. 13. a) $\frac{50}{71}$, $\frac{52}{71}$, $\frac{54}{71}$, $\frac{56}{71}$, $\frac{58}{71}$; b) $\frac{89}{61}$, $\frac{89}{63}$, $\frac{89}{65}$, $\frac{89}{67}$, $\frac{89}{69}$.
14. a) $x = 8$; b) $x = 3$; c) $x = 3$; d) $x = 5$. 15. a) $\frac{42}{44}$; b) $\frac{75}{77}$; c) $\frac{66}{68}$; d) $\frac{11}{13}$. 16. a) $\frac{3}{15}$, $\frac{5}{15}$;
b) $\frac{3}{81}$, $\frac{9}{81}$, $\frac{27}{81}$; c) $\frac{2}{28}$, $\frac{4}{28}$, $\frac{7}{28}$, $\frac{14}{28}$; d) $\frac{3}{45}$, $\frac{5}{45}$, $\frac{9}{45}$, $\frac{15}{45}$. 17. a) $\frac{11}{11}$, $\frac{13}{31}$, $\frac{17}{71}$; b) $\frac{13}{31}$,
 $\frac{73}{37}$; c) $\frac{17}{71}$, $\frac{37}{73}$, $\frac{97}{79}$; d) $\frac{97}{79}$. 18. a) $\frac{210}{580}$, $\frac{211}{582}$, $\frac{212}{584}$, $\frac{213}{586}$, $\frac{214}{588}$; b) $\frac{210}{580}$, $\frac{213}{581}$, $\frac{216}{582}$,
 $\frac{219}{583}$. 19. 36 de fracții. 20. Pentru $a = 5$ și $b = 2$, fracția $\frac{a-b}{a+2} = \frac{3}{7}$; pentru $a > 5$ și $b = 2$, unul
dintre numerele $a - 2$ și $a + 2$ este compus, deoarece are forma $3k$; $\frac{a}{b} = \frac{5}{2}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{5}$; c) $\frac{5}{6}$. 2. $\frac{7}{12}$. 3. $\frac{27}{72}$, $\frac{57}{75}$, $\frac{77}{77}$, $\frac{87}{78}$.

Lecția 24. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare

1. a) A; b) A; c) F; d) A. 3. C. $\overline{ab} = 13$. 4. D. $\overline{ab} = 53$. 5. A. $\overline{xy} = 62$. 6. a) $\frac{19}{19}$, $\frac{2^4}{4^2}$, $\frac{125}{53}$;
b) $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{12}{13}$; c) $\frac{7}{3}$, $\frac{71}{17}$; $\frac{53}{49}$. 7. a) 30; b) 328; c) 206; d) 64. 8. a) $\frac{4}{1}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{4}{3}$; b) $\frac{6}{1}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{6}{3}$,
 $\frac{6}{4}$, $\frac{6}{5}$. 9. a) $\frac{0}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$; b) $\frac{0}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$. 10. $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{7}{5}$. 11. $\frac{4}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{6}{8}$,
 $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{9}$. 12. $\frac{16}{16}$, $\frac{25}{25}$, $\frac{36}{36}$, $\frac{49}{49}$, $\frac{64}{64}$, $\frac{81}{81}$. 13. a) 8, 9; b) $x = 7$; c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. 14. a) 0, 1, 2, 3,
4; b) 5; c) 6, 7, 8, 9. 15. a) 1, 2, 3, 4; b) 5, 6, 7, 8, 9. 16. a) $x = 5$ și $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ sau $x \in \{6, 7, 8, 9\}$ și $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$; b) $x = 5$ și $y = 9$ sau $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ și
 $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. 17. a) $x \leq 2$ și $y = 6$ sau $x \leq 9$ și $y > 6$; b) $x = 3$ și $y = 6$; c) $x > 3$
și $y = 6$ sau $x \leq 9$ și $y < 6$. 18. a) $n < 5$; b) $n < 4$; c) $n < 6$; d) $n < 8$. 19. a) $n \leq 3$; b) $n \leq 2$; c) $n \leq 5$;
d) $n \leq 3$. 20. $\frac{13}{31}$, $\frac{17}{71}$, $\frac{37}{73}$, $\frac{79}{97}$. 21. a) $2^{51} > 4^{25} = 2^{50}$; b) $3^{43} > 9^{21} = 3^{42}$; c) $5^{15} > 2^{30} = 4^{15}$; d) $3^{38} =$
 $= 9^{19} > 8^{19} = 2^{57}$. 22. a) $3^{62} < 27^{21} = 3^{63}$; b) $2^{59} < 16^{15} = 2^{60}$; c) $5^{34} = 25^{17} < 27^{17} = 3^{51}$; d) $5^{21} = 125^7 <$
 $< 128^7 = 2^{49}$. 23. a) $\frac{3^{31}}{2^{32} + 2^{29}} = \frac{9 \cdot 3^{29}}{9 \cdot 2^{29}}$; b) $\frac{2^{20}}{3^{19} - 3^{17}} = \frac{8 \cdot 2^{17}}{8 \cdot 3^{17}}$. 24. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) - x =$
 $= 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ se scrie $(n + 1)^2 - x = n(n + 1)$, deci $x = (n + 1)^2 - n(n + 1)$, de unde
obținem $x = n + 1$. 25. $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$, deci $2^{n+1} > 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{7}{5}$; b) $\frac{3}{8}$; c) $\frac{4}{4}$. 2. a) 5; b) 6, 7, 8, 9; c) 0, 1, 2, 3, 4. 3. $\frac{2^{41} - 2^{39}}{2^{40} + 2^{39}} = \frac{3 \cdot 2^{39}}{3 \cdot 2^{39}}$.

Lecția 25. Scoaterea întregilor din fracție. Introducerea întregilor în fracție

1. a) A; b) F; c) A; d) F. 2. a) $1\frac{3}{5}$; b) $2\frac{1}{4}$; c) $2\frac{2}{3}$; d) $4\frac{1}{2}$. 3. a) $4\frac{1}{7}$; b) $6\frac{2}{5}$; c) $4\frac{7}{9}$; d) $7\frac{1}{8}$.
4. a) $6\frac{7}{10}$; b) $8\frac{3}{10}$; c) $7\frac{7}{10}$; d) $9\frac{1}{10}$. 5. a) A; b) F; c) A; d) F. 6. a) $\frac{7}{3}$; b) $\frac{7}{2}$; c) $\frac{7}{4}$; d) $\frac{17}{7}$;
e) $\frac{44}{5}$; f) $\frac{53}{8}$; g) $\frac{55}{6}$; h) $\frac{70}{9}$. 7. a) $\frac{129}{10}$; b) $\frac{147}{10}$; c) $\frac{213}{10}$; d) $\frac{351}{10}$. 8. a) $7\frac{21}{100}$; b) $3\frac{47}{100}$;
c) $5\frac{9}{100}$; d) $8\frac{13}{100}$. 9. a) $\frac{1467}{100}$; b) $\frac{2951}{100}$; c) $\frac{4529}{100}$; d) $\frac{7883}{100}$. 10. a) $10\frac{19}{20}$; b) $30\frac{13}{25}$;
c) $30\frac{21}{30}$; d) $20\frac{27}{40}$. 11. a) $\frac{139}{12}$; b) $\frac{225}{13}$; c) $\frac{308}{15}$; d) $\frac{493}{21}$. 12. a) $12\frac{9}{14}$; b) $17\frac{4}{11}$; c) $20\frac{1}{12}$;
d) $19\frac{9}{13}$. 13. a) $n = 5$; b) $n = 3$; c) $n = 4$; d) $n = 2$. 14. a) $m = 2$; b) $m = 1$; c) $m = 4$; d) $m = 7$.
15. a) $n = 3$; b) $n = 1$; c) $n = 1$. 16. $f = 1001\frac{yx}{xy}$. 17. Numărul \overline{ab} poate fi 31, 62, 93.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $7\frac{9}{10}$; b) $8\frac{2}{5}$; c) $8\frac{5}{12}$. 2. a) $\frac{31}{4}$; b) $\frac{59}{10}$; c) $\frac{63}{13}$. 3. a) $x = 7$; b) $x = 8$.

Lecția 26. Frații echivalente

1. a) Frațiile $\frac{2}{9}$ și $\frac{4}{18}$ sunt echivalente; b) Frațiile $\frac{8}{7}$ și $\frac{25}{21}$ nu sunt echivalente; c) și d) Analog.
2. a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}$. Întregii sunt egali și suprafețele hașurate sunt egale, deci $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; b) $\frac{2}{6}, \frac{1}{3}$. Întregii
sunt egali și suprafețele hașurate sunt egale, deci $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. 3. a) $\frac{2}{4}, \frac{4}{8}$. Întregii sunt egali și
suprafețele hașurate sunt egale, deci $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$; b) $\frac{3}{5}, \frac{6}{10}$. Întregii sunt egali și suprafețele hașurate
sunt egale, deci $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$. 4. a) A; b) A. 6. a) A; b) A. 7. a) A; b) A. 8. a) A; b) A; c) F; d) A.
9. a) $2 \cdot 40 = 5 \cdot 16$; b) $7 \cdot 20 = 4 \cdot 35$; c) $5 \cdot 72 = 8 \cdot 45$; d) $9 \cdot 56 = 8 \cdot 63$. 10. a) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$;
b) $\frac{2}{4} = \frac{8}{16}$; c) $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$; d) $\frac{2}{4} = \frac{5}{10}$. 11. a) $x = 12$; b) $x = 28$; c) $x = 6$; d) $x = 12$. 12. a) $\frac{42}{49}$; b) $\frac{30}{35}$;
c) $\frac{54}{63}$; d) $\frac{48}{56}$. 13. a) $x = 12$; b) $x = 4$; c) $x = 16$; d) $x = 18$. 14. a) $n = 9$; b) $n = 5$; c) $n = 6$; d) $n = 10$.
15. a) $x = 4$; b) $x = 3$; c) $x = 32$; d) $x = 25$. 16. a) $2^{31} \cdot 32^7 = 2^{66}, 16^{10} \cdot 2^{26} = 2^{66}$; b) $9^{21} \cdot 81^5 = 3^{62}, 3^{53} \cdot 27^3 = 3^{62}$; c) $16^{10} \cdot 8^5 = 2^{55}, 2^{25} \cdot 64^5 = 2^{55}$; d) $3^{14} \cdot 9^{19} = 3^{52}, 27^8 \cdot 81^7 = 3^{52}$. 17. a) $n = 37$;
b) $n = 13$; c) $n = 11$; d) $n = 11$. 18. a) $x = 4$; b) $x = 2$; c) $x = 6$; d) $x = 5$. 19. a) $\overline{ab} = 18$; b) $\overline{ab} = 27$;
c) $\overline{ab} = 54$. 20. a) $n = 9$; b) $n = 10$; c) $n = 3$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) A; b) F; c) A. 2. $\frac{9}{8} = \frac{54}{48}$. 3. $n = 5$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $\frac{5^{30} - 5^{29}}{2^{60}} = \frac{4 \cdot 5^{29}}{4 \cdot 4^{29}}$. 6. $n = 3$. Testul 2. 5. 0, 1, 2, 3. 6. $x = 15$. Testul 3. 5. $n = 3$. 6. $x = 8$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. F. 2. A. 3. A. II. 1. $\frac{23}{5}$. 2. 4. 3. 15. III. 1. B. 2. D. 3. A. IV. $f = \frac{10^{n+2}}{10^n(125-25)} = \frac{10^{n+2}}{10^n \cdot 100} = \frac{10^{n+2}}{10^{n+2}}$. V. a) $f = \frac{2^{53} \cdot 9}{3^{36} \cdot 4} = \frac{2^{51}}{3^{34}} = \frac{8^{17}}{9^{17}}$; b) $y = 2x; \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$.

Lecția 27. Amplificarea fracțiilor

1. a) Frația $\frac{5}{9}$ se amplifică cu 10; b), c), d) Analog. 2. a) A; b) F; c) A. 3. a) $\frac{6}{9}$; b) $\frac{8}{12}$; c) $\frac{14}{21}$.
4. a) $\frac{42}{48}$; b) $\frac{56}{64}$; c) $\frac{63}{72}$. 5. a) $\frac{20}{35}$; b) $\frac{25}{45}$; c) $\frac{40}{15}$. 6. a) $\frac{110}{210}$; b) $\frac{230}{190}$; c) $\frac{250}{420}$. 7. a) $n = 3$;
b) $n = 5$; c) $n = 7$; d) $n = 8$. 8. a) 3; b) 4; c) 6. 9. a) 4; b) 5; c) 6. 10. a) 5; b) 25; c) 15. 11. $\frac{{}^3 17}{6} = \frac{51}{18}$,
 $\frac{{}^2 2}{9} = \frac{4}{18}$. 12. $\frac{{}^5 4}{15} = \frac{20}{75}$, $\frac{{}^2 10}{3} = \frac{20}{6}$. 13. $\frac{{}^6 5}{8} = \frac{30}{48}$, $\frac{{}^4 11}{12} = \frac{44}{48}$, $\frac{{}^3 13}{16} = \frac{39}{48}$. 14. $\frac{{}^5 12}{11} = \frac{60}{55}$,
 $\frac{{}^6 10}{7} = \frac{60}{42}$, $\frac{{}^4 15}{4} = \frac{60}{16}$. 15. $\frac{{}^{12} 7}{8} = \frac{84}{96}$, $\frac{{}^{24} 9}{4} = \frac{216}{96}$, $\frac{{}^8 11}{12} = \frac{88}{96}$, $\frac{{}^4 25}{24} = \frac{100}{96}$. 16. $\frac{{}^{14} 6}{5} = \frac{84}{70}$,
 $\frac{{}^{12} 7}{8} = \frac{84}{96}$, $\frac{{}^7 12}{11} = \frac{84}{77}$, $\frac{{}^3 28}{25} = \frac{84}{75}$. 17. $\frac{{}^{18} 3}{4} = \frac{54}{72}$, $\frac{{}^{12} 5}{6} = \frac{60}{72}$, $\frac{{}^9 3}{8} = \frac{27}{72}$, $\frac{{}^6 11}{12} = \frac{66}{72}$,
 $\frac{{}^3 19}{24} = \frac{57}{72}$. 18. $\frac{{}^{30} 3}{5} = \frac{90}{150}$, $\frac{{}^{18} 5}{2} = \frac{90}{36}$, $\frac{{}^{15} 6}{5} = \frac{90}{75}$, $\frac{{}^6 15}{11} = \frac{90}{66}$, $\frac{{}^5 18}{25} = \frac{90}{125}$. 19. $\frac{{}^{200} 1}{5 \cdot 10^n} =$
 $= \frac{200}{10^{n+3}}$, $\frac{{}^{250} 3}{4 \cdot 10^n} = \frac{750}{10^{n+3}}$. 20. $\frac{\overline{ababab}}{\overline{cdcdcd}}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{170}{110}$; b) $\frac{210}{190}$; c) $\frac{230}{260}$. 2. a) 5; b) 8. 3. a) $\frac{{}^3 10}{18} = \frac{30}{54}$, $\frac{{}^{10} 3}{4} = \frac{30}{40}$, $\frac{{}^2 15}{12} = \frac{30}{24}$; b) $\frac{{}^4 10}{18} =$
 $= \frac{40}{72}$, $\frac{{}^{18} 3}{4} = \frac{54}{72}$, $\frac{{}^6 15}{12} = \frac{90}{72}$.

Lecția 28. Simplificarea fracțiilor

1. a) Frația $\frac{27}{15}$ se simplifică cu 3; b), c), d) Analog. 2. a) F; b) A; c) A. 3. a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{2}{5}$; c) $\frac{10}{9}$.

4. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{6}{5}$; c) $\frac{7}{10}$. 5. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{4}{9}$; c) $\frac{7}{6}$. 6. a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{8}{5}$; c) $\frac{7}{9}$. 7. a) $\frac{8}{12}$; b) $\frac{12}{8}$; c) $\frac{7}{5}$.
 8. a) $n = 4$; b) $n = 5$; c) $n = 7$; d) $n = 8$. 9. a) Da; b) Nu; c) Da; d) Da; e) Nu; f) Da; g) Nu; h) Da; i) Nu; j) Da; k) Da; l) Da. 10. a) $\frac{5}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{5}{3}$; e) $\frac{3}{4}$; f) $\frac{8}{9}$; g) $\frac{3}{2}$; h) $\frac{5}{4}$; i) $\frac{3}{2}$; j) $\frac{4}{5}$; k) $\frac{5}{7}$; l) $\frac{7}{8}$. 11. a) $\frac{7}{4}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{7}{5}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $\frac{8}{9}$; f) $\frac{7}{6}$; g) $\frac{4}{3}$; h) $\frac{5}{7}$; i) $\frac{3}{8}$; j) $\frac{6}{5}$; k) $\frac{5}{4}$; l) $\frac{10}{13}$.
 12. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{27}$; c) $\frac{1}{25}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $\frac{1}{49}$; f) $\frac{1}{64}$; g) $\frac{1}{4}$; h) $\frac{1}{32}$; i) $\frac{1}{8}$; j) $\frac{1}{27}$; k) $\frac{1}{3}$; l) $\frac{1}{9}$. 13. a) 0, 2, 5, 8; b) 1, 4, 6, 7; c) 0, 3, 5; d) 1, 4, 7. 14. a) 3, 5, 7, 9; b) 2, 3, 6, 8, 9; c) 1, 2, 4, 7, 8; d) 3, 5, 7, 9.
 15. a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{10}{27}$; d) $\frac{7}{6}$. 16. a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{6}{25}$; c) $\frac{1}{30}$; d) $\frac{6}{49}$. 17. a) $\frac{1}{5}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{7}{61}$; d) $\frac{5}{37}$.
 18. a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{1}{6}$; c) $\frac{1}{3}$; d) $\frac{3}{5}$. 19. $f = \frac{37 \cdot 75}{999 \cdot 500 - 37 \cdot 75} = \frac{37 \cdot 75}{37 \cdot 75(180 - 1)} = \frac{1}{179}$. 20. a) $\frac{7 \cdot 2^n}{14 \cdot 5^n} = \frac{2^n}{2 \cdot 5^n}$; b) $\frac{15 \cdot 2^n}{40 \cdot 3^n} = \frac{3 \cdot 2^n}{8 \cdot 3^n}$; c) $\frac{20 \cdot 3^n}{24 \cdot 5^n} = \frac{5 \cdot 3^n}{6 \cdot 5^n}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{5}{4}$. 2. $\frac{7}{8}$. 3. 3, 5, 9.

Lecția 29. Aducerea fracțiilor la același numitor comun

1. D. 2. B. 30. 3. a) 2; b) 4; c) 5; d) 10. 4. a) 3; b) 4; c) 6; d) 8. 5. a) 4; b) 8; c) 6; d) 9.
 6. a) 12; b) 10; c) 15; d) 18. 7. a) 32; b) 36; c) 28; d) 30. 8. a) 24; b) 36; c) 40; d) 72. 9. a) $\frac{3}{10}, \frac{8}{10}$;
 b) $\frac{9}{12}, \frac{5}{12}$; c) $\frac{2}{15}, \frac{40}{15}$; d) $\frac{21}{18}, \frac{5}{18}$. 10. a) $\frac{18}{20}, \frac{15}{20}$; b) $\frac{15}{24}, \frac{14}{24}$; c) $\frac{4}{30}, \frac{25}{30}$; d) $\frac{16}{36}, \frac{21}{36}$.
 11. a) $\frac{45}{18}, \frac{3}{18}, \frac{7}{18}$; b) $\frac{7}{24}, \frac{30}{24}, \frac{9}{24}$; c) $\frac{25}{30}, \frac{1}{30}, \frac{8}{30}$; d) $\frac{28}{36}, \frac{6}{36}, \frac{5}{36}$. 12. a) $\frac{8}{28}, \frac{35}{28}, \frac{6}{28}$;
 b) $\frac{25}{30}, \frac{18}{30}, \frac{3}{30}$; c) $\frac{8}{36}, \frac{10}{36}, \frac{63}{36}$; d) $\frac{35}{40}, \frac{32}{40}, \frac{12}{40}$. 13. a) $\frac{12}{45}, \frac{27}{45}, \frac{40}{45}$; b) $\frac{35}{60}, \frac{18}{60}, \frac{16}{60}$;
 c) $\frac{56}{63}, \frac{12}{63}, \frac{45}{63}$; d) $\frac{15}{54}, \frac{63}{54}, \frac{8}{54}$. 14. a) $\frac{16}{72}, \frac{15}{72}, \frac{28}{72}$; b) $\frac{12}{80}, \frac{64}{80}, \frac{45}{80}$; c) $\frac{20}{75}, \frac{30}{75}, \frac{21}{75}$;
 d) $\frac{15}{84}, \frac{18}{84}, \frac{49}{84}$. 15. a) $\frac{40}{48}, \frac{18}{48}, \frac{33}{48}, \frac{50}{48}$; b) $\frac{32}{56}, \frac{35}{56}, \frac{44}{56}, \frac{50}{56}$; c) $\frac{36}{90}, \frac{15}{90}, \frac{66}{90}, \frac{65}{90}$;
 d) $\frac{75}{100}, \frac{40}{100}, \frac{55}{100}, \frac{68}{100}$. 16. $\frac{375}{10^{n+2}}, \frac{14}{10^{n+2}}$. 17. $84 = 3 \cdot 4 \cdot 7$, rezultă $3 \mid \overline{ab}$ și $3 \mid \overline{ba}$, deci $\overline{ab} =$
 $= 12$ și $\overline{ba} = 21$; $\frac{1}{12}$ și $\frac{2}{21}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 18; b) 28; c) 36. 2. a) $\frac{33}{36}$ și $\frac{34}{36}$; b) $\frac{32}{40}, \frac{35}{40}, \frac{44}{40}$. 3. $\frac{88}{96}, \frac{16}{96}, \frac{52}{96}, \frac{45}{96}$.

Lecția 30. Compararea fracțiilor ordinare

1. a) A; b) A; c) F; d) F; e) A; f) F; g) F; h) A. 2. a) A; b) A; c) F; d) A; e) A; f) F; g) F; h) A. 5. a) $\frac{3}{2} > \frac{7}{5}$; b) $\frac{7}{4} < \frac{11}{6}$; c) $\frac{9}{8} < \frac{7}{6}$; d) $\frac{11}{6} > \frac{14}{9}$; e) $\frac{19}{8} > \frac{21}{10}$; f) $\frac{26}{15} < \frac{11}{6}$. 6. Ștefan.
7. a) $\frac{2}{7} < \frac{8}{25}$; b) $\frac{3}{8} > \frac{8}{23}$; c) $\frac{10}{11} > \frac{6}{7}$; d) $\frac{6}{13} < \frac{15}{32}$; e) $\frac{12}{25} > \frac{9}{19}$; f) $\frac{9}{28} < \frac{15}{46}$. 8. a) 0, 1, 2, 3; b) 1, 2, 3, 4; c) 0, 1, 2; d) 1, 2, 3. 9. a) $\frac{11}{4}, \frac{10}{3}, \frac{7}{2}$; b) $\frac{13}{6}, \frac{8}{3}, \frac{11}{4}$; c) $\frac{19}{18}, \frac{7}{6}, \frac{11}{9}$; d) $\frac{5}{4}, \frac{13}{10}, \frac{29}{20}$; e) $\frac{11}{6}, \frac{15}{8}, \frac{23}{12}$; f) $\frac{46}{15}, \frac{19}{6}, \frac{17}{5}$. 10. a) $\frac{4}{11}, \frac{2}{7}$; b) $\frac{6}{13}, \frac{4}{11}$; c) $\frac{2}{5}, \frac{3}{11}$; d) $\frac{6}{5}, \frac{30}{29}$; e) $\frac{32}{75}, \frac{4}{11}$; f) $\frac{18}{29}, \frac{12}{25}$. 11. a) $\frac{2^{27} + 2^{27}}{2^{27} + 2^{28}} < \frac{2^{29} - 2^{26}}{2^{26} + 2^{29}}$; b) $\frac{3^{20} - 3^{18}}{3^{17} + 3^{20}} > \frac{3^{23} - 3^{21}}{3^{21} + 3^{23}}$. 12. a) $\frac{24}{25} > \frac{23}{25}$; b) $\frac{65}{63} < \frac{65}{60} = \frac{13}{12}$; c) $\frac{37}{38} > \frac{36}{38} = \frac{18}{19}$; d) $\frac{87}{85} < \frac{87}{84} = \frac{29}{28}$. 13. a) 0, 1; b) 0, 1, 2; c) 0, 1. 14. a) 0, 1; b) 0, 1, 2, 3; c) 0, 1, 2, 3. 15. a) $\frac{8^{17}}{7^{10}} < \frac{9^{17}}{7^{10}}$; b) $\frac{27^{19}}{2^{66}} > \frac{25^{19}}{2^{66}}$; c) $\frac{3^{21}}{128^{11}} < \frac{3^{21}}{125^{11}}$; d) $\frac{5^{14}}{121^{13}} > \frac{5^{14}}{128^{13}}$.
16. $\frac{10^{n+3}}{1875} < \frac{10^{n+3}}{370k} < \frac{10^{n+3}}{28}$, deci $28 < 370k < 1875$, de unde k poate fi 1, 2, 3, 4, 5.
17. $\frac{2^{101} - 1}{2(2^{101} - 1)} < \frac{3n - 2}{n + 6} < \frac{2(2^{103} - 1)}{2^{103} - 1} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3n - 2}{n + 6} < 2 \Rightarrow 2 < n < 14$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. a) $\frac{19}{6} > \frac{25}{8}$; b) $\frac{4}{11} < \frac{9}{22}$. 3. a) $\frac{31}{27}, \frac{7}{6}, \frac{11}{9}, \frac{23}{18}$; b) $\frac{5}{11}, \frac{6}{13}, \frac{10}{21}, \frac{12}{25}$.

Lecția 31. Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor

5. a) F; b) A. 6. a) A; b) F. 7. a) A; b) A. 8. A. 9. a) 40 mm; b) 25 mm; c) 45 mm. 10. Dacă notăm cu x lungimea unității de măsură, rezultă că $2 \cdot (x : 8) = 24$ mm, de unde rezultă că $x = 96$ mm, prin urmare $OC = 84$ mm.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. B. 3. $u = 3$ cm.

Teste de evaluare sumativă

- Testul 1. 5. $\frac{29}{12}, \frac{21}{8}, \frac{17}{6}$. 6. $\frac{3}{2}$. Testul 2. 5. $\frac{15}{40}, \frac{16}{40}, \frac{52}{40}$. 6. $\frac{7}{17}$. Testul 3. 5. $\frac{44}{56}, \frac{35}{56}, \frac{34}{56}$. 6. 0, 1, 2, 3, 4.

Fișă pentru portofoliul elevului

- I. 1. A. 2. A. 3. F. II. 1. $\frac{2}{5}$. 2. 24. 3. 7. III. 1. C. 2. D. 3. A. IV. $4 < n \leq 10$. V. a) $f = \frac{10^n \cdot 125 - 10^n \cdot 25}{10^n \cdot 160} = \frac{10^n \cdot 100}{10^n \cdot 160} = \frac{5}{8}$; $f = \frac{45}{72}$ și $\frac{23}{36} = \frac{46}{72}$, deci $f < \frac{23}{36}$; b) Dacă notăm cu u lungimea unității de măsură, avem: $(u : 8) \cdot 5 = 25$, de unde rezultă că $u = 40$ mm = 4 cm.

Lecția 32. Adunarea fracțiilor ordinare. Proprietățile adunării

1. a) $\frac{11}{3}$; b) $\frac{13}{5}$; c) $\frac{15}{7}$; d) $\frac{32}{9}$; e) $\frac{32}{3}$; f) $\frac{19}{5}$. 2. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{11}{5}$; d) $\frac{7}{3}$; e) $\frac{9}{5}$; f) $\frac{5}{3}$.
3. a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{7}{6}$; e) $\frac{9}{8}$; f) $\frac{5}{7}$. 4. a) $\frac{35}{6}$; b) $\frac{37}{12}$; c) $\frac{24}{13}$; d) $\frac{8}{5}$. 5. a) $x + y = 2$; b) $x + y = 3$. 6. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{19}{8}$; c) $\frac{48}{7}$; d) $\frac{11}{4}$; e) $\frac{4}{3}$; f) $\frac{3}{2}$. 7. a) $\frac{23}{12}$; b) $\frac{37}{20}$; c) $\frac{29}{30}$; d) $\frac{43}{36}$; e) $\frac{61}{40}$; f) $\frac{53}{48}$. 8. $\frac{16}{27}$. 9. a) $5\frac{1}{4}$; b) $5\frac{1}{2}$; c) $6\frac{3}{8}$; d) $7\frac{7}{12}$; e) $7\frac{19}{20}$; f) $9\frac{11}{18}$. 10. a) $10\frac{1}{5}$; b) $7\frac{2}{7}$; c) $9\frac{4}{9}$; d) $7\frac{11}{20}$; e) $12\frac{19}{24}$; f) $14\frac{15}{28}$. 11. $179\frac{8}{9}$ kg. 12. a) $\frac{13}{5}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{13}{7}$; d) $\frac{7}{6}$; e) $\frac{5}{12}$; f) $\frac{18}{25}$. 13. a) $\frac{59}{27}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{25}{16}$; d) $\frac{25}{28}$; e) $\frac{37}{30}$; f) $\frac{37}{32}$. 14. a) $S = \frac{185}{3}$; b) $S = \frac{55}{4}$. 15. a) $6\frac{11}{12}$; b) $5\frac{11}{24}$; c) $8\frac{1}{20}$; d) $8\frac{19}{42}$; e) $8\frac{23}{60}$; f) $11\frac{25}{96}$. 16. a) $\frac{97}{60}$; b) $\frac{17}{9}$; c) $\frac{143}{80}$; d) $\frac{91}{96}$; e) $\frac{175}{108}$; f) $\frac{113}{150}$. 17. $x = \frac{11}{8}$ și $y = \frac{11}{6}$; $x + y = \frac{77}{24}$. 18. $f_1 = \frac{95}{36}$ și $f_2 = \frac{21}{8}$; $f_1 > f_2$. 19. Egalitatea se mai scrie $\overline{ab} + 3\overline{ba} = 27(a + b)$, de unde rezultă că $2b = 7a$, deci $a = 2$, $b = 7$ și $\overline{ab} = 27$. 20. Presupunem că $a \leq b \leq c$. Din ipoteză rezultă că $bc + ca + ab + 1 = abc$, prin urmare a, b și c nu sunt toate impare, deci $a = 2$; $b = 2 + \frac{5}{c-2}$, deci $c - 2 = 1$ sau $c - 2 = 5$ și analizând obținem $b = 3$ și $c = 7$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{30}{13}$; b) $2\frac{1}{3}$; c) $2\frac{4}{5}$. 2. a) $2\frac{1}{4}$; b) $3\frac{1}{6}$; c) $3\frac{11}{42}$. 3. $f = \frac{37}{12}$, $f < \frac{47}{15}$.

Lecția 33. Scăderea fracțiilor ordinare

1. a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{3}{7}$; c) $\frac{8}{5}$; d) $\frac{10}{3}$; e) $\frac{14}{9}$; f) $\frac{16}{7}$. 2. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{7}{3}$; c) $\frac{5}{2}$; d) $\frac{8}{3}$; e) $\frac{3}{2}$; f) $\frac{7}{3}$. 3. a) $\frac{13}{3}$; b) $\frac{12}{5}$; c) $\frac{24}{7}$; d) $\frac{17}{3}$; e) $\frac{7}{2}$; f) $\frac{7}{3}$. 4. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{3}$. 5. $\frac{2}{5}$. 6. a) $x - y = 2$; b) $x - y = 1$. 7. a) $\frac{5}{8}$; b) $\frac{16}{9}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{6}{5}$; e) $\frac{11}{24}$; f) $\frac{13}{14}$. 8. a) $\frac{11}{15}$; b) $\frac{17}{18}$; c) $\frac{5}{24}$; d) $\frac{1}{28}$; e) $\frac{1}{10}$; f) $\frac{19}{36}$. 9. a) $\frac{43}{45}$; b) $\frac{11}{40}$; c) $\frac{31}{48}$; d) $\frac{37}{54}$; e) $\frac{19}{24}$; f) $\frac{29}{30}$; g) $\frac{2}{15}$; h) $\frac{31}{36}$. 10. a) $2\frac{1}{2}$; b) $1\frac{2}{5}$; c) $1\frac{1}{5}$; d) $\frac{35}{36}$; e) $\frac{19}{60}$; f) $\frac{31}{75}$. 11. a) $\frac{19}{48}$; b) $\frac{23}{60}$; c) $\frac{13}{8}$; d) $\frac{29}{25}$; e) $\frac{19}{21}$; f) $\frac{7}{10}$. 12. a) $\frac{14}{5}$; b) $\frac{33}{16}$; c) $\frac{13}{16}$. 13. a) $1\frac{13}{40}$; b) $1\frac{25}{36}$; c) $\frac{23}{56}$. 14. $\frac{1}{4}$ din turmă. 15. a) $4\frac{1}{4}$; b) $1\frac{7}{12}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $2\frac{1}{30}$; e) $3\frac{4}{27}$; f) $\frac{11}{16}$. 16. a) $\frac{7}{3}$; b) $\frac{7}{5}$. 17. $x = \frac{2}{25}$ și $y = \frac{3}{10}$; $y - x = \frac{11}{50}$. 18. $f_1 = \frac{29}{27}$ și $f_2 = \frac{65}{48}$; $f_1 < f_2$. 19. $a = 999 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \dots - \frac{999}{1000} = 1 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{2}{3} + 1 - \frac{3}{4} + \dots + 1 - \frac{999}{1000} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000} = b$. 20. a) $S_1 = \frac{31}{32}$; b) $S_2 = 2\frac{16}{17}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $1\frac{10}{11}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $1\frac{1}{2}$. 2. a) $\frac{5}{6}$; b) $2\frac{17}{24}$; c) $1\frac{21}{40}$. 3. $f = \frac{27}{20}$, $f < \frac{18}{13}$.

Lecția 34. Înmulțirea fracțiilor ordinare. Proprietățile înmulțirii

1. a) $\frac{10}{3}$; b) $\frac{15}{7}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{10}{3}$; e) $\frac{21}{2}$; f) $\frac{7}{4}$. 2. a) $\frac{9}{10}$; b) $\frac{16}{35}$; c) $\frac{28}{15}$; d) $\frac{40}{21}$; e) $\frac{35}{18}$; f) $\frac{32}{45}$.
3. a) $\frac{4}{21}$; b) $\frac{5}{18}$; c) $\frac{5}{24}$; d) $\frac{14}{5}$; e) $\frac{5}{14}$; f) $\frac{15}{16}$. 4. a) $\frac{2}{15}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{5}{18}$; d) $\frac{12}{5}$; e) $\frac{27}{10}$; f) $\frac{7}{2}$.
5. a) $\frac{10}{3}$; b) $\frac{15}{4}$; c) $\frac{5}{3}$; d) $\frac{7}{6}$; e) $\frac{3}{2}$; f) $\frac{10}{3}$. 6. a) $\frac{14}{3}$; b) $\frac{10}{3}$; c) $\frac{15}{4}$; d) $\frac{42}{5}$; e) $\frac{22}{3}$; f) $\frac{27}{2}$.
7. a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{7}{6}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{5}{3}$; e) $\frac{1}{2}$. 8. a) $2\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{5}{8}$; d) $\frac{9}{4}$; e) $\frac{15}{16}$. 9. a) $1\frac{1}{18}$;
b) $1\frac{1}{24}$; c) $2\frac{7}{15}$; d) $\frac{5}{6}$; e) $1\frac{11}{36}$; f) $\frac{23}{54}$. 10. a) $\frac{9}{20}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{13}{60}$; d) $1\frac{19}{30}$; e) $\frac{11}{72}$; f) $1\frac{1}{5}$.
11. a) $\frac{47}{30}$; b) $\frac{11}{18}$; c) $\frac{29}{42}$; d) $\frac{23}{48}$; e) $\frac{67}{60}$; f) $\frac{53}{60}$. 12. a) $\frac{7}{2}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{5}{3}$; e) $\frac{7}{8}$; f) $\frac{7}{5}$.
13. a) $p \cdot q = \frac{1}{10}$; b) $p \cdot q = \frac{1}{32}$. 14. $x = \frac{24}{5}$ și $y = \frac{9}{8}$; $x \cdot y = \frac{27}{5}$. 15. a) $\frac{19}{27}$; b) $\frac{2}{5}$. 16. a) $\frac{1}{4}$;
b) $\frac{37}{18}$. 17. $x = \frac{5}{9}$ și $y = \frac{21}{20}$; $x \cdot y = \frac{7}{12}$. 18. $f_1 = \frac{2}{25}$ și $f_2 = \frac{3}{10}$; $f_1 + f_2 - f_1 \cdot f_2 = \frac{89}{250}$. 19. $p = \frac{101}{2}$ și $q = \frac{1}{101}$; $p \cdot q = \frac{1}{2}$. 20. $f = \frac{34}{103}$; $0 < f < 1$, deci $f \cdot \frac{a}{b} = 1$, de unde obținem $\frac{a}{b} = \frac{103}{34}$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{6}{5}$; b) $\frac{49}{12}$; c) $\frac{20}{3}$. 2. $\frac{5}{3}$. 3. $f = \frac{19}{15}$, $f < \frac{17}{12}$.

Lecția 35. Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare. Reguli de calcul cu puteri

1. a) $\frac{9}{16}$; b) $\frac{25}{9}$; c) $\frac{16}{25}$; d) $\frac{49}{9}$; e) $\frac{8}{27}$; f) $\frac{27}{64}$; g) $\frac{27}{8}$; h) $\frac{125}{27}$; i) $\frac{1}{16}$; j) $\frac{16}{81}$; k) $\frac{81}{16}$;
l) $\frac{256}{81}$. 2. a) A; b) F; c) A; d) A; e) A; f) F. 3. a) $n = 5$; b) $n = 4$; c) $n = 2$; d) $n = 3$; e) $n = 2$;
f) $n = 3$. 4. a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{4}{3}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{15}{16}$. 5. a) $\frac{13}{36}$; b) $\frac{35}{16}$; c) $\frac{191}{72}$; d) $\frac{79}{16}$. 6. a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{22}$; b) $\left(\frac{7}{3}\right)^{19}$;
c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{25}$. 7. a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{20}$; b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{21}$; c) $\left(\frac{4}{3}\right)^{14}$. 8. a) $\left(\frac{2}{7}\right)^{33}$; b) $\left(\frac{5}{3}\right)^{60}$; c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{44}$. 9. a) $\left(\frac{3}{7}\right)^{23}$;
b) $\left(\frac{5}{9}\right)^{13}$; c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{30}$. 10. a) $\left(\frac{4}{7}\right)^7$; b) $\left(\frac{9}{5}\right)^{29}$; c) $\left(\frac{3}{7}\right)^{24}$. 11. a) $3\frac{2}{3}$; b) $1\frac{7}{8}$; c) $2\frac{1}{18}$. 12. a) $4\frac{7}{8}$;
b) $\frac{6}{25}$; c) $\frac{13}{27}$. 13. a) $1\frac{13}{16}$; b) $1\frac{1}{12}$. 14. a) $\frac{28}{27}$; b) $\frac{65}{81}$; c) $\frac{63}{64}$; d) $\frac{13}{9}$. 15. a) $\frac{5}{4}$; b) $\frac{15}{8}$. 16. $x =$

$$= \frac{2}{27} \text{ și } y = \frac{3}{8}; x \cdot y = \frac{1}{36}. \quad \mathbf{17.} f_1 = \frac{16}{15} \text{ și } f_2 = \frac{5}{6}; (f_1 \cdot f_2)^2 = \frac{64}{81}. \quad \mathbf{18.} x = \frac{19}{12} \text{ și } y = \frac{7}{12}; (x - y)^{100} =$$

$$= 1. \quad \mathbf{19.} f_n = \left(\frac{1}{10}\right)^3 \text{ se mai scrie } \frac{1}{n+1} = \frac{1}{1000}, \text{ de unde obținem } n = 999. \quad \mathbf{20.} f = \frac{2^n - 1}{2^n}, \text{ deci } f < 1.$$

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{81}{25}$; b) $\frac{27}{64}$; c) $\frac{81}{16}$. **2.** $\frac{25}{49}$. **3.** $f = \frac{5}{12}$; $\frac{10^{12}}{24} = \frac{5}{12}$, deci $f = \frac{10}{24}$.

Lecția 36. Împărțirea fracțiilor ordinare

1. a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{1}{8}$; c) $\frac{1}{101}$; d) $\frac{1}{47}$; e) $\frac{1}{61}$; f) $\frac{1}{203}$; g) $\frac{1}{5}$; h) $\frac{1}{9}$. **2.** a) 13; b) 4; c) 67; d) $\frac{31}{75}$;
e) $\frac{9}{4}$; f) $\frac{29}{54}$; g) $\frac{2}{3}$; h) $\frac{7}{18}$; i) $\frac{6}{35}$; j) $\frac{3}{23}$. **3.** a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{6}{35}$; c) $\frac{10}{3}$; d) $\frac{15}{2}$; e) 21; f) $\frac{20}{3}$.
4. a) $\frac{14}{15}$; b) $\frac{35}{24}$; c) $\frac{45}{8}$; d) $\frac{56}{27}$; e) $\frac{10}{63}$; f) $\frac{48}{35}$. **5.** a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{10}{21}$; c) $\frac{6}{7}$; d) $\frac{9}{20}$; e) $\frac{14}{15}$; f) $\frac{6}{5}$.
6. a) $\frac{5}{6}$; b) $\frac{7}{6}$; c) $\frac{9}{35}$; d) $\frac{18}{35}$; e) $\frac{56}{45}$; f) $\frac{3}{4}$. **7.** a) $\frac{10}{27}$; b) $1\frac{1}{15}$; c) $\frac{16}{25}$; d) $3\frac{1}{3}$; e) $\frac{5}{6}$. **8.** a) $1\frac{3}{5}$;
b) 4; c) $2\frac{1}{7}$; d) $\frac{1}{2}$; e) $1\frac{1}{3}$. **9.** a) $\frac{4}{5}$; b) $\frac{28}{45}$; c) $\frac{8}{21}$; d) $\frac{2}{5}$. **10.** a) $\frac{9}{20}$; b) $1\frac{1}{2}$; c) $1\frac{1}{15}$; d) $2\frac{4}{5}$.
11. a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{3}{32}$; c) $\frac{3}{14}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $4\frac{1}{6}$; f) $\frac{2}{9}$. **12.** a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{13}{18}$; c) $1\frac{2}{15}$; d) $1\frac{4}{5}$; e) $1\frac{11}{75}$; f) $1\frac{11}{72}$.
13. a) $1\frac{1}{2}$; b) $\frac{23}{30}$; c) $\frac{1}{10}$; d) $\frac{23}{45}$; e) $\frac{1}{6}$; f) $\frac{47}{56}$. **14.** a) $\frac{34}{75}$; b) $\frac{1}{4}$. **15.** $x = \frac{35}{36}$ și $y = \frac{5}{24}$; $x : y =$
 $= \frac{14}{3}$. **16.** $x = \frac{5}{6}$ și $y = \frac{15}{8}$; $(x : y)^2 = \frac{16}{81}$. **17.** $f_1 = \frac{3}{8}$ și $f_2 = \frac{1}{4}$; $(f_1 : f_2)^3 = \frac{27}{8}$. **18.** $f = \frac{1}{100}$, deci
inversa fracției f este egală cu 10^2 . **19.** $f_7 = \frac{1}{8}$ și $f_{13} = \frac{1}{14}$, deci $f_7 : f_{13} = \frac{7}{4}$. **20.** $f = \frac{2^{50} - 1}{1}$;
 $:\frac{5^{26} - 1}{4} = \frac{4^{26} - 4}{5^{26} - 1}$, deci $f < 1$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{10}{9}$; b) $\frac{2}{7}$; c) $\frac{9}{16}$. **2.** $2\frac{3}{10}$. **3.** $f = \frac{31}{50}$, deci inversa fracției f este $\frac{50}{31}$.

Lecția 37. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural. Aflarea unei fracții dintr-o fracție

1. a) A; b) F; c) F; d) A. **2.** a) 14; b) 30; c) 21; d) 16; e) 10; f) 20. **3.** 48 pixuri. **4.** a) $\frac{35}{2}$; b) $\frac{35}{3}$;
c) $\frac{11}{3}$; d) $\frac{27}{2}$; e) $\frac{28}{3}$; f) $\frac{25}{2}$. **5.** 9 exerciții. **6.** a) 15 kg; b) 28 kg; c) 35 kg; d) 54 kg; e) 20 kg.
7. 27 km. **8.** a) 4; b) 3; c) 2; d) 2; e) 4; f) 2. **9.** 20 lei. **10.** a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{5}{7}$; c) $\frac{7}{2}$; d) $\frac{4}{5}$; e) $\frac{9}{4}$; f) $\frac{9}{8}$.
11. 78 kg. **12.** a) $\frac{6}{5}$; b) $\frac{16}{9}$; c) $\frac{24}{5}$; d) $\frac{11}{10}$. **13.** 375 km. **14.** a) 10626; b) 11132. **15.** a) 36; b) 48.
16. 240 km. **17.** 216 telefoane. **18.** 24 lei. **19.** 36 pagini. **20.** 225 ha.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 80; b) 40 km; c) 30,8 t. 2. a) $\frac{7}{9}$; b) $\frac{2}{7}$; c) $\frac{11}{4}$. 3. 18 t.

Lecția 38. Procente. Aflarea unui procent dintr-un număr natural. Aflarea unui procent dintr-o fracție

1. a) F; b) A; c) A; d) F. 2. a) $\frac{9}{20}$; b) $\frac{7}{25}$; c) $\frac{1}{10}$; d) $\frac{1}{5}$; e) $\frac{1}{4}$; f) $\frac{3}{4}$. 3. a) $\frac{3}{25}$; b) $\frac{6}{25}$; c) $\frac{2}{5}$; d) $\frac{9}{25}$; e) $\frac{5}{4}$; f) $\frac{6}{5}$. 4. a) 60; b) 33; c) 36; d) 72; e) 98. 5. 2106 lei. 6. a) $\frac{84}{5}$; b) $\frac{81}{5}$; c) $\frac{333}{10}$; d) $\frac{195}{4}$; e) $\frac{408}{5}$. 7. 783 t. 8. a) 18 km; b) 45 km; c) 77 km; d) 36 km; e) 91 km. 9. 51 lei. 10. a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{3}{10}$; c) $\frac{2}{5}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{2}{3}$. 11. 2575 lei. 12. a) $\frac{8}{3}$; b) $\frac{10}{3}$; c) $\frac{9}{4}$; d) $\frac{9}{8}$; e) $\frac{9}{2}$. 13. 18 ani. 14. 247 lei. 15. a) 12404; b) 15505. 16. 93 pagini. 17. 273 lei. 18. a) 6273; b) 5814. 19. 536 km. 20. 111 t.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{25}$; c) $\frac{2}{5}$. 2. a) 638; b) 30 m; c) 162 t. 3. 12 ani.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. 5. $n = 3$. 6. $\frac{1}{12}$. Testul 2. 5. $\frac{32}{81}$. 6. $f < \frac{7}{16}$. Testul 3. 5. $f < \frac{6}{31}$. 6. $\frac{36}{35}$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. 2. A. 3. A. II. 1. 4 2. 15 fete. 3. $\frac{1}{12}$. III. 1. C. 2. D. 3. B. IV. $f = \frac{3}{4}$, deci $f < \frac{4}{5}$. V. a) $f_1 = \frac{5}{4} \cdot \frac{28}{15} - \frac{5}{4} \cdot \frac{17}{25} - \frac{5}{4} \cdot \frac{32}{75} = \frac{7}{3} - \frac{17}{20} - \frac{8}{15} = \frac{19}{20}$; b) $f_2 = \frac{19}{5}$; $f_1 : f_2 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, deci $n = 2$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. D. 11. 2. C. 15°C. 3. A. 8°C. 4. 45 ani. 5. 22 ani, 23 ani. 6. 18 ani. 7. 3240 ha. 8. 1782 ha. 9. 2200 ha.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTIȚELOR

Testul 1

Subiectul I. 1. D. 2. C. 3. A. 4. C. 5. B. Subiectul al II-lea. 1. 3. 2. $a = 105400$, deci $10 \mid a$. 3. 36 și 144. 4. 1, 3, 7 și 9. 5. $a = \underbrace{4000\dots0}_{n \text{ cifre}} - 1 = \underbrace{3999\dots9}_{n \text{ cifre}}$, deci $a : 3$.

Testul 2

Subiectul I. 1. C. 2. B. 3. D. 4. C. 5. A. Subiectul al II-lea. 1. $n = 6$. 2. $a = 4^{11} = (2^{11})^2$. 3. 175 lei. 4. $a = 27 \cdot 6 + 24 = 186$. 5. $a = \underbrace{125000\dots0}_{n \text{ cifre}} + 1 = \underbrace{1250\dots1}_{n \text{ cifre}}$, deci $a : 9$.

Testul 3

Subiectul I. 1. B. 2. D. 3. A. 4. C. 5. D. Subiectul al II-lea. 1. $x = 27^{17}$, $y = 25^{17}$, deci $x > y$. 2. 125. 3. 5 grupe cu 2 elevi și 6 grupe cu 3 elevi. 4. $r = 13$. 5. 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ	5
ALGEBRĂ	8
CAPITOLUL I. NUMERE NATURALE	8
Lecția 1. Scrierea și citirea numerelor naturale	8
Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă	13
Lecția 3. Compararea și ordonarea numerelor naturale	15
Lecția 4. Aproximarea numerelor naturale. Rotunjiri	19
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	23
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	24
Lecția 5. Adunarea numerelor naturale. Proprietățile adunării	25
Lecția 6. Scăderea numerelor naturale	28
Lecția 7. Înmulțirea numerelor naturale. Proprietățile înmulțirii	32
Lecția 8. Factor comun	35
Lecția 9. Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale	39
Lecția 10. Împărțirea cu rest a numerelor naturale. Teorema împărțirii cu rest	42
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	46
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	47
Lecția 11. Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural	48
Lecția 12. Pătrate perfecte	51
Lecția 13. Reguli de calcul cu puteri	54
Lecția 14. Compararea puterilor	57
Lecția 15. Scrierea numerelor naturale în baza 10. Scrierea numerelor naturale în baza 2	60
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	63
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	64
Lecția 16. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	65
Lecția 17. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor de matematică	68
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	73
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	74
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	75
CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE	77
Lecția 18. Divizor. Multiplu	77
Lecția 19. Criterii de divizibilitate	80
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	84
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	85
Lecția 20. Divizori comuni. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numerelor naturale ..	86
Lecția 21. Multipli comuni. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numerelor naturale ..	89
Lecția 22. Numere prime. Numere compuse	92
<i>Teste de evaluare sumativă</i>	95
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	96
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	97
CAPITOLUL III. FRACȚII ORDINARE	99
Lecția 23. Frații ordinare	99
Lecția 24. Frații subunitare, echiunitare, supraunitare	102
Lecția 25. Scoaterea întregilor din fracție. Introducerea întregilor din fracție	106

Lecția 26. Frații echivalente.....	109
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	113
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	114
Lecția 27. Amplificarea fracțiilor	115
Lecția 28. Simplificarea fracțiilor	118
Lecția 29. Aducerea fracțiilor la același numitor comun	121
Lecția 30. Compararea fracțiilor ordinare.....	124
Lecția 31. Reprezentarea fracțiilor ordinare pe axa numerelor	128
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	132
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	133
Lecția 32. Adunarea fracțiilor ordinare. Proprietățile adunării	135
Lecția 33. Scăderea fracțiilor ordinare.....	139
Lecția 34. Înmulțirea fracțiilor ordinare. Proprietățile înmulțirii	143
Lecția 35. Puterea cu exponent natural a unei fracții ordinare. Reguli de calcul cu puteri	147
Lecția 36. Împărțirea fracțiilor ordinare.....	151
Lecția 37. Aflarea unei fracții dintr-un număr natural. Aflarea unei fracții dintr-o fracție	155
Lecția 38. Procente. Aflarea unui procent dintr-un număr natural. Aflarea unui procent dintr-o fracție... ..	159
<i>Teste de evaluare sumativă.....</i>	163
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	164
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i>	166
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOȘTINTELOR	167
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....	170