

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 4696/02.08.2019.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Roxana Pietreanu
Tehnoredactare: Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

NEGRILĂ, ANTON

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VII-a / Anton Negrilă,
Maria Negrilă. - Ed. a 11-a, reviz.. - Pitești : Paralela 45, 2022-
2 vol.

ISBN 978-973-47-3644-7

Partea 1. - 2022. - ISBN 978-973-47-3645-4

I. Negrilă, Maria

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro
sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*

E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2022

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

matematică
algebră
geometrie

clasa a VII-a

partea I

ediția a XI-a, revizuită



mate 2000 – consolidare

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

- * Inițiere (înțelegere)
- ** Consolidare (aplicare și exersare)
- *** Excelență (aprofundare și performanță)
- **** Supermate

Legendă

PE = portofoliul elevului

PP = portofoliul profesorului

PE-PP = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

Recapitulare și evaluare inițială

PE Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale

ALGEBRĂ

☀ TESTUL 1 ☀

1. a) Se consideră numerele:

$$a = (-4) \cdot (+6) - [(-24) : (+3) - (-28) : (-7) - (+16) : (-8)] \text{ și}$$

$$b = [(-6) \cdot (+2) - (-5) \cdot (+3) - (-7) \cdot (-3)] : (-12 + 15).$$

Calculați $n = a - b$.

b) Se consideră numerele:

$$x = (-3) \cdot (+7) - [(-18) : (+3) - (+24) : (-6) + (-32) : (-4)] \cdot (-11 + 9) \text{ și}$$

$$y = [(-7) \cdot (+4) - (-8) \cdot (+3) - (-6) \cdot (-2)] : (-6 + 8).$$

Calculați $n = x + y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $27 - 3(2x - 3) = 18;$

b) $2(3x + 4) - 15 = 11;$

c) $2(5x - 13) + 33 = 3(2x + 1) + 20;$

d) $3x + 5 - 2(x + 2) = 8 + 3(x - 1).$

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $11 - 2(3x - 4) > 1;$

b) $2(2x + 1) + 13 \leq 3(x - 1) + 22;$

c) $17x + 19 \leq 6(2x + 5) + 2(x - 5) + 11.$

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x + 3| \leq 2;$

b) $|2x + 5| < 9;$

c) $2[3 \cdot |2x - 7| - 7] - 23 < 17.$

5. Determinați valorile întregi ale lui n , pentru care:

a) $\frac{n+10}{n+1} \in \mathbb{Z};$

b) $\frac{3n+14}{n+2} \in \mathbb{Z};$

c) $\frac{4n+7}{2n-1} \in \mathbb{Z};$

d) $\frac{3n+8}{2n+1} \in \mathbb{Z}.$

6. Calculați:

a) $\left(-\frac{5}{16}\right) \cdot \left(+\frac{8}{25}\right) + \left(-\frac{12}{25}\right) \cdot \left(-\frac{15}{16}\right);$ b) $\left(+\frac{16}{21}\right) \cdot \left(-\frac{35}{32}\right) - \left(-\frac{24}{49}\right) \cdot \left(+\frac{21}{32}\right);$

c) $\left(-\frac{5}{18} + \frac{7}{12}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{11}\right) - \left(-\frac{13}{24} + \frac{7}{18}\right) \cdot \left(-1\frac{5}{22}\right);$

d) $\left(-\frac{1}{10} + \frac{2}{15}\right) \cdot \left(-7\frac{1}{2}\right) + (-4) \cdot \left(-\frac{7}{20} + \frac{4}{15}\right).$

7. Numerele 377, 517 și 803, împărțite la același număr natural nenul n , dau câturile nenule și resturile egale cu 17, 13 și, respectiv, 11. Determinați valorile împărțitorului n .

8. Determinați cel mai mic număr natural n , care împărțit pe rând la 20, 24 și, respectiv, 28, se obțin câturile nenule, iar resturile egale cu 14, 18 și, respectiv, 22.

9. Determinați cifrele a și b , astfel încât următoarele relații să fie adevărate:

a) $\overline{a24b} : 12$; b) $\overline{a68b} : 18$; c) $\overline{7a4b} : 36$.

10. a) Determinați numerele naturale nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 12$ și $[a; b] = 504$.

b) Se consideră numerele naturale nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 15$ și $[a; b] = 1575$. Determinați valorile diferenței $b - a$.

11. Arătați că pentru orice număr natural n , fracțiile de mai jos sunt ireductibile:

a) $\frac{9n+17}{12n+23}$; b) $\frac{8n+11}{12n+17}$; c) $\frac{6n+7}{9n+10}$; d) $\frac{9n+11}{12n+15}$.

12. Arătați că, pentru orice număr natural n , numărul

$$A = 3^{n+1} \cdot 2^{2n} \cdot 24 + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+2} + 2^{n+3} \cdot 6^n - 3^{n+1} \cdot 4^{n+2}$$

se divide cu 17.

13. Arătați că, pentru orice număr natural n , numărul

$$A = 4^{n+4} - 5 \cdot 4^{n+3} + 7 \cdot 4^{n+2} - 3 \cdot 4^{n+1} + 6 \cdot 4^n$$

este divizibil cu 21.

✿ TESTUL 2 ✿

1. a) Se consideră numerele:

$$a = (-7 + 11) \cdot [(+7) \cdot (-5) - (-8) \cdot (+4)] \text{ și } b = (-12 + 9) \cdot [(-5) \cdot (+9) + (-6) \cdot (-8)].$$

Calculați $n = a - 2b$.

b) Se consideră numerele:

$$x = (-8 + 12) \cdot [(-7) \cdot (-6) - (-8) \cdot (-9) - (+3) \cdot (-8)] \text{ și } y = (-15 + 12) \cdot [(-72) : (-9) - (-56) : (+8) - (-54) : (-6)].$$

Calculați $n = x - y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $5x - 2(x - 7) - 9 = x + 15$; b) $3(2x + 7) - 14 = 2(2x - 5) + 3$;
c) $2[3(2x - 3) - 8] - 9 = 5$; d) $3(3x + 4) - 5 = 2(2x + 7) + 13$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x + 4| < 3$; b) $2 \cdot |x - 2| + 7 \leq 13$; c) $|2x - 1| < 7$.

4. Calculați:

a) $\left(-\frac{15}{16}\right) \cdot \left(+\frac{28}{25}\right) - \left(-\frac{12}{25}\right) \cdot \left(+\frac{15}{18}\right)$; b) $\left(-\frac{16}{21}\right) \cdot \left(+1\frac{3}{32}\right) - \left(-\frac{26}{45}\right) \cdot \left(+\frac{10}{13}\right)$;

c) $\left(-\frac{7}{10} + \frac{8}{15}\right) : \left(-\frac{4}{15}\right) - \left(-\frac{8}{15} + \frac{9}{20}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{4}\right)$; d) $\left[-\frac{4}{7} + \left(-\frac{3}{35}\right) : \left(-\frac{9}{25}\right)\right] : \left(-\frac{2}{7}\right)$.

5. Determinați valorile întregi ale lui n , pentru care:

a) $\frac{n+9}{n+1} \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{2n+16}{n+2} \in \mathbb{Z}$; c) $\frac{4n+33}{2n-1} \in \mathbb{Z}$; d) $\frac{3n+19}{2n+1} \in \mathbb{Z}$.

6. Împărțind numerele 229, 197 și 263 la același număr natural nenul, se obțin câturile nenule și resturile 13, 17 și, respectiv, 11. Aflați toate valorile împărțitorului.

7. Determinați numerele naturale nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $(a; b) = 12$ și $[a; b] = 360$.

8. Determinați cel mai mic număr natural nenul, știind că împărțindu-l pe rând la 27, 36 și, respectiv, 48, se obțin câturile nenule, iar resturile egale cu 21, 30 și, respectiv, 42.

9. Determinați cifrele a și b , astfel încât relațiile de mai jos să fie adevărate:

a) $12 \mid \overline{4a9b}$; b) $18 \mid \overline{7a3b}$; c) $36 \mid \overline{5a4b}$; d) $45 \mid \overline{2a7b}$.

10. a) Determinați numerele naturale nenule x, y, z și t , direct proporționale cu numerele 0,25, 0,(3), 0,5 și, respectiv, 0,1(6) și a căror sumă este egală cu 270.

b) Determinați numerele naturale nenule a, b, c , direct proporționale cu numerele 8, 12 și, respectiv, 18, iar $abc = 84^3$.

c) Determinați numerele naturale nenule a, b, c , invers proporționale cu numerele 0,1(6), 0,0(5) și, respectiv, 0,041(6), iar $4a + 3b - 2c = 120$.

11. a) Arătați că, numărul $A = 2^{n+3} \cdot 8^{n+1} + 3 \cdot 2^{n+1} \cdot 8^n - 15 \cdot 2^{n+2} \cdot 8^n$ se divide cu 10, pentru orice număr natural n .

b) Arătați că, numărul $A = 7 \cdot 2^{n+1} \cdot 15^n - 5 \cdot 3^{n+1} \cdot 10^n + 2^{n+2} \cdot 3^{n+1} \cdot 5^n$ este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n .

c) Arătați că, pentru orice număr natural n , numărul a este divizibil cu 17, unde

$$a = 2^{2n+3} \cdot 3^{n+1} - 5 \cdot 2^{2n+1} \cdot 3^{n+2} + 7 \cdot 2^{n+2} \cdot 6^{n+1}.$$

✿ TESTUL 3 ✿

1. a) Se consideră numerele:

$$a = (-18 + 12) \cdot [(-8) \cdot (+4) - (-5) \cdot (+6) - (-28) : (+7)] \text{ și}$$

$$b = (-17 + 14) \cdot [(-6) \cdot (+4) - (-7) \cdot (+3) - (-45) : (+9)].$$

Calculați valoarea numărului $n = \frac{a}{b}$.

b) Se consideră numerele:

$$x = (-2 + 5) \cdot [(-32) : (+4) + (-42) : (+7) - (-35) : (+5)] \text{ și}$$

$$y = (-9 + 7) \cdot [(-3) \cdot (-8) - (-4) \cdot (-9) - (-2) \cdot (+9)].$$

Calculați valoarea numărului $n = x - y$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $23 - 3(4 - 5x) = 41$; b) $15 + 7x - 2(x - 5) = 6(2x + 5) - 26$;
 c) $2(4x - 13) - 3(x + 3) + 13 = 2(2x + 7) - 29$;
 d) $2(3x + 5) - 5(1 - 2x) = 7(2x - 3) + 18$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $3(x - 1) \leq 2(x - 3) + 7$; b) $2x + 9 - 3(x - 2) \leq 4(3 - x) + 18$;
 c) $3(4 - 3x) + 2(5x - 3) \leq 12 - x$; d) $3(2x - 5) - 4(1 - 2x) \leq 6(2x + 3) - 25$.

4. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuațiile:

a) $|x - 2| \leq 3$; b) $|2x + 7| < 5$; c) $|2x - 1| + 7 < 12$.

5. a) Se consideră mulțimile $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{18}{x-2} \in \mathbb{N} \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{24}{x+3} \in \mathbb{N} \right\}$. Calculați

$A \cup B, A \cap B, A \setminus B$ și $B \setminus A$.

b) Se consideră mulțimile $A = \left\{ x \in \mathbb{Z}^* \mid \frac{15}{2x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{21}{2x+1} \in \mathbb{Z} \right\}$. Calculați

$A \cup B, A \cap B, A \setminus B$ și $B \setminus A$.

6. Calculați:

a) $\left(-\frac{32}{27}\right) \cdot \left(-\frac{45}{48}\right) - \left(-\frac{25}{36}\right) \cdot \left(-\frac{12}{10}\right)$; b) $\left(-\frac{14}{15}\right) : \left(+\frac{21}{10}\right) + \left(-\frac{28}{45}\right) : \left(-\frac{21}{20}\right)$;

$$c) \left(-\frac{8}{15} + \frac{7}{10}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{5}{12} + \frac{9}{16}\right) : \left(-1\frac{3}{32}\right);$$

$$d) \left(-\frac{16}{21} + \frac{9}{14}\right) : \left(-\frac{15}{28}\right) + \left(-\frac{7}{18} + \frac{5}{24}\right) : \left(+\frac{13}{48}\right).$$

7. a) Se consideră numerele naturale nenule a și b , care au produsul egal cu 3024 și $(a; b) = 12$. Determinați minimul sumei $a + b$.

b) Determinați toate numerele naturale n , cuprinse între 1200 și 4800, care împărțite pe rând la 20, 28 și 36 dau de fiecare dată câturile nenule și restul egal cu 13.

8. Determinați valorile pe care le pot lua cifrele x și y , dacă:

a) $3 \mid \overline{2x7y}$, unde $y = x + 2$;

b) $9 \mid \overline{1x3y}$, unde $y = x - 1$;

c) $2 \mid \overline{x53y}$, unde $x = y - 2$;

d) $5 \mid \overline{x92y}$, unde $x = y + 4$.

9. Determinați valorile pe care le pot lua cifrele a și b , dacă:

a) $12 \mid \overline{3a4b}$; b) $15 \mid \overline{6a2b}$; c) $18 \mid \overline{2a7b}$; d) $36 \mid \overline{5a6b}$; e) $45 \mid \overline{1a6b}$.

10. a) Arătați că numărul $N = 2^{n+4} - 3 \cdot 2^{n+3} + 7 \cdot 2^{n+2} - 5 \cdot 2^{n+1} + 3 \cdot 2^n$ este divizibil cu 13, pentru orice număr natural n .

b) Arătați că numărul $A = 4 \cdot 3^{n+2} \cdot 5^{n+1} - 2 \cdot 3^n \cdot 5^{n+2} - 14 \cdot 3^{n+1} \cdot 5^n$ este divizibil cu 11, pentru orice număr natural n .

11. Numerele 411, 333 și 255, împărțite la același număr natural n , dau câturile nenule și resturile egale cu 11, 13 și, respectiv, 15. Determinați valorile pe care le poate lua n .

12. Prețul unui obiect s-a scumpit cu 20%. După un anumit timp, noul preț s-a micșorat cu 25%. După aceste două modificări de preț, prețul actual al obiectului este egal cu 270 lei. Care a fost prețul inițial al obiectului?

13. Determinați numerele naturale nenule a și b , știind că 40% din a reprezintă 75% din b și că $2a + 3b = 216$.

14. Arătați că fracțiile $\frac{4n+7}{10n+17}$, $\frac{6n+7}{8n+9}$ și $\frac{7n+12}{3n+5}$ sunt ireductibile, pentru orice numere naturale n .

❀ TESTUL 4 ❀

1. Se consideră numerele:

$$a = (-25 + 30)[(+8) \cdot (-5) - (+4) \cdot (-9)], b = (-18 + 22)[(-7) \cdot (-5) + (+14) \cdot (-3)],$$

$$c = (-32 + 28)[(-54) : (+9) + (-56) : (-8) + (+42) : (-7)] \text{ și}$$

$$d = (-40 + 36)[(-60) : (-5) + (-42) : (-7) + (+40) : (-5)].$$

Calculați $a - b$ și $c - d$.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuațiile:

a) $4(x - 2) + 5 = 2x + 9$;

b) $3(2x - 1) - 7 = 4x + 6$;

c) $9x - 16 - 2(3x - 5) + 13 = 5(2x - 7) - 3(3x - 8)$;

d) $8 + 3(7 - 2x) + 8x = 5(3x + 4) - 7(2x - 5)$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale inecuațiile:

a) $3(x - 5) + 7 < 2(x + 2) - 9$;

b) $2(2x - 3) + 9 \leq 3(x - 2) + 13$;

c) $6(x + 4) - 2(2x + 5) \leq x + 18$;

d) $3(2x + 7) - 13 \leq 5(2x + 3) - 2(3x + 5) + 15$.

Algebră

Capitolul I Mulțimea numerelor reale

PP Competențe specifice

- C1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui \mathbb{R}
- C2. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale
- C3. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
- C4. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
- C5. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale
- C6. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale

Rădăcina pătrată

PE-PP 1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect



• Numărul natural x se numește **pătrat perfect** dacă există numărul întreg a cu proprietatea că $x = a^2$, unde $a \in \mathbb{Z}$.

• Numărul $|a|$ se numește **rădăcina pătrată** a numărului x și se notează cu \sqrt{x} .

• $\sqrt{x^2} = |x|$, pentru orice număr întreg x .

Observații: Dacă x este un număr natural nenul, pătrat perfect, atunci există două numere distincte al căror pătrat este x , și anume \sqrt{x} și $-\sqrt{x}$. Evident că numai unul dintre ele este număr natural. De aceea, dacă $a \in \mathbb{Z}$, atunci $\sqrt{a^2} = |a|$.

a) $x = a^2$ implică $\sqrt{x} = \sqrt{a^2} = |a|$. b) Dacă $a \geq 0$, atunci $\sqrt{a^2} = a$.

Exemple: $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = |10| = 10$; $\sqrt{64} = \sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$;

$\sqrt{25x^2y^4} = \sqrt{(5xy^2)^2} = |5xy^2| = 5y^2|x|$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Copiați și completați următorul tabel ($x \in \mathbb{Z}$):

x	-5	-3	-2	0			9	12
x^2					16	36		

2. a) Scrieți toate pătratele perfecte mai mici decât 90.
 b) Scrieți toate numerele pătrate perfecte cuprinse între 140 și 290.
 c) Scrieți pătratele perfecte de trei cifre, mai mari ca 300.
3. Determinați numerele raționale care au pătratul egal cu:
 a) 25; b) 64; c) 121; d) 729; e) 1296.
4. Descompuneți în factori primi numerele următoare și arătați că sunt pătrate perfecte:
 a) 36; b) 64; c) 1; d) 169; e) 324; f) 529;
 g) $2^8 \cdot 81$; h) $49 \cdot 64 \cdot 5^2$; i) $4^3 \cdot 5^6$; j) $16^3 \cdot (-5)^4$; k) $121 \cdot 169^3$.
5. Stabiliți care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte:
 a) 36; 4; 15; 56; 169; 190; 196; 225; 240; 256;
 b) 13^2 ; $(-9)^4$; 3^8 ; $(-7)^5$; 18^3 ; $(-12)^{18}$; $(-21)^7$; $(-28)^6$;
 c) 5^{8n} ; 7^{6n+4} ; 28^{n^2+1} ; 15^{n^2+n} ; 12^{n^2-n+6} , $n > 1$, $n \in \mathbb{N}$.
6. Fie $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ și $B = \{y \mid y = x^2, x \in A\}$.
 a) Determinați elementele mulțimii B .
 b) Determinați elementele mulțimii $C = \{z \mid z = \sqrt{y}, y \in B\}$.
7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
 a) $\sqrt{64} = 8$; b) $\sqrt{(-5)^2} = -5$; c) $\sqrt{123^2} = 123$;
 d) $\sqrt{(-432)^2} = 432$; e) $\sqrt{49a^2} = 7a, a < 0$; f) $\sqrt{(-25a^2)^2} = 5a^2$;
 g) $\sqrt{(-64a)^4} = 8a^2$; h) $\sqrt{81a^8b^2} = 9a^4b, b < 0$.
8. Rezolvați ecuațiile:
 a) $x^2 = 36$; b) $x^2 = 1600$; c) $5x^2 = 245$;
 d) $-2x^2 = -72$; e) $x^2 + 9 = 265$; f) $x^2 - 14 = 155$;
 g) $-3x^2 + 175 = -257$; h) $-2x^2 + 27 = -101$; i) $(x - 3)^2 = 4$;
 j) $(x + 4)^2 = 9$; k) $25 - (x + 3)^2 = 9$; l) $-144 - (x - 5)^2 = -225$;
 (i) în mulțimea numerelor naturale;
 (ii) în mulțimea numerelor întregi.
9. Folosind formula $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1}$, unde $a \neq 1$ și $n \in \mathbb{N}^*$, calculați:
 a) $\sqrt{x+1}$, unde $x = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{201}$;
 b) $\sqrt{2x+1}$, unde $x = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{249}$;
 c) $\sqrt{4x+1}$, unde $x = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{359}$;
 d) $\sqrt{8x+1}$, unde $x = 1 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{98}$;

e) $\sqrt{35x+1}$, unde $x = 1 + 6^2 + 6^4 + 6^6 + \dots + 6^{198}$;

f) $\sqrt{63x+1}$, unde $x = 1 + 8^2 + 8^4 + 8^6 + \dots + 8^{2018}$.

10. Arătați că x este un număr natural pătrat perfect.

a) $x = (1 + 2 + 3 + \dots + 98) + 49$;

b) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 225$;

c) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 2019$;

d) $x = 2 + 4 + 6 + \dots + 2018 + 1010$;

e) $x = 3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 864 + 41616$;

f) $x = 3(1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2017) - 1009 \cdot 2018$.

11. Calculați x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 98) + 99$;

b) $x = 8(1 + 2 + 3 + \dots + 49) + 1225$;

c) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 648 - 324^2$;

d) $x = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 224 + 16 \cdot 450$;

e) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 450 - 225^2$;

f) $x = 3(1 + 3 + 5 + \dots + 99) - 5000$;

g) $x = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100 - 25 \cdot 2$;

h) $x = 1 + 2 + 3 + \dots + 120 + 2 \cdot 242$.

12. Calculați numărul natural x și arătați că este pătratul unui număr natural, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x - 9 = 8(9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

b) $x - 25 = 24(25 + 25^2 + 25^3 + \dots + 25^{n-1})$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;

c) $x - 16 = 15(16 + 16^2 + 16^3 + \dots + 16^{n+1})$, $n \in \mathbb{N}$;

d) $x - 4 = 3(4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{n+2})$, $n \in \mathbb{N}$.

13. Arătați că numărul x este pătrat perfect, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, unde:

$$x = 3^{2n+3} \cdot 4^{2n+3} - 2^{2n+1} \cdot 6^{2n+3}.$$

14. Se dau numerele:

$$a = 2 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + \dots + 2^{2017} + 2^{2019} \text{ și } b = 1 + 2^2 + 2^4 + 2^6 + \dots + 2^{2016} + 2^{2018}.$$

Arătați că numărul $x = a + b + 1$ este un pătrat perfect.

15. Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte, după care calculați \sqrt{x} :

a) $x = 6 + 12 + 18 + \dots + 288$;

b) $x = 4 + 8 + 12 + \dots + 196$;

c) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 1001$;

d) $x = 1 + 3 + 5 + \dots + 2021$;

e) $x = 1203 + 2 + 4 + 6 + \dots + 2404$.

16. Arătați că numerele de mai jos nu pot fi pătrate perfecte:

a) $x = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2001}$;

b) $x = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2001}$.

17. a) Arătați că numărul $x = 1010 + 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2018$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{x} .

b) Arătați că numărul $a = 432 \cdot 289 + 1 + 2 + 3 + \dots + 288$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{a} .

c) Arătați că numărul $n = 361^2 - 2(1 + 2 + 3 + \dots + 360)$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{n} .

d) Arătați că numărul $n = 6^3 + 20 + 21 + 22 + \dots + 37$ este pătrat perfect și rezolvați ecuația $x^2 = n$.

e) Arătați că numărul $n = 243^2 - (240^2 + 3 \cdot 240)$ este pătrat perfect și calculați \sqrt{n} .

PE **Aplicare și exersare ****

18. Arătați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, următoarele numere nu sunt pătrate perfecte:

- a) $x = 5n + 3$; b) $x = 15n + 8$; c) $x = 25n - 7$; d) $x = 10n + 2$;
 e) $x = 6^n + 2$; f) $x = 10^n + 23$; g) $x = 31^n + 16$; h) $x = 25^n + 18$;
 i) $x = 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + \dots + 8^{2017}$; j) $x = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{2021}$.

19. Arătați că numărul $n = \sqrt{x9 \cdot x7} + 1$ este număr natural, pentru orice cifră nenulă x .

20. Arătați că numărul $A = \sqrt{5^{4n+2} \cdot 9^{2n+2} + 25^{2n} \cdot 3^{4n+4} \cdot 24}$ este număr natural, oricare ar fi numărul natural n .

21. Fie numărul natural $a = 7^{2n} \cdot 576^{n+1} + 24^{2n} \cdot 49^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul \sqrt{a} este natural par, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

22. Fie numărul natural $a = 5^{2n} \cdot 144^{n+1} + 12^{2n} \cdot 25^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că numărul \sqrt{a} este natural par, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

23. Efectuați:

- a) $\sqrt{14^2}$; $\sqrt{23^4}$; $\sqrt{(-35)^2}$; $\sqrt{3^6}$; $\sqrt{(-7)^4}$; $\sqrt{a^2}$; $\sqrt{a^4}$; $\sqrt{(-a)^8}$; $\sqrt{a^6}$, $a \in \mathbb{Z}$;
 b) $\sqrt{2^4 \cdot 3^2}$; $\sqrt{16^2 \cdot 5^2}$; $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$; $\sqrt{2^6 \cdot 5^2 \cdot 3^4}$; $\sqrt{18^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6}$; $\sqrt{12^2 \cdot 3^4 \cdot 5^2}$.

24. Calculați:

- a) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^2 \cdot (-5)^2}$; b) $\sqrt{(-2)^2 \cdot 7^2 \cdot 5^4}$; c) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-3)^2 \cdot (-7)^2}$;
 d) $\sqrt{5^2 \cdot 3^6 \cdot 2^4}$; e) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-14)^2 \cdot (-15)^2}$; f) $\sqrt{(-3)^4 \cdot 7^2 \cdot (-2)^2}$;
 g) $\sqrt{2^{10} \cdot 5^2}$; h) $\sqrt{(-2)^6 \cdot (-3)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^8 \cdot (-3)^2 \cdot 5^2}$;
 j) $\sqrt{5^2 \cdot 11^2 \cdot 3^4}$; k) $\sqrt{(-3)^6 \cdot (-2)^{10}}$; l) $\sqrt{(-7)^2 \cdot (-26)^2}$.

25. Calculați:

- a) $\sqrt{(-23)^2}$; b) $\sqrt{(-23)^4}$; c) $\sqrt{(-23)^6}$; d) $\sqrt{(-17)^8}$; e) $\sqrt{(-15)^2}$;
 f) $\sqrt{(-36)^4}$; g) $\sqrt{(-48)^2}$; h) $\sqrt{(-12)^4}$; i) $\sqrt{(-2)^{24}}$; j) $\sqrt{2^{2018}}$;
 k) $\sqrt{3^{2020}}$; l) $\sqrt{(-6)^{2018}}$; m) $\sqrt{(-7)^{2020}}$; n) $\sqrt{(-5)^{2016}}$.

26. Folosind descompunerea în produs de puteri de factori primi, calculați rădăcina pătrată:

- a) $\sqrt{576}$; $\sqrt{729}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{324}$; b) $\sqrt{400}$; $\sqrt{784}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{676}$;
 c) $\sqrt{1600}$; $\sqrt{1296}$; $\sqrt{1764}$; $\sqrt{2025}$; d) $\sqrt{2500}$; $\sqrt{2304}$; $\sqrt{3136}$; $\sqrt{5184}$.

27. Folosind algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate, calculați:

- a) $\sqrt{3721}$; $\sqrt{1936}$; $\sqrt{4624}$; $\sqrt{9216}$; b) $\sqrt{7225}$; $\sqrt{2209}$; $\sqrt{7056}$; $\sqrt{3969}$;
 c) $\sqrt{2116}$; $\sqrt{3481}$; $\sqrt{3844}$; $\sqrt{2916}$; d) $\sqrt{12769}$; $\sqrt{45369}$; $\sqrt{15129}$; $\sqrt{15876}$.

28. Calculați:

- a) $\sqrt{20449} + \sqrt{285156} - \sqrt{54289}$; b) $\sqrt{2916} + \sqrt{41616} - \sqrt{11664}$;
 c) $\sqrt{229441} + \sqrt{301401} - \sqrt{546121}$; d) $\sqrt{467856} + \sqrt{264196} - \sqrt{826281}$.

PE-PP 4. Raționalizarea numitorului unei fracții



Operația de **raționalizare** a numitorului unei fracții, exprimat printr-un număr irațional de forma $a\sqrt{b}$ cu $a \in \mathbb{Q}^*$ și $b \in \mathbb{Q}_+$, este operația în urma căreia, prin **amplificarea** fracției cu un factor, numitorul obținut se transformă într-un număr rațional.

Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$, $a \in \mathbb{Q}^*$, $b \in \mathbb{Q}_+$

În acest caz procedăm după regula: $\frac{c}{a\sqrt{b}} = \frac{c\sqrt{b}}{ab}$, $a \in \mathbb{Q}^*$, $b \in \mathbb{Q}_+$.

Exemple: (i) $\frac{21}{\sqrt{3}} = \frac{21\sqrt{3}}{3} = 7\sqrt{3}$; (ii) $-\frac{18}{\sqrt{27}} = -\frac{18}{3\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{6}{3} = -\frac{6\sqrt{3}}{3} = -2\sqrt{3}$.

Observație: Există numitori ai unor fracții și de forma: $a\sqrt{b} \pm c\sqrt{d}$, $a, c \in \mathbb{Q}^*$, $b, d \in \mathbb{Q}_+$, iar raționalizarea se poate face folosind formula: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, numitorul devenind un număr rațional.

Exemplu: $\frac{15}{4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}} = \frac{15(4\sqrt{2} + 3\sqrt{3})}{32 - 27} = \frac{15(4\sqrt{2} + 3\sqrt{3})}{5} = 3(4\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$.

● ● ● **activități de învățare** ● ● ●

PE **Înțelegere ***

1. Raționalizați numitorii:

- a) $\frac{12}{\sqrt{3}}$; $-\frac{9}{3\sqrt{3}}$; $\frac{16}{2\sqrt{2}}$; $\frac{42}{2\sqrt{7}}$; $\frac{18}{2\sqrt{3}}$; $\frac{12}{3\sqrt{2}}$; $\frac{36}{3\sqrt{6}}$; $\frac{21}{\sqrt{7}}$;
- b) $\frac{15}{\sqrt{3}}$; $-\frac{24}{2\sqrt{6}}$; $\frac{21}{\sqrt{3}}$; $\frac{10}{\sqrt{5}}$; $\frac{20}{2\sqrt{5}}$; $-\frac{30}{2\sqrt{5}}$; $\frac{35}{\sqrt{5}}$; $\frac{30}{\sqrt{50}}$;
- c) $\frac{14}{\sqrt{2}}$; $-\frac{15}{\sqrt{5}}$; $-\frac{24}{\sqrt{8}}$; $\frac{16}{\sqrt{32}}$; $-\frac{36}{\sqrt{27}}$; $\frac{24}{\sqrt{12}}$; $-\frac{45}{\sqrt{75}}$; $\frac{\sqrt{63}}{3\sqrt{7}}$;
- d) $\frac{18}{3\sqrt{2}}$; $-\frac{48}{\sqrt{56}}$; $\frac{\sqrt{72}}{8\sqrt{6}}$; $-\frac{60}{\sqrt{75}}$; $-\frac{64}{\sqrt{48}}$; $-\frac{56}{\sqrt{84}}$; $\frac{48}{3\sqrt{12}}$; $-\frac{45}{\sqrt{60}}$;
- e) $\sqrt{7\frac{1}{5}}$; $\sqrt{8\frac{4}{7}}$; $\sqrt{5\frac{1}{3}}$; $\sqrt{4\frac{1}{6}}$; $\sqrt{3\frac{1}{5}}$; $\sqrt{16\frac{2}{3}}$; $\sqrt{9\frac{3}{5}}$; $\sqrt{9\frac{3}{8}}$;
- f) $\sqrt{8\frac{1}{3}}$; $\sqrt{8\frac{1}{6}}$; $\sqrt{13\frac{1}{2}}$; $\sqrt{10\frac{4}{5}}$; $\sqrt{10\frac{2}{3}}$; $\sqrt{6\frac{6}{7}}$; $\sqrt{14\frac{2}{5}}$; $\sqrt{25\frac{3}{5}}$;
- g) $\frac{12}{2\sqrt{3}}$; $\frac{27}{3\sqrt{3}}$; $\frac{45}{3\sqrt{5}}$; $\frac{72}{6\sqrt{2}}$; $\frac{48}{6\sqrt{6}}$; $\frac{54}{3\sqrt{6}}$; $\frac{28}{2\sqrt{7}}$; $\frac{42}{6\sqrt{7}}$.

2. Raționalizați numitorii fracțiilor:

- a) $\frac{75}{5\sqrt{3}}; \frac{42}{7\sqrt{2}}; \frac{18}{3\sqrt{2}}; \frac{45}{5\sqrt{3}}; \frac{36}{4\sqrt{3}}; \frac{24}{2\sqrt{6}}; \frac{6}{3\sqrt{2}}; \frac{15}{\sqrt{3}};$
 b) $\frac{28}{4\sqrt{7}}; \frac{24}{4\sqrt{6}}; \frac{18}{6\sqrt{3}}; \frac{36}{6\sqrt{6}}; \frac{54}{9\sqrt{6}}; \frac{72}{9\sqrt{8}}; \frac{30}{15\sqrt{2}}; \frac{42}{6\sqrt{7}};$
 c) $\frac{8}{3\sqrt{2}}; \frac{6}{\sqrt{3}}; \frac{24}{5\sqrt{6}}; \frac{15}{2\sqrt{3}}; \frac{4}{3\sqrt{2}}; \frac{28}{3\sqrt{7}}; \frac{12}{5\sqrt{2}}; \frac{10}{3\sqrt{5}};$
 d) $\frac{12}{5\sqrt{6}}; \frac{15}{5\sqrt{3}}; \frac{18}{\sqrt{24}}; \frac{25}{4\sqrt{5}}; \frac{15}{2\sqrt{5}}; \frac{30}{7\sqrt{6}}; \frac{45}{2\sqrt{10}}; \frac{8}{3\sqrt{6}}; \frac{9}{2\sqrt{6}};$
 e) $\frac{18}{2\sqrt{6}}; \frac{45}{5\sqrt{3}}; \frac{3}{\sqrt{12}}; \frac{9}{\sqrt{27}}; \frac{12}{\sqrt{48}}; \frac{24}{10\sqrt{6}}; \frac{15}{3\sqrt{6}}; \frac{18}{3\sqrt{54}}.$

3. Scoateți factorii de sub radicalii numitorilor fracțiilor următoare, simplificați fracțiile dacă este cazul, apoi raționalizați numitorul:

- a) $\frac{36}{\sqrt{3}}; \frac{-45}{\sqrt{75}}; \frac{50}{\sqrt{125}}; \frac{18}{\sqrt{27}}; \frac{25}{\sqrt{20}}; \frac{6}{\sqrt{12}}; -\frac{42}{\sqrt{28}}; \frac{15}{\sqrt{75}};$
 b) $\frac{48}{\sqrt{162}}; \frac{84}{\sqrt{48}}; \frac{56}{\sqrt{112}}; \frac{-42}{\sqrt{84}}; \frac{36}{2\sqrt{18}}; \frac{-20}{\sqrt{40}}; \frac{24}{\sqrt{288}}; \frac{-56}{\sqrt{126}};$
 c) $-\frac{24}{\sqrt{72}}; \frac{-21}{\sqrt{63}}; \frac{42}{\sqrt{126}}; \frac{52}{4\sqrt{52}}; \frac{48}{4\sqrt{96}}; \frac{18}{\sqrt{72}}; \frac{50}{\sqrt{150}}; \frac{-80}{\sqrt{240}}.$

4. Calculați:

- a) $\frac{3}{2\sqrt{2}} - \frac{2}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{6\sqrt{2}} - \frac{2}{4\sqrt{2}};$ b) $\frac{8}{\sqrt{2}} - \frac{12}{3\sqrt{2}} + \frac{10}{5\sqrt{2}} - \frac{24}{6\sqrt{2}};$
 c) $\frac{27}{3\sqrt{3}} - \frac{10}{5\sqrt{3}} + \frac{16}{2\sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{3}};$ d) $\frac{3}{2\sqrt{6}} - \frac{4}{3\sqrt{6}} - \frac{7}{4\sqrt{6}} + \frac{5}{6\sqrt{6}}.$

5. Calculați:

- a) $\frac{4}{3\sqrt{3}} - \frac{40}{12\sqrt{3}} + \frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{7}{4\sqrt{3}};$ b) $\frac{3}{2\sqrt{2}} - \frac{5}{6\sqrt{2}} - \frac{6}{8\sqrt{2}} + \frac{7}{12\sqrt{2}};$
 c) $\frac{4}{3\sqrt{2}} - \frac{12}{5\sqrt{2}} + \frac{5}{2\sqrt{2}} - \frac{23}{30\sqrt{2}};$ d) $\frac{8}{5\sqrt{3}} - \frac{3}{4\sqrt{3}} - \frac{5}{2\sqrt{3}} + \frac{9}{10\sqrt{3}}.$

6. Efectuați calculele:

- a) $\frac{2}{\sqrt{10}} + \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} - \left(\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{8}} - \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{125}} \right);$ b) $\frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{27}} - \left(\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{8}} - \frac{7\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \right);$
 c) $\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} + \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} - \left(\frac{7\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right);$ d) $\frac{7\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} - \left(\frac{11\sqrt{3}}{6\sqrt{2}} + \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right);$
 e) $\sqrt{3} + \sqrt{6} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}} \right) - 4\sqrt{6} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{8}.$

7. Calculați:

a) $\left(\frac{8}{5\sqrt{6}} - \frac{4}{\sqrt{24}} + \frac{16}{15\sqrt{6}}\right) - \left(\frac{18}{3\sqrt{54}} + \frac{6}{\sqrt{54}}\right);$
b) $\left(\frac{9}{2\sqrt{6}} - \frac{8}{3\sqrt{6}} - \frac{4}{\sqrt{6}}\right) - \left(\frac{16}{5\sqrt{6}} - \frac{33}{10\sqrt{6}}\right) - \left(\frac{3}{\sqrt{6}} - \frac{8}{3\sqrt{6}}\right);$
c) $\left(\frac{18}{3\sqrt{3}} - \frac{6}{2\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{5}{2\sqrt{3}} - \frac{4}{3\sqrt{3}}\right);$
d) $\left(\frac{9}{4\sqrt{2}} + \frac{4}{3\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{16}{3\sqrt{2}} + \frac{7}{4\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}\right).$

8. Efectuați calculele:

a) $\left(\frac{9}{2\sqrt{6}} - \frac{4}{3\sqrt{6}} - \frac{2}{\sqrt{6}}\right) + \left(\frac{12}{3\sqrt{54}} - \frac{18}{\sqrt{54}}\right);$
b) $\left(\frac{18}{2\sqrt{6}} - \frac{24}{3\sqrt{6}} - \frac{6}{\sqrt{6}}\right) - \left(\frac{8}{5\sqrt{6}} - \frac{24}{10\sqrt{6}}\right) - \left(\frac{3}{\sqrt{6}} - \frac{12}{3\sqrt{6}}\right);$
c) $\left(\frac{2}{3\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{8}}\right) - \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{3\sqrt{2}}\right);$ d) $\left(\frac{4}{5\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{8}}\right) - \left(\frac{5\sqrt{2}}{4} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$

9. Calculați:

a) $\left(\frac{3}{\sqrt{12}} - \frac{15}{5\sqrt{3}} + \frac{9}{\sqrt{27}}\right) - \left(\frac{12}{\sqrt{48}} + \frac{45}{\sqrt{75}} + \frac{24}{8\sqrt{3}}\right);$ b) $\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{2}}{4}\right) - \left(\frac{18\sqrt{2}}{6} - \frac{12}{3\sqrt{2}}\right).$

PE **Aplicare și exersare** **

10. Calculați:

a) $\sqrt{2} \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^3 - \sqrt{\frac{9}{8}} \cdot \sqrt{\frac{32}{27}};$ b) $\left(\frac{5}{\sqrt{18}} + \frac{3}{4\sqrt{2}} - \frac{7}{\sqrt{72}}\right) : \frac{15}{8\sqrt{2}}.$

11. Efectuați calculele:

a) $\left[\left(3\sqrt{2} - \frac{4}{\sqrt{2}}\right) \cdot 2\sqrt{2} - 0,75 \cdot \sqrt{(-2)^4}\right] \cdot \sqrt{0,25};$
b) $\frac{6}{\sqrt{3}} \left(\sqrt{6\frac{3}{4}} - \sqrt{21\frac{1}{3}}\right) + (-\sqrt{3})^6 : (\sqrt{0,3})^{-2};$ c) $\left(\frac{3}{5\sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{48}} - \frac{1}{\sqrt{12}}\right) : \frac{9}{4\sqrt{3}}.$

12. Calculați:

a) $\sqrt{5} + \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{10} - \left(\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{20}}\right) \cdot 4\sqrt{10} - 5\sqrt{2};$
b) $4\sqrt{7} + \left(\frac{2}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \cdot \sqrt{35} - \left(\frac{1}{\sqrt{125}} - \frac{1}{\sqrt{175}}\right) \cdot 25\sqrt{35} - 7\sqrt{5}.$

13. Calculați:

$$a) \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}} \right) \cdot \sqrt{6} - \left(\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{3}} \right) \cdot \sqrt{15} + \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{5}} \right) \cdot \sqrt{10};$$

$$b) \sqrt{6} \cdot \left(\frac{2}{3\sqrt{6}} - \frac{1}{2\sqrt{6}} \right) - \left(\sqrt{54} - \frac{5}{6\sqrt{6}} \right) \cdot \sqrt{6} - \frac{25}{6};$$

$$c) 3\sqrt{27} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{4}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) : \sqrt{3} + \left(\frac{8}{3\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{108}}{9} + \frac{4}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{3}{7};$$

$$d) \left(\frac{6}{\sqrt{20}} - \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{3}{2\sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{10}}{2} \left(\sqrt{10} - \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{10}}{5} - \frac{3\sqrt{10}}{10} \right).$$

14. Efectuați calculele:

$$a) \left(\sqrt{0,(6)} + \frac{2\sqrt{6}}{3} \right) \cdot \sqrt{6} + \left(\sqrt{0,(3)} + \frac{6}{3\sqrt{3}} \right) \cdot \sqrt{3};$$

$$b) \left(\sqrt{0,(3)} + \frac{3}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \sqrt{3} - \left(\sqrt{0,(6)} + \frac{\sqrt{24}}{3} \right) \cdot \sqrt{6};$$

$$c) 2\sqrt{216} \left(\sqrt{0,1(6)} - \frac{5\sqrt{6}}{6} + \frac{1}{2\sqrt{6}} \right) - \left(\sqrt{18} - \frac{3}{2\sqrt{2}} \right) \cdot \sqrt{12};$$

$$d) \left(\frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{3}{2\sqrt{6}} \right) + \left(\frac{3\sqrt{6}}{2} - \frac{2}{3\sqrt{6}} \right) + \left(\frac{6}{2\sqrt{6}} - \frac{6}{3\sqrt{6}} \right).$$

15. Efectuați calculele:

$$a) 8\sqrt{3} - \left(\frac{12}{2\sqrt{3}} + \frac{20}{5\sqrt{2}} \right) \cdot \sqrt{6} - \left(\frac{4}{2\sqrt{8}} - \frac{6}{3\sqrt{12}} \right) \cdot 6\sqrt{6};$$

$$b) 5(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) - \left(\frac{18}{\sqrt{27}} + \frac{20}{\sqrt{50}} \right) \cdot 2\sqrt{6} - \left(\frac{5}{\sqrt{75}} - \frac{10}{\sqrt{8}} \right) \cdot 3\sqrt{6}.$$

16. Calculați:

$$a) \frac{\sqrt{12} - \sqrt{8}}{\sqrt{24}} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{9}}{\sqrt{18}} + \frac{\sqrt{8} - \sqrt{20}}{\sqrt{40}} + \frac{\sqrt{30} - \sqrt{12}}{\sqrt{60}};$$

$$b) \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{5}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{6}}{\sqrt{30}} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{7}}{\sqrt{42}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{8}}{\sqrt{56}}.$$

17. Aflați-l pe x din egalitățile:

$$a) \frac{x}{\sqrt{6}} = \frac{7\sqrt{30}}{15} + \frac{\sqrt{30}}{5};$$

$$b) \frac{x}{\sqrt{20}} - \frac{\sqrt{320}}{10} = \frac{3\sqrt{80}}{10};$$

$$c) \frac{x}{\sqrt{24}} - \frac{\sqrt{150}}{4} = \frac{3\sqrt{96}}{16};$$

$$d) \frac{x}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} + \frac{4\sqrt{135}}{9} = \frac{3\sqrt{60}}{4} + \frac{3\sqrt{20}}{\sqrt{27}}.$$

Cuprins

RECAPITULARE ȘI EVALUARE INIȚIALĂ

Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale	
Algebră	5
Geometrie	11

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE

Rădăcina pătrată	14
1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect	14
<i>Test de autoevaluare</i>	19
2. Rădăcina pătrată a unui număr rațional nenegativ	21
<i>Test de autoevaluare</i>	27
Mulțimea numerelor reale	29
1. Modulul unui număr real. Reprezentarea pe axă a numerelor reale. Aproximări și rotunjiri. Ordonări	29
Recapitulare și sistematizare prin teste	34
2. Reguli de calcul cu radicali	35
2.1. Produsul radicalilor	35
2.2. Câtul radicalilor	35
2.3. Scoaterea factorilor de sub radical	36
2.4. Introducerea factorilor sub radical	37
3. Operații cu numere reale	39
<i>Test de autoevaluare</i>	45
4. Raționalizarea numitorului unei fracții	47
Exerciții recapitulative. Operații cu numere reale. Raționalizarea numitorilor	53
5. Formule de calcul prescurtat	56
6. Media geometrică a două numere reale nenegative	57
Exerciții recapitulative. Media aritmetică și media geometrică a numerelor reale	60
7. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	62
Recapitulare și sistematizare prin teste	62
<i>Test de autoevaluare</i>	67
8. Ecuații de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$	69
9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	72
Recapitulare și sistematizare prin teste	73
PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR	76

GEOMETRIE

Capitolul I. PATRULATERE

1. Patrulater convexe	79
2. Paralelogramul	81
<i>Test de autoevaluare</i>	85
Recapitulare și sistematizare prin teste	87

3. Linia mijlocie în triunghi.....	88
Recapitulare și sistematizare prin teste	91
4. Dreptunghiul	92
<i>Test de autoevaluare</i>	95
5. Rombul.....	97
<i>Test de autoevaluare</i>	99
6. Pătratul	101
Recapitulare și sistematizare prin teste	103
<i>Test de autoevaluare</i>	105
7. Centrul de simetrie și axe de simetrie pentru poligoanele studiate.....	107
8. Trapezul.....	109
9. Linia mijlocie în trapez	111
<i>Test de autoevaluare</i>	113
10. Aria triunghiului și aria patrulaterului.....	115
<i>Test de autoevaluare</i>	119
11. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	121
Recapitulare și sistematizare prin teste	122
Capitolul II. CERCUL	
Cercul	124
1. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	126
2. Triunghi și patrulater înscrise într-un cerc	130
3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc	133
4. Lungimea cercului și aria discului.....	135
Recapitulare și sistematizare prin teste	136
<i>Test de autoevaluare</i>	139
MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA FINALĂ	141
TESTE RECAPITULATIVE	144
PROBLEME PENTRU PERFORMANȚĂ ȘCOLARĂ ȘI PREGĂTIREA OLIMPIADELOR	146
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	148