

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.C. nr. 5318/21.11.2019.

Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a VIII-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca, Ramona Rossall

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

NEGRILĂ, ANTON

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VIII-a /

Anton Negrilă, Maria Negrilă. - Ed. a 11-a. - Pitești :

Paralela 45, 2022

2 vol.

ISBN 978-973-47-3646-1

Partea 1. - 2022. - ISBN 978-973-47-3647-8

I. Negrilă, Maria

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2022

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

www.edituraparelela45.ro

Anton NEGRILĂ
Maria NEGRILĂ

matematică

algebră

geometrie

clasa a VIII-a

partea I

ediția a XI-a



mate 2000 – consolidare

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

- * Inițiere (înțelegere)
- ** Consolidare (aplicare și exersare)
- *** Excelență (aprofundare și performanță)
- **** Supermate

Legendă

PE = portofoliul elevului

PP = portofoliul profesorului

PE-PP = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

Recapitulare și evaluare inițială

PE Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale

✿ TESTUL 1 ✿

1. Efectuați calculele:

$$a) \sqrt{6} \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}} \right) + \sqrt{8} - \sqrt{27};$$

$$b) 2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{108} - \sqrt{75} - \sqrt{27});$$

$$c) \left(\frac{4}{\sqrt{50}} + \frac{3}{\sqrt{8}} \right) - \left(\frac{5}{2\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \right).$$

2. Rezolvați ecuațiile:

$$a) 3(x+3) - 5(x+1) = 4(x+4);$$

$$b) |2x-3| = 5;$$

$$c) \frac{4x-3}{3} - \frac{2x+1}{2} = 1\frac{1}{6};$$

$$d) \sqrt{(x-2)^2} = \frac{1}{4};$$

$$e) (x+3)^2 = 25.$$

3. Se consideră numerele $a = 2\sqrt{432} - 3\sqrt{75} - \sqrt{147}$ și $b = 3\sqrt{243} - 3\sqrt{108} - \sqrt{27}$. Calculați media geometrică a numerelor a și b .

4. Rezolvați sistemele:

$$a) \begin{cases} 2x-3y=17 \\ 3x+2y=6 \end{cases};$$

$$b) \begin{cases} 3(2x+y) - 2(x+2y-5) = 20 \\ 5(x-y+2) = 4(2x-y+3) - 13 \end{cases}$$

5. Se consideră punctele $A(-2; -3)$, $B(1; 3)$ și $C(3; 7)$.

a) Reprezentați punctele într-un sistem de axe de coordonate.

b) Arătați că punctele A , B și C sunt coliniare.

c) Determinați coordonatele punctului M , mijlocul segmentului BC .

6. O persoană constată că după ce a cheltuit 25% din suma pe care a avut-o și încă 20% din restul rămas, mai are în portofel 252 lei. Ce sumă a avut inițial?

7. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , cu $\sphericalangle A = 90^\circ$ și $\sphericalangle C = 30^\circ$. Știind că mediana $AM = 10$ cm, $M \in BC$, calculați:

a) perimetrul triunghiului ABC ;

b) valoarea raportului $\frac{\mathcal{A}_{\triangle ABD}}{\mathcal{A}_{\triangle ABC}}$, unde D este piciorul înălțimii duse din A pe ipotenuza

BC .

8. În cercul de centru O și rază $R = 8$ cm se construiește diametrul AB și o coardă CD , astfel încât $AB \cap CD = \{E\}$. Știind că $\sphericalangle BDC = 60^\circ$, calculați aria triunghiului AOC .

❁ TESTUL 2 ❁

1. Efectuați calculele:

a) $\sqrt{27} \cdot 2\sqrt{12} + \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{20}} - \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{45}}$;

b) $\sqrt{50} + \sqrt{54} \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{27}} \right) - \sqrt{108}$;

c) $\sqrt{6} \cdot \left(\frac{9}{\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{2}} \right) - \sqrt{24} \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{2}} + \frac{7}{\sqrt{3}} \right)$.

2. Rezolvați ecuațiile:

a) $2(x + 2) - 3(x - 1) = 5x + 19$;

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(x - 1) = 3\frac{1}{2}$;

c) $\sqrt{(x + 1)^2} = 3$;

d) $3|2x - 5| = 21$;

e) $(x + 2)^2 = 16$.

3. O persoană constată că după ce a cheltuit 192 lei a rămas cu 40% din suma pe care a avut-o inițial. Care a fost suma inițială?

4. Rezolvați următoarele sisteme:

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ 4x + y = 5 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2(x + 1) - 3(y - 1) = -1 \\ 5(x - 2) - 4(y - 3) = 1 \end{cases}$.

5. Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor $a = \sqrt{96} + \sqrt{294} - \sqrt{150}$ și $b = \sqrt{384} - \sqrt{216} + \sqrt{24}$.

6. Se consideră punctele $A(-1; 1)$, $B(2; 5)$ și $C(3; -2)$.

a) Reprezentați punctele într-un sistem de axe de coordonate.

b) Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.

7. În triunghiul dreptunghic ABC , $\sphericalangle A = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $D \in BC$ și AM mediană, $M \in BC$.

Știind că $AD = 6\sqrt{3}$ cm și $AM = 12$ cm, calculați:

a) aria și perimetrul triunghiului ABC ;

b) cât la sută din aria triunghiului ABC reprezintă aria triunghiului ABD .

8. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 50$ cm și $BC = 40$ cm. Se ia un punct M pe latura AB , astfel încât $AM = 4MB$ și un punct N pe latura AD , astfel încât $AN = 3ND$.

Calculați:

a) aria triunghiului MNC ;

b) distanța de la punctul C la dreapta MN ;

c) sinusul unghiului CNM .

❁ TESTUL 3 ❁

1. Efectuați calculele:

a) $\left(\frac{9}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + \sqrt{\frac{169}{16}}$;

b) $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}}\right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$;

c) $2\sqrt{2} \cdot \left[2\sqrt{243} + 2 \cdot (4\sqrt{32} - 3\sqrt{27})\right]$.

2. Rezolvați ecuațiile:

a) $2(3x + 5) - 4(2x + 7) - 19 = 3(5 - 4x) - 32$;

b) $\frac{x-4}{2} - \frac{2x+1}{3} + 2\frac{11}{12} = \frac{x}{6} - \frac{3}{4}$;

c) $\left|\frac{2x+1}{3}\right| = 1$;

d) $\sqrt{(1-3x)^2} = 11$;

e) $(4x-3)^2 = 25$.

3. Mama este cu 21 de ani mai mare decât fiul său. În urmă cu 7 ani, vârsta mamei era de patru ori mai mare decât vârsta fiului. Ce vârstă are fiecare?

4. Rezolvați următoarele sisteme:

a)
$$\begin{cases} 3(x+4) + y = 3 \\ x + 2(y+5) = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{y+3}{4} = 2 \\ \frac{x-1}{3} + \frac{3-y}{6} = 1 \end{cases}$$

5. Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor:

$a = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2} + 2(12-\sqrt{5})$ și $b = \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(1+\sqrt{5})^2} + 2(3-\sqrt{5})$.

6. Se consideră punctele $A(-6; 0)$, $B(0; 8)$ și $C(6; 0)$.

a) Reprezentați punctele într-un sistem de axe de coordonate.

b) Calculați aria și perimetrul triunghiului ABC .

7. Trapezul isoscel $ABCD$, cu $AB \parallel CD$ și $AD \equiv BC \equiv DC$, are baza mare $AB = 24$ cm și $AC \perp BC$. Calculați:

a) aria trapezului $ABCD$;

b) distanța de la vârful D la latura BC ;

c) aria triunghiului MAB , unde $AD \cap BC = \{M\}$.

8. Triunghiul isoscel ABC , cu $AB \equiv AC$, este înscris în cercul de centru O . Știind că $AC = 20$ cm și $\widehat{AC} = 60^\circ$, calculați:

a) raza cercului circumscris triunghiului;

b) aria și perimetrul patrulaterului $ABA'C$, unde A' este punctul diametral opus lui A .

❁ TESTUL 4 ❁

1. Calculați:

a) $-\sqrt{24} : (\sqrt{216} : 3\sqrt{3} + \sqrt{384} : \sqrt{48})$; b) $\left(\sqrt{0,(7)} + \frac{5}{3\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{7}}{3}\right) \cdot \sqrt{0,28}$;

c) $\frac{8}{\sqrt{40}} \cdot \left(\sqrt{10} + 2\sqrt{3} - \frac{6}{\sqrt{3}}\right) \cdot (\sqrt{50} - \sqrt{20}) + \sqrt{320}$.

2. Calculați media geometrică a numerelor:

$$a = 0,(6) + \sqrt{0,(4)} \text{ și } b = 0,1(6) + \sqrt{0,69(4)} + 0,(3).$$

3. Rezolvați ecuațiile:

a) $8(3x - 2) = 5(12 - 3x) + 20x - 19$;

b) $\frac{x+5}{6} - \frac{x+3}{4} = \frac{x-1}{3}$;

c) $(x - \sqrt{6})^2 = 24$;

d) $\frac{x+2}{12} = \frac{4}{3(x+2)}$;

e) $|2x - 1| = \sqrt{5^2 + 12^2}$.

4. Tatăl și fiul au împreună 48 de ani. Ce vârstă are fiecare, dacă tatăl este de trei ori mai în vârstă decât fiul? Peste câți ani vârsta tatălui va fi de două ori mai mare decât vârsta fiului?

5. Rezolvați sistemele:

a) $\begin{cases} 4x + y = -16 \\ 2(x-2) - 3y = 2 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \frac{x+4}{2} + y = 7 \\ \frac{y-2}{2} + x = 3 \end{cases}$.

6. Se consideră punctele $A(-1; 2)$, $B(2; 1)$ și $C(0; -1)$.

a) Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

b) Calculați perimetrul triunghiului ABC .

c) Calculați coordonatele punctului M , mijlocul segmentului BC .

7. Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $AB = 18$ cm și $AD = 12$ cm. Notăm cu M mijlocul laturii AB și cu N și P mijloacele segmentelor DM , respectiv MC .

a) Arătați că $DNPC$ este trapez isoscel.

b) Calculați aria trapezului $DNPC$.

8. În triunghiul isoscel ABC , cu baza BC și $\sphericalangle BAC < 60^\circ$, se construiesc înălțimile $BM \perp AC$, $M \in AC$ și $CN \perp AB$, $N \in AB$. Notăm cu P simetricul lui C față de N și cu T simetricul lui B față de M . Știind că $BT \cap CP = \{R\}$, arătați că:

a) triunghiul APT este isoscel;

b) $BM \equiv CN$;

c) $AR \perp PT$.

Algebră

Capitolul I Intervale de numere reale. Inecuații în \mathbb{R}

PP Competențe specifice

- C₁. Recunoașterea apartenenței unui număr real la o mulțime
- C₂. Efectuarea unor operații cu intervale numerice reprezentate pe axa numerelor sau cu mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei
- C₃. Utilizarea unor procedee matematice pentru operații cu intervale și rezolvarea inecuațiilor în \mathbb{R}
- C₄. Folosirea terminologiei aferente noțiunilor de mulțime, de interval numeric și de inecuații
- C₅. Interpretarea unei situații date utilizând intervale și inecuații
- C₆. Rezolvarea unor situații date, utilizând intervale numerice sau inecuații

PE-PP 1. Mulțimi de numere. Forme de scriere a unui număr



Mulțimea numerelor naturale, notată cu \mathbb{N} , este $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$.

Observații:

- a) Mulțimea notată cu \mathbb{N}^* este $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ și $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$.
- b) Avem, pentru orice $x, y \in \mathbb{N}$:
 - i) $x + y \in \mathbb{N}$, $x \cdot y \in \mathbb{N}$ și **consecințele**: $x + y = 0$ înseamnă $x = y = 0$, iar $x \cdot y = 1$ înseamnă $x = y = 1$.
 - ii) $x - y \in \mathbb{N}$ numai dacă $x \geq y$, iar $x : y \in \mathbb{N}$ numai dacă **există** $z \in \mathbb{N}$ astfel încât $y \cdot z = x$. Dacă acest lucru nu are loc, se folosește teorema **împărțirii cu rest**: $x = yz + t$, cu $t \in \mathbb{N}$, $0 \leq t < y$, $y \neq 0$.
 - iii) $x^y \in \mathbb{N}$, cu excepția cazului 0^0 .

Mulțimea numerelor întregi, notată cu \mathbb{Z} , este:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}.$$

Observații:

a) $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$; în plus, se definesc: $\mathbb{Z}_- = \{\dots, -n, \dots, -3, -2, -1\}$ și $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$, cu $n \in \mathbb{N}^*$. Avem $\mathbb{Z}^* \subset \mathbb{Z}$, $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$$

b) Pentru $x, y, z, t \in \mathbb{Z}$, avem:

- $x + y \in \mathbb{Z}$, $x - y \in \mathbb{Z}$, $x \cdot y \in \mathbb{Z}$.
- Dacă $x^2 + y^2 = 0$, atunci $x = y = 0$.
- $x : y \in \mathbb{Z}$, $y \neq 0$ dacă și numai dacă există $z \in \mathbb{Z}$, cu $x = yz$. În caz contrar, $x = yz + t$, unde $t \in \mathbb{Z}$ și $0 \leq |t| < |y|$.

Mulțimea numerelor raționale, notată cu \mathbb{Q} , este:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \mid \text{există } y, z \in \mathbb{Z}, z \neq 0, \text{ astfel încât } x = \frac{y}{z} \right\}.$$

Observații:

a) Avem $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$, iar mulțimea $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ se numește mulțimea numerelor raționale **neîntregi**. De asemenea, $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

b) Un **număr rațional** este reprezentat de o fracție de forma $\frac{x}{y}$, cu $x \in \mathbb{Z}$ și $y \in \mathbb{Z}^*$.

Vom spune că două fracții $\frac{x}{y}$ și $\frac{z}{t}$, cu $x, z \in \mathbb{Z}$ și $y, t \in \mathbb{Z}^*$, se numesc **fracții echivalente** dacă $xt = yz$. Dată o fracție $\frac{x}{y}$, se obțin fracții echivalente cu ea prin:

i) **amplificare**: $\frac{x}{y} = \frac{x \cdot t}{y \cdot t}$, cu $x \in \mathbb{Z}$ și $y, t \in \mathbb{Z}^*$;

ii) **simplificare**: $\frac{x}{y} = \frac{x : t}{y : t}$, cu $x \in \mathbb{Z}$, $y, t \in \mathbb{Z}^*$ și $t \mid x, t \mid y$.

c) O fracție $\frac{x}{y}$, $x, y \in \mathbb{Z}$, $y \neq 0$ este **ireductibilă** dacă $(x, y) = 1$.

Un **număr rațional** care este **reprezentat** de o fracție $\frac{x}{y}$, $x, y \in \mathbb{Z}$, $y \neq 0$, se scrie sub formă **zecimală** împărțind numărătorul x la numitorul y .

În funcție de factorii în care se descompune numitorul fracției ireductibile $\frac{x}{y}$, fracția zecimală poate fi:

- fracție zecimală finită**, dacă în descompunerea numitorului apar **factori** de 2 sau de 5;
- fracție zecimală periodică simplă**, dacă descompunerea numitorului în produs de **factori** primi conține **alți** factori decât 2 și 5;
- fracție zecimală periodică mixtă**, dacă descompunerea numitorului în produs de factori primi conține atât factori de 2 sau/și numai factori de 5, cât și un alt factor prim.

Reciproc: Dacă un număr rațional este reprezentat printr-o **fracție zecimală**, el poate fi scris sub formă de **fracție ordinară** folosind **reguli de transformare** pentru fiecare tip de fracție zecimală:

i) **fracție zecimală finită:** $\overline{a, b_1 b_2 b_3 \dots b_n} = \frac{ab_1 b_2 b_3 \dots b_n}{10^n}$;

ii) **fracție zecimală periodică simplă:** $\overline{a, (b_1 b_2 b_3 \dots b_n)} = a \frac{\overline{b_1 b_2 b_3 \dots b_n}}{\underbrace{99 \dots 9}_{\text{de } n \text{ ori}}}$;

iii) **fracție zecimală periodică mixtă:**

$$\overline{a, b_1 b_2 \dots b_n (c_1 c_2 \dots c_m)} = \frac{\overline{ab_1 b_2 \dots b_n c_1 c_2 \dots c_m} - \overline{ab_1 b_2 \dots b_n}}{\underbrace{999 \dots 9}_{\text{de } m \text{ ori}} \underbrace{000 \dots 0}_{\text{de } n \text{ ori}}}$$

d) Pentru orice $x, y \in \mathbb{Q}$, avem $x + y \in \mathbb{Q}$, $x - y \in \mathbb{Q}$, $x \cdot y \in \mathbb{Q}$, $x : y \in \mathbb{Q}$, $y \neq 0$, $x^y \in \mathbb{Q}$, $x \neq 0$.

Mulțimea numerelor iraționale, notată cu $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, este mulțimea numerelor care se scriu zecimal cu o **infinite** de zecimale care **nu se repetă** periodic.

Mulțimea numerelor reale, notată cu \mathbb{R} , este mulțimea formată din **reuniunea** mulțimii numerelor raționale cu mulțimea numerelor iraționale. În mod asemănător, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Avem **șirul incluziunilor**: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$; b) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$; c) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; d) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}$; e) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$;
 f) $\mathbb{Z} \not\subseteq \mathbb{N}$; g) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Z} \setminus \mathbb{Q}$; h) $\mathbb{Q} \not\subseteq \mathbb{Z}$; i) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; j) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$;
 k) $\mathbb{R} \not\subseteq \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; l) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$; m) $\emptyset \subseteq \mathbb{Q}$; n) $\emptyset \not\subseteq \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}^*$; o) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}^*$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $8 \in \mathbb{N}$; b) $8 \in \mathbb{Z}$; c) $8 \in \mathbb{Q}$; d) $8 \in \mathbb{R}$; e) $-6 \in \mathbb{Z}$;
 f) $-6 \in \mathbb{N}$; g) $-\frac{7}{3} \in \mathbb{Q}$; h) $-8,3 \in \mathbb{R}$; i) $-\frac{9}{3} \in \mathbb{Z}$; j) $4,(5) \in \mathbb{Q}$;
 k) $\sqrt{8} \in \mathbb{R}$; l) $\sqrt{8} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; m) $\sqrt{25 - (-3) \cdot (-8)} \in \mathbb{N}$; n) $[-(-3) + (-2)]^2 \in \mathbb{Z}$.

3. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sqrt{2\frac{1}{4}} \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt{0,(2)} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; c) $\sqrt{2^2 \cdot 3^3} \in \mathbb{Z}$;
 d) $0,(3) + \sqrt{0,(4)} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; e) $\sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3} \in \mathbb{N}$; f) $\sqrt{2^3 \cdot 3^2 + 3\sqrt{144}} \in \mathbb{Z}$;
 g) $\{0\} \in \mathbb{R}$; h) $0 \notin \mathbb{R}^*$; i) $\{0\} \subset \mathbb{R}$; j) $2 \in \mathbb{Q} \setminus \{-2, 2\}$.

4. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- Produsul a două numere iraționale este un număr irațional.
- Suma oricăror două numere iraționale este un număr irațional.
- Suma dintre un număr rațional și un număr irațional este un număr irațional.
- Produsul dintre orice număr irațional și orice număr rațional nenul este un număr irațional.
- Pătratul oricărui număr irațional este un număr rațional.
- Orice număr irațional ridicat la puterea zero este un număr natural.

5. Amplificați fracțiile: $\frac{6}{10}, \frac{18}{25}, \frac{3}{5}, \frac{7}{4}$ astfel încât să aibă același numitor.

6. Se consideră fracțiile: $\frac{a}{10}, \frac{a}{12}, \frac{a}{15}$ și $\frac{a}{30}$, unde $a \neq 0$. Determinați cea mai mică valoare naturală a numărului a , pentru care fracțiile reprezintă simultan numere naturale.

7. a) Care dintre fracțiile: $\frac{1}{4}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{18}, \frac{12}{20}, \frac{7}{15}, \frac{30}{25}, \frac{30}{50}$ sunt echivalente cu fracția $\frac{3}{5}$?

b) Amplificați cu 4 fracțiile: $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{13}{99}, \frac{8}{13}, \frac{5}{11}$.

c) Simplificați cu 5 fracțiile: $\frac{5}{20}, \frac{15}{30}, \frac{10}{175}, \frac{20}{45}, \frac{25}{110}, \frac{30}{85}$.

8. Determinați din șirul următor de fracții:

$$\frac{1}{2}, \frac{61}{37}, \frac{2}{6}, \frac{55}{1133}, \frac{4}{21}, \frac{3}{9}, \frac{8}{15}, \frac{14}{2 \cdot 7}, \frac{85}{15}, \frac{35}{56}, \frac{19}{72}, \frac{4 \cdot 3 \cdot 5}{60}$$

pe cele care sunt: (i) ireductibile; (ii) subunitare; (iii) supraunitare; (iv) echiunitare.

9. Determinați valorile lui x , număr natural, pentru care:

a) (i) $\frac{8}{x-3} \in \mathbb{N}$; (ii) $\frac{6}{x-2} \in \mathbb{Z}$; (iii) $\frac{15}{2x-1} \in \mathbb{N}$; (iv) $\frac{21}{2x+1} \in \mathbb{N}$;

b) mulțimile $A = \{4x, 6x + 2\}$ și $B = \{2x - 1, 2x + 1, 3x + 2\}$ au un singur element comun;

c) mulțimile $A = \{2x - 3, 3x - 1\}$ și $B = \{4x - 7, x + 3\}$ sunt egale.

10. Scrieți sub formă zecimală următoarele fracții:

$$\frac{4}{5}, \frac{64}{25}, \frac{5}{16}, \frac{17}{125}, \frac{13}{3}, \frac{8}{15}, \frac{28}{15}, \frac{17}{6}, \frac{35}{18}$$

11. Scrieți sub formă de fracție ordinară următoarele fracții zecimale: 4,15; 2,(18); 0,3(54); 2,534; 0,35(4); 1,8(6); 13,85; 5,02(7); 1,0025; 0,008; 2,00(3).

12. Determinați mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 13 \leq x^2 \leq 50\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 24 \leq x^2 \leq 121\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 18 \leq 2x^2 \leq 98\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 48 \leq 3x^2 \leq 192\};$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq \sqrt{x} \leq 7, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\};$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq \sqrt{x} < 10, \sqrt{x} \in \mathbb{N}\}.$$

13. Fie mulțimea $A = \{0; -4; 25; -64; 0,36; 0,4; 3,(27)\}$. Determinați mulțimea $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 \in A\}$.

Capitolul II

Calcul algebric în \mathbb{R}

PP Competențe specifice

- C₁. Identificarea componentelor unei expresii algebrice
- C₂. Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale exprimate prin litere
- C₃. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor
- C₄. Exprimarea matematică a unor situații concrete prin calcul algebric
- C₅. Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebric
- C₆. Interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea ecuațiilor sau a formulelor de calcul prescurtat

A. Operații cu numere reale reprezentate prin litere



Definiție. Se numește **expresie algebrică** o succesiune de numere și/sau litere legate între ele prin operații aritmetice (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere).

Exemple: $7, x, 7x, 7\sqrt{3}x, 7\sqrt{3}x - 8y^2$.

Observații:

a) **Cea mai simplă** expresie algebrică obținută doar prin înmulțire cu numere și/sau litere se numește **termen** al expresiei algebrice.

Exemple: $7, x, xy, 8z^2y^3$.

b) **Numărul** care apare în scrierea unui termen al unei expresii algebrice se numește **coeficientul** termenului.

Exemple: $-7xy^2$ are coeficientul -7 , $18\sqrt{3}x^2z$ are coeficientul $18\sqrt{3}$, $-0,(7)z^2$ are coeficientul $-0,(7)$.

c) **Literele** care intră în scrierea unui termen alcătuiesc **partea literală** a sa.

Exemple: $-81x$ are partea literală x , $-8x^2y^3z$ are partea literală x^2y^3z .

d) Cu expresiile algebrice se pot efectua aceleași **operații** care se efectuează cu numerele reale: adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea, ridicarea la putere. Aceste operații au **aceleași proprietăți** pe care le au operațiile cu numere reale.

PE-PP 1. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere

Definiție. Se numesc **termeni asemenea** acei termeni care conțin aceeași succesiune de litere la aceeași exponenți.

Exemple: a) $-3x + 9 + 6x$, termenii asemenea sunt $-3x$ și $6x$;

b) $7\sqrt{5} + 11a - 7x^3z + 2\sqrt{5} + \frac{3}{5}x^3z$, termenii asemenea sunt $7\sqrt{5}$ și $2\sqrt{5}$, respectiv $-7x^3z$ și $\frac{3}{5}x^3z$.

Observații:

a) **Adunarea sau scăderea** a doi termeni asemenea este operația prin care se obține un termen asemenea cu cei inițiali, iar coeficientul noului termen se obține efectuând operațiile algebrice indicate asupra celor doi coeficienți ai termenilor inițiali.

b) **Operațiile** de adunare și scădere efectuate cu **termeni asemenea** se numesc operații de **reducere** a termenilor asemenea.

Exemple: i) $7x + 5x = 12x$; ii) $-7xy + 2xy = -5xy$; iii) $-3x^2 - 8x^2 = -11x^2$.

c) O **expresie algebrică** este considerată a fi scrisă în **forma canonică** dacă nu conține termeni asemenea.

d) **Produsul** dintre un număr real și o expresie algebrică se efectuează înmulțind acest număr cu fiecare coeficient al termenilor ce compun expresia algebrică, cu respectarea regulilor de calcul cu numere reale.

Exemplu: $3(2x^2 - 5x + 5) - (4x^2 + 3x + 3y) - 4(x + y) = \underline{6x^2} - \underline{15x} + 15 - \underline{4x^2} - \underline{3x} - \underline{3y} - \underline{4x} - \underline{4y} = 2x^2 - 22x - 7y + 15$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Efectuați:

a) $4x - 3x + 5x$;

b) $7x^2 - 3x^2 + 3x^2$;

c) $2ab - 5ab$;

d) $9x^2 - 11x^2 - 9x^2$;

e) $-4,2y - 1,8y$;

f) $0,3a - 0,7a$;

g) $\frac{2}{7}a^2 - \frac{3}{7}a^2 - \frac{a^2}{7}$;

h) $\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}x$;

i) $2\sqrt{5}xy - 7\sqrt{5}xy$;

j) $8abc - 11abc$;

k) $y^2 + 13y^2 - 5y^2$;

l) $4x^2y^2 - 7x^2y^2 + 3x^2y^2$.

2. Reduceți termenii asemenea:

a) $7x + 2y - 4z - 5x + 6y + 3z$;

b) $3a - 9b + 2a + 7b - 4a - 5b$;

c) $8x - 3y - 5z - 9x - 4y + 3z$;

d) $13x^2 - 2x + 4x^2 - 11x - 15x^2 + 13x$;

e) $17xy - 21x^2y - 12xy + 23x^2y - 2x^2y$;

f) $7x - 9 - 11x + 12 + 4x$.

3. Scrieți în spațiul punctat termenul corespunzător obținerii unei propoziții adevărate:

a) $18x - 16x + \dots + 5x = 24x$;

b) $16x - 23x + \dots + 6x = 18x$;

c) $10a + 14a - \dots + 12a = 15a$;

d) $4x^2 - 5x^2 + \dots + 18x^2 = 0$;

e) $11xy - 7xy + \dots - 8xy = 21xy$.

4. Scrieți în spațiul punctat termenii corespunzători obținerii unei propoziții adevărate:

- a) $3x^2 - 9a + 7x^2 + \dots = 12a + 5x^2$; b) $7xy + 9x^2 - 3x + \dots + xy - 4x^2 = 2x^2 + 5xy$;
c) $4x + 18x - 13 + \dots = -6x$; d) $4x - 7xy^2 - 9x + 5xy^2 + \dots = 0$.

5. Desfaceți parantezele și reduceți termenii asemenea:

- a) $(2x^2 - 7x) + (6x - 3x^2)$; b) $(2a - 5b) + (-6a + 3b)$;
c) $(x^2 + x + 3) - (2x^2 + x - 5)$; d) $(6x^2 - 3x + 4) - (4x^2 - 3x + 5)$;
e) $(4x - 3a) + (5x + 6a) - (8x - 5a)$; f) $(4a + 3b - 5) - (2a + 3b) + (a + 5)$.

PE **Aplicare și exersare ****

6. Desfaceți parantezele și reduceți termenii asemenea:

- a) $-13x - 15y + 9x - (19x + 3y - 12x) + 7y$;
b) $(5x - 8y) - (11x + 3y) - (-13x - 5y)$;
c) $(4x^2 - 3y + 2x) - (4x + 6y - 5x^2) - (9x^2 - 7y - 3x)$;
d) $(3a + 4b - 2c) + (-5a - 6b + 4c) - (4a - 7b - 5c)$;
e) $(5x - 3a + 2b) - (4x - 5a + 6b) - (7a - 6x - 5b)$.

7. Desfaceți parantezele și reduceți termenii asemenea:

- a) $2(3a - 4b) - 3(a - 2b) + 4(-2a + 3b)$;
b) $4(3x + 2y) - 5(2x - 3y) + 3(-4x - 5y)$;
c) $-3(x^2 - 2) + 6(x^2 - 1) - 4(x^2 + 3) + 2(x^2 - 4)$;
d) $3(5x - 2y) - 5(2x + y) + 2(-3x - 4y) - 4(-x - 3y)$;
e) $3(4a + 5b) - 5(2a + 3b) - 4(3a + 4b) + 2(-a - 2b)$.

8. Efectuați calculele și reduceți termenii asemenea:

- a) $2(3a + 9b - 7c) - 3(4a + 5b + 9c) - 5(a + 2b - 8c)$;
b) $4(2x^2 - 3x + 4) - 3(3x^2 - 4x - 2) + 2(x^2 - 2x - 10)$;
c) $5(3x^2 - 5x + 6) - 4(5x^2 - 6x + 7) - 3(-x^2 + 2x - 2)$;
d) $6(-x^2 - 3x + 5) - 7(2x^2 - 4x + 6) + 5(5x^2 + 2x - 1)$.

9. Efectuați calculele și reduceți termenii asemenea:

- a) $2(3x^2 - 2x - 5) - 3(4x^2 - 2x - 7) - 4(2x^2 + x + 3)$;
b) $3(2x^2 - x + 4) - 4(3x^2 - 2x + 5) - 2(x^2 + 7x - 3)$;
c) $2(6x^2 - 5x + 4) - 3(4x^2 - 3x + 5) - 4(2x^2 + 3x - 4)$.

10. Desfaceți parantezele și reduceți termenii asemenea:

- a) $3(4x - 3y + 2z) - 2(3x - 2y - 3z) - 4(x + 3y + 2z)$;
b) $2(3x - 2y - 5z) - 3(4x - 2y - 7z) - 4(2x + 3y + 3z)$;
c) $4(5x - 6y + 3z) - 3(6x - 5y + 4z) - 2(3x + 4y - 5z)$.

11. Efectuați:

- a) $8\sqrt{3a} + 12\sqrt{3a} + 3\sqrt{3a} - 15\sqrt{3a} - 25\sqrt{3a}$;
b) $9\sqrt{2x} + 13\sqrt{2x} - 18\sqrt{2x} + 5\sqrt{2x} - 10\sqrt{2x}$;
c) $4\sqrt{5xy} - 7\sqrt{5xy} + 14\sqrt{5xy} - 9\sqrt{5xy} + 2\sqrt{5xy}$;
d) $5\sqrt{6x^2y} - 14\sqrt{6x^2y} + 19\sqrt{6x^2y} - 23\sqrt{6x^2y} + 8\sqrt{6x^2y}$.

12. Reduceți termenii asemenea:

- a) $5\sqrt{3x^2} + 4\sqrt{2x^2} - 3\sqrt{3x^2} - 6\sqrt{2x^2}$; b) $\sqrt{3a} + \sqrt{27a} - 5\sqrt{2b} + \sqrt{8b} + \sqrt{72b}$;
c) $\sqrt{12x^2} - \sqrt{32a^2} - 4\sqrt{3x^2} + \sqrt{50a^2}$; d) $(\sqrt{2} + 1)x - \sqrt{8x} - 3x - (\sqrt{2} + 4)x$.

13. Dacă $E_1 = 4x^2 - 3x + 3$, $E_2 = 7x^2 + 6x - 5$ și $E_3 = 9x^2 - 5x + 2$, calculați:

- a) $E_1 + E_2 + E_3$; b) $E_1 - E_2 - E_3$; c) $E_1 + E_2 - E_3$; d) $E_1 - (E_2 + E_3)$.

14. Dacă $E_1 = 7x^2 - 5x + 8$, $E_2 = 4x^2 + 6x - 9$ și $E_3 = 3x^2 - 2x - 4$, calculați:

- a) $E_1 - (E_2 + E_3)$; b) $E_2 - (E_1 - E_3)$; c) $E_2 - E_1 + E_3$; d) $E_3 - (E_1 - E_2)$.

15. Efectuați calculele:

- a) $2(y + 3x) - [7x - (3x + 5y)]$; b) $3(y - 2x) + [4x - 3y + 2(x - y)]$;
c) $4x + 5y - [5x + 11y - 3(2x + 3y)]$; d) $6x - 7y - [4x + 5y - (9x + 10y)]$.

16. Desfaceți parantezele și reduceți termenii asemenea:

- a) $35x - 5[4xy - 5x - 3(xy - 4x)]$; b) $12a - 3[6a - 7b + 2(-a + 3b)]$;
c) $-3x^2 - 3[2(x^2 - 5) - 3(x^2 - 2)]$; d) $25x + 2[3x^2 - 5x - 2(-x^2 + 3x)] - 10x^2$;
e) $8y - 4[2(x + 3y) - 5(x + y)] - 12x$.

PE Aprofundare și performanță ***

17. Desfaceți parantezele și reduceți termenii asemenea:

- a) $3(2x^3 - 5x^2 + 4x - 7) - 2(4x^3 - 6x^2 - 5x + 3) - 4(-x^3 + 2x^2 + 3x - 6)$;
b) $2(3x^3 - 7x^2 + 6x - 5) - 3(5x^3 - 3x^2 + 7x - 4) - 4(-2x^3 - x^2 + 3x + 2)$;
c) $4(4x^3 - 5x^2 - 3x - 2) - 3(3x^3 - 4x^2 - 5x - 6) - 2(2x^3 - 3x^2 - 4x + 5)$.

18. Efectuați calculele:

- a) $\sqrt{3}(\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}y + 3\sqrt{3}) - 2\sqrt{2}(3\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y - 5\sqrt{2})$;
b) $\sqrt{18}(2\sqrt{3}x^2 - 3\sqrt{2}x + 5\sqrt{2}) - \sqrt{12}(3\sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{3}x + 4\sqrt{3})$;
c) $\sqrt{3}\left(\sqrt{8\frac{1}{3}x} + \sqrt{16\frac{1}{3}y}\right) + 2\sqrt{2}\left(\sqrt{12\frac{1}{2}x} - \sqrt{24\frac{1}{2}y}\right)$;
d) $\sqrt{3}x\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \sqrt{2}x\left(2\sqrt{2} - \frac{4}{\sqrt{2}}\right) + \sqrt{5}x\left(\sqrt{5} - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

19. Efectuați calculele:

- a) $\sqrt{3}(2\sqrt{3} - x) + \sqrt{6}(3\sqrt{2}x + \sqrt{3}) - \sqrt{2}(3 - x\sqrt{6})$;
b) $\sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{6}x) + \sqrt{3}(2\sqrt{3} - 2x) + \sqrt{6}(\sqrt{2}x - \sqrt{6})$;
c) $\sqrt{27}(2\sqrt{3}x - \sqrt{3}) + \sqrt{3}(2\sqrt{3} + 6x) - \sqrt{108}(x - \sqrt{3})$.

20. Calculați:

- a) $2x\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} - x\sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2} + 3x\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$;
b) $2xy\sqrt{(2\sqrt{3} - 3)^2} + xy\sqrt{(2\sqrt{3} - 4)^2} - \sqrt{12}xy$;
c) $x^2\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + x^2\sqrt{(2\sqrt{3} - 3)^2} - x^2\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$.

Cuprins

RECAPITULARE ȘI EVALUARE INIȚIALĂ

Teste cu exerciții și probleme recapitulative pentru pregătirea testării inițiale5

ALGEBRĂ

Capitolul I. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R}

1. Mulțimi de numere. Forme de scriere a unui număr	13
<i>Test de autoevaluare</i>	19
2. Reprezentarea pe axă. Ordonarea numerelor reale. Valoarea absolută. Aproximarea numerelor reale.....	21
Recapitulare și sistematizare prin teste	26
<i>Test de autoevaluare</i>	27
3. Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor.....	29
4. Intervale în \mathbb{R} . Definiție. Reprezentare pe axă	30
5. Operații cu intervale	35
<i>Test de autoevaluare</i>	41
Recapitulare și sistematizare prin teste	43
6. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$ (\leq , $>$, $<$), unde $a, b \in \mathbb{R}$	44
<i>Test de autoevaluare</i>	47
Recapitulare și sistematizare prin teste	49

Capitolul II. CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R}

A. Operații cu numere reale reprezentate prin litere.....	50
1. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere.....	51
2. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere	54
3. Ridicarea la putere cu exponent număr natural a numerelor reale reprezentate prin litere.....	58
4. Ordinea efectuării operațiilor cu expresii algebrice	61
<i>Test de autoevaluare</i>	65
Recapitulare și sistematizare prin teste	67
5. Formule de calcul prescurtat	68
<i>Test de autoevaluare</i>	73
Recapitulare și sistematizare prin teste	75
6. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în \mathbb{R}	76
6.1. Metoda factorului comun	76
6.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat	79
6.3. Gruparea termenilor.....	83
6.4. Metode combinate	85
6.5. Maxime și minime. Inegalități algebrice	90
<i>Test de autoevaluare</i>	93
Recapitulare și sistematizare prin teste	95
B. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere	96
7. Amplificarea. Simplificarea	96
<i>Test de autoevaluare</i>	103

GEOMETRIE

Capitolul I. ELEMENTE ALE GEOMETRIEI ÎN SPAȚIU

1. Puncte, drepte, plane. Determinarea drepteii	105
2. Determinarea planului	108
3. Corpuri geometrice.....	110
3.1. Piramida, piramida regulată, tetraedrul regulat	110
3.2. Prisma dreaptă. Paralelipipedul dreptunghic. Cubul	112
3.3. Cilindrul circular drept. Conul circular drept	116
<i>Test de autoevaluare</i>	119
4. Pozițiile relative a două drepte în spațiu; relația de paralelism în spațiu.....	121
5. Unghiuri cu laturile respectiv paralele; unghiul a două drepte în spațiu; drepte perpendiculare	123
6. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan.....	125
<i>Test de autoevaluare</i>	129
Recapitulare și sistematizare prin teste	131
7. Pozițiile relative a două plane. Plane paralele.....	132
8. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate. Trunchiul de piramidă. Trunchiul de con circular drept	136
9. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	139
10. Perpendicularitate.....	140
10.1. Dreaptă perpendiculară pe un plan. Distanța de la un punct la un plan.....	140
<i>Test de autoevaluare</i>	143
10.2. Înălțimea unei piramide. Înălțimea unui con circular drept.....	145
10.3. Distanța dintre două plane paralele. Înălțimea prisme. Înălțimea cilindrului circular drept. Înălțimea trunchiului de piramidă. Înălțimea trunchiului de con	146
<i>Test de autoevaluare</i>	149
Recapitulare și sistematizare prin teste.....	151
10.4. Plane perpendiculare	152
11. Proiecții de puncte, de segmente și de drepte pe un plan	154
12. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Lungimea proiecției unui segment.....	156
<i>Test de autoevaluare</i>	159
13. Unghi diedru. Unghi plan corespunzător diedrului. Unghiul dintre două plane.....	161
<i>Test de autoevaluare</i>	165
Recapitulare și sistematizare prin teste	167
14. Teorema celor trei perpendiculare. Calculul distanței de la un punct la o dreaptă. Calculul distanței de la un punct la un plan. Calculul distanței dintre două plane paralele	168
<i>Test de autoevaluare</i>	173
Recapitulare și sistematizare prin teste	175
15. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană.....	176
TESTE RECAPITULATIVE	178
PROBLEME PENTRU PREGĂTIREA OLIMPIADEI ȘI A CONCURSURILOR ȘCOLARE	183
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	187