

Nume: .....  
Prenume: .....  
Clasă: .....  
Școală: .....  
.....



EDITURA PARALELA45

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.*

*Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

**Referință științifică:** Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran

Tehnoredactare: Iuliana Ene

Pregătire de tipar: Marius Badea

Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**

**TUDOR, ION**

**Matematică : algebră, geometrie : modalități de lucru diferențiate, pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : 6 /**

Ion Tudor. - Ed. a 4-a, rev.. - Pitești : Paralela 45, 2020-

2 vol.

ISBN 978-973-47-3232-6

**Partea 1.** - 2020. - ISBN 978-973-47-3233-3

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,

iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

[www.edituraparelela45.ro](http://www.edituraparelela45.ro)

Ion TUDOR

# matematică

## algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

## Caiet de lucru

**Partea I**

**6**

Ediția a IV-a,  
revizuită



Editura Paralela 45

**Stimate cadre didactice/dragi elevi,**

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

**Mate 2000+** este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

**Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.**

Pentru a accesa aplicația urmați indicațiile din insertul auxiliarului pe care tocmai l-ați achiziționat.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!  
Echipa Editurii Paralela 45

**Scanează codul QR pentru a accesa aplicația MATE 2000+**



# ALGEBRĂ

## Capitolul I

### MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

#### Lecția 1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime



#### Citesc și rețin

**Mulțimea** este o colecție de obiecte de aceeași natură sau diferite, având **aceeași** proprietate. Obiectele din mulțime se numesc **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu **litere mari**, iar elementele mulțimilor se notează cu **litere mici**, cifre, numere etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între paranteze acolade, despărțite prin virgulă, într-o ordine oarecare.

Într-o mulțime un element este scris **o singură dată**.

Dacă  $A$  este o mulțime și  $a$ , un element al său, atunci notăm  $a \in A$  și citim „elementul  $a$  **aparține** mulțimii  $A$ ”.

Dacă  $a$  nu este un element al mulțimii  $A$ , atunci notăm  $a \notin A$  și citim „elementul  $a$  **nu aparține** mulțimii  $A$ ”.

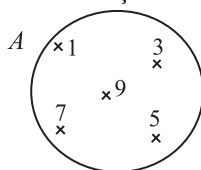
O mulțime poate fi reprezentată în mai multe moduri:

1. prin enumerarea fiecărui element al mulțimii scris între paranteze acolade;

*Exemplu:*  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ . Citim: „Mulțimea  $A$  este formată din elementele 1, 3, 5, 7 și 9”.

2. prin enumerarea tuturor elementelor mulțimii scrise în interiorul unei linii curbe închise numite diagramă;

*Exemplu:*



3. enunțând o proprietate caracteristică a elementelor mulțimii.

*Exemplu:*  $A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$ . Citim: „Mulțimea  $A$  este formată din elementele  $x$  cu proprietatea că  $x$  este cifră impară”.



#### Cum se aplică?

1. Scrieți mulțimea divizorilor numărului natural 20, notând-o cu litera  $A$ .

**Soluție:**

Mulțimea divizorilor numărului natural 20 este:  $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ .



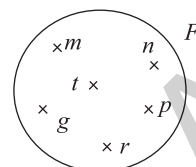


14. Se consideră mulțimea  $D = \{1, 3, 5, 8, 9\}$ . Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $1 \in D$ ;       b)  $3 \in D$ ;       c)  $5 \notin D$ ;       d)  $7 \notin D$ ;   
 e)  $9 \in D$ ;       f)  $2 \notin D$ ;       g)  $8 \notin D$ ;       h)  $5 \in D$ .

15. Folosind diagrama alăturată completați caseta cu simbolul corespunzător „ $\in$ ” sau „ $\notin$ ”.

- a)  $l$    $F$ ;      b)  $g$    $F$ ;      c)  $r$    $F$ ;  
 d)  $t$    $F$ ;      e)  $h$    $F$ ;      f)  $m$    $F$ .



### Exerciții și probleme de dificultate medie

16. Enumerați elementele mulțimii  $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$  este număr prim și  $\overline{ba}$  este număr prim,  $a \neq 0, b \neq 0\}$ .

17. Scrieți mulțimea  $E = \{142, 412, 124, 214, 118\}$  folosind o proprietate a elementelor.

18. Scrieți mulțimea  $A = \{401, 221, 311, 131, 113, 203\}$  folosind o proprietate a elementelor.

19. Enumerați elementele mulțimilor:

- a)  $A = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^2, x > z > 0\}$ ;      b)  $B = \{\overline{xyz} \mid x \cdot z = y^3, x \geq z > 0\}$ .

20. Se consideră mulțimea  $M = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} = 4n + 3$ , unde  $n$  este număr natural,  $a \neq 0\}$ . Arătați că:

- a)  $31 \in M$ ;      b)  $47 \in M$ ;      c)  $63 \in M$ ;      d)  $75 \in M$ .

21. Se consideră mulțimea  $E = \{\overline{xyz} \mid \overline{xyz} = 10n + 9$ , unde  $n$  este număr natural,  $x \neq 0\}$ .

- a) Determinați cel mai mic element al mulțimii  $E$ .  
 b) Determinați cel mai mare element al mulțimii  $E$ .

22. Enumerați elementele mulțimii:

- a)  $A = \{a \mid a \text{ este cifră și } \overline{173a8} < \overline{17aa8}\}$ ;      b)  $B = \{a \mid a \text{ este cifră și } \overline{51aa3} \geq \overline{51a63}\}$ .

23. Enumerați elementele mulțimii:

- a)  $D = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ și } 3^{n+1} \leq 9^4\}$ ;      b)  $E = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ și } 2^{n+4} < 8^3\}$ .

24. Enumerați elementele mulțimii  $E = \{\overline{ab} \mid \overline{ab}$  este număr prim,  $a \neq 0$  și  $u(\overline{ab}^2) = b\}$ .

25. Se consideră mulțimea  $E = \{a \text{ este număr natural} \mid a < 4\}$ . Determinați mulțimile:

- a)  $A = \{x \mid x = 3a, a \in E\}$ ;      b)  $B = \{y \mid y = a^2, a \in E\}$ ;  
 c)  $C = \{z \mid z = 2a + 1, a \in E\}$ ;      d)  $D = \{t \mid t = a^3 + 2, a \in E\}$ .

26. Se consideră mulțimea  $A = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ ,  $n \geq 3$ . Dacă  $a$  și  $b$  sunt două elemente de aceeași paritate ale mulțimii  $A$ , arătați că  $\frac{a+b}{2}$  este element al mulțimii  $A$ .

27. Se consideră mulțimile  $A_1 = \{1\}$ ,  $A_2 = \{2, 3\}$ ,  $A_3 = \{4, 5, 6\}$  etc. Enumerați elementele mulțimilor:

- a)  $A_{10}$ ;      b)  $A_{20}$ ;      c)  $A_{30}$ .



## Capitolul II

# RAPOARTE. PROPORȚII

### Lecția 10. Rapoarte



#### Citesc și rețin

**Definiție:** Raportul numerelor raționale pozitive  $a$  și  $b$  este câtul  $a : b$ , notat  $\frac{a}{b}$ .

Numerele  $a$  și  $b$  se numesc **termenii raportului**.

*Exemplu:* Raportul numerelor 8 și 5 este  $\frac{8}{5}$ .

**Definiție:** Valoarea raportului  $\frac{a}{b}$  este câtul împărțirii  $a : b$ .

*Exemplu:* Valoarea raportului  $\frac{8}{5}$  este egală cu  $8 : 5 = 1,6$ .

#### Rapoarte utilizate în practică

##### Raport procentual

Un raport de forma  $\frac{p}{100}$ ,  $p \in \mathbb{Q}_+$ , notat  $p\%$ , se numește **raport procentual** ( $p\%$  se citește „ $p$  la sută”).

*Exemplu:*  $23\% = \frac{23}{100}$ .

##### Scara unei hărți

Scara unei hărți, notată cu  $S$ , este raportul dintre distanța dintre două puncte de pe hartă și distanța dintre cele două puncte pe teren.

*Exemplu:* Fie  $A$  și  $B$  două localități situate la distanța de 10 km. Dacă pe hartă distanța  $AB$  este de 1 cm, determinați scara hărții.

$$S = \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ km}} = \frac{0,01 \text{ m}}{10000 \text{ m}} = \frac{1}{1000000}$$

##### Concentrația unei soluții

Concentrația unei soluții, notată cu  $C$ , este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

*Exemplu:* Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Dacă masa soluției este de 300 g, iar cea a sării este de 6 g, aflați concentrația soluției.

$$C = \frac{6 \text{ g}}{300 \text{ g}} = \frac{2}{100} = 2\%$$

##### Titlul unui aliaj

Titlul unui aliaj, notat cu  $T$ , este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

*Exemplu:* Un aliaj de argint și aluminiu conține 16 g argint și 184 g aluminiu. Aflați titlul aliajului.

$$T = \frac{16 \text{ g}}{16 \text{ g} + 184 \text{ g}} = \frac{16 \text{ g}}{200 \text{ g}} = \frac{8}{100} = 8\%$$





15. Distanța dintre orașele Cluj și Arad este de 270 km, iar pe hartă, distanța dintre cele două orașe este egală cu 27 cm. Aflați scara la care este realizată harta respectivă.

16. Într-un vas se află o soluție de sare cu apă. Știind că masa soluției este egală cu 240 g și conține 60 g de sare, calculați concentrația soluției.

17. Într-o cantitate de 500 g apă, Maria dizolvă 125 g zahăr. Calculați concentrația soluției preparate de Maria.

18. Un aliaj de argint și aluminiu conține 16 g argint și 184 g aluminiu. Calculați titlul aliajului.

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

19. Se consideră numerele  $a = 3^n + 3^{n+1}$  și  $b = 2^n + 2^{n+3}$ , unde  $n \in \mathbb{N}$ . Dacă  $\frac{a}{b} = 2,25$ , determinați numărul natural  $n$ .

20. Se consideră numerele  $a = 1 + 2 + 3 + \dots + 48$  și  $b = 49 + 50 + 51 + \dots + 98$ . Rotunjiți la prima zecimală valoarea raportului numerelor naturale  $a$  și  $b$ .



### Ce notă merit?

#### Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) 1. Scrieți raportul numerelor naturale:

a) 11 și 24;

b) 36 și 27.

(3p) 2. Calculați valoarea următoarelor rapoarte:

a)  $\frac{9}{4}$ ;

b)  $\frac{5}{3}$ .

(3p) 3. Rotunjiți la a doua zecimală valoarea raportului numerelor naturale (28; 42) și [28; 42].

## Lecția 11. Proporții.

### Proprietatea fundamentală a proporțiilor



#### Citesc și rețin

**Definiție:** Egalitatea a două rapoarte se numește **proporție**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ unde } b \neq 0 \text{ și } d \neq 0, \text{ este o proporție.}$$

Fiind dată proporția  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , numerele  $a$ ,  $b$ ,  $c$  și  $d$  se numesc **termenii proporției**.

Termenii  $a$  și  $d$  se numesc **extremi**, iar termenii  $b$  și  $c$  se numesc **mezi**.

## Cuprins

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ .....	5
----------------------------------	---

### ALGEBRĂ

#### CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime .....	8
Lecția 2. Relații între mulțimi .....	12
Lecția 3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite, mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale .....	16
Lecția 4. Operații cu mulțimi .....	19
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	23
Lecția 5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime .....	24
Lecția 6. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale .....	27
Lecția 7. Numere naturale prime între ele .....	30
Lecția 8. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale .....	33
Lecția 9. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$ .....	36
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	39
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	40
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> .....	42

#### CAPITOLUL II. RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte .....	44
Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor .....	47
Lecția 12. Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție .....	51
Lecția 13. Proporții derivate cu aceiași termeni. Proporții derivate cu alți termeni .....	55
Lecția 14. Șir de rapoarte egale .....	59
Lecția 15. Procente .....	62
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	66
Lecția 16. Mărimi direct proporționale .....	67
Lecția 17. Mărimi invers proporționale .....	71
Lecția 18. Regula de trei simplă .....	75
Lecția 19. Elemente de organizare a datelor .....	78
Lecția 20. Probabilități .....	84
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	87
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	89
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> .....	91

### GEOMETRIE

#### CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri adiacente .....	93
Lecția 2. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi .....	97
Lecția 3. Unghiuri complementare, unghiuri suplimentare .....	100
Lecția 4. Unghiuri opuse la vârf .....	103
Lecția 5. Unghiuri în jurul unui punct .....	106
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	110

Lecția 6. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă .....	111
Lecția 7. Drepte paralele .....	114
Lecția 8. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă.....	118
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	122
Lecția 9. Drepte perpendiculare în plan. Oblice.....	124
Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă .....	128
Lecția 11. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment .....	131
Lecția 12. Simetria față de o dreaptă.....	135
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	138
Lecția 13. Cercul .....	140
Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc.....	144
Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri .....	148
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	151
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	153
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> .....	155
<b>MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I</b> .....	157
<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI</b> .....	159