C. Angelescu, O. Bădescu, N. Buzduga, D. Chiteș, M. C. Cimpoeșu, G. Constantinescu, D. Cremenescu, D. Cosic, M. Ionescu, I. Marinescu, C. Mogoș, D. Nănuți, C. Poștaru, M. Prajea, N. Seimeanu, N. Stănică, G. Stoianovici, N. Suciu, M. Teler, D. Trifon, G. Vlad, C. Zîrnă

BacCool

2017

PREGĂTIREA EXAMENULUI DE

Bacalaureat

ÎN 21 DE SĂPTĂMÂNI

MATEMATICĂ

M_tehnologic

SIGMA

Cuprins

Calendarul examenului de bacalaureat național – 2017 3

Temele din clasele IX-XI recapitulate în testele săptămânale 4
Temele din clasa a XII-a recapitulate în testele săptămânale 5

Programa detaliată de bacalaureat
Clasa a IX-a 6
Clasa a X-a 9
Clasa a XI-a 12
Clasa a XII-a 13

Breviar teoretic
Clasa a IX-a 15
Clasa a X-a 21
Clasa a XI-a 28
Clasa a XII-a 37

Recapitularea materiei prin exerciții și probleme
1. Mulțimi de numere 47
2. Ecuații, inecuații. Sisteme de ecuații 48
3. Funcții 49
4. Progresii 51
5. Aplicații ale trigonometriei în geometrie 52
6. Probleme de numărare 53
7. Matematici financiare; probabilități 54
8. Elemente de algebră liniară 55
9. Elemente de geometrie și calcul vectorial 59
10. Limite de funcții 62
11. Funcții continue; funcții derivabile 63
12. Structuri algebrice. Polinoame 67
13. Primitive; integrale definite 69
14. Aplicații ale integralei definite 72

Indicații și rezolvări
1. Mulțimi de numere 75
2. Ecuații, inecuații. Sisteme de ecuații 76
3. Funcții 79
4. Progresii 81
5. Aplicații ale trigonometriei în geometrie 82
6. Probleme de numărare 84
7. Matematici financiare; probabilități 86
8. Elemente de algebră liniară 87
9. Elemente de geometrie și calcul vectorial 92

10. Limite de funcții 95
11. Funcții continue; funcții derivabile 97
12. Structuri algebrice. Polinoame 101
13. Primitive; integrale definite 104
14. Aplicații ale integralei definite 108

Planificarea săptămânală a recapitulării pentru Bacalaureat 110

Modele de teste săptămânale pentru recapitulare
Teste 112
Indicații și rezolvări 134

Modele de teste pentru bacalaureat
Teste 163
Indicații și rezolvări 187

Subiectele date la examenele de bacalaureat național – 2014
Simulare 218
Model 219
Sesiunea specială 220
Sesiunea iunie-iulie 221
Varianta de rezervă iunie-iulie 222
Sesiunea august-septembrie 223
Varianta de rezervă august-septembrie 224
Bareme de evaluare și notare 225

Subiectele date sau propuse de către minister pentru examenul de bacalaureat național – 2015
Model 237
Simulare 238
Sesiunea specială 239
Sesiunea iunie-iulie 240
Varianta de rezervă iunie-iulie 241
Sesiunea august-septembrie 242
Bareme de evaluare și notare 243

Subiectele date sau propuse de către minister pentru examenul de bacalaureat național – 2016
Model 253
Simulare 254
Sesiunea specială 255
Sesiunea iunie-iulie 256
Sesiunea august-septembrie 257
Bareme de evaluare și notare 258

Breviar teoretic

Clasa a IX-a

Mulțimi și elemente de logică matematică

Modulul (valoarea absolută) a numărului real a, este $|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a \geq 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0 \end{cases}$.

Partea întreagă a unui număr a este cel mai mare întreg mai mic decât numărul a și se notează $[a]$. *Partea fracționară* a unui număr a este diferența dintre număr și partea sa întreagă și se notează $\{a\}$. Avem $\{a\} = a - [a]$.

Pentru $x \in \mathbb{R}$, avem: $[x] \leq x < [x] + 1$; $x - 1 < [x] \leq x$; $0 \leq \{x\} < 1$.

Fie numerele reale x și a, iar k un număr pozitiv, nenul.

Spunem că *a aproximează prin lipsă pe x cu eroarea k* dacă $a \leq x < a + k$ (adică $0 \leq x - a < k$).

Numărul *a aproximează pe x prin adaos cu eroarea k* dacă $a - k < x \leq a$.

Numărul *a aproximează pe x cu eroarea k* dacă $a - k < x < a + k$.

Elemente de logică matematică

Fie propozițiile p și q. Avem următoarele tabele de adevăr pentru ...

negație

p	$\neg p$
0	1
1	0

conjuncție

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

disjuncție

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

implicație

p	q	$p \to q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

echivalență

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Negarea cuantificatorilor: $\neg \forall x, P(x) \leftrightarrow \exists x, \neg P(x)$ și $\neg \exists x, P(x) \leftrightarrow \forall x, \neg P(x)$.

Legea dublei negații: $\neg\neg p \leftrightarrow p$

Legea terțului exclus: propoziția $p \vee \neg p$ este adevărată.

Metoda reducerii la absurd. Fie p, q propoziții. Avem $(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$.

Mulțimi

Fie A, B mulțimi incluse într-o mulțime *de referință* (numită și *totală*) T.

Complementara mulțimii A este mulțimea notată $\overline{A}$ (sau $C_T A$, sau CA), formată din elementele lui T care nu aparțin lui A. $\overline{A} = \{x \mid x \in T, x \notin A\}$.

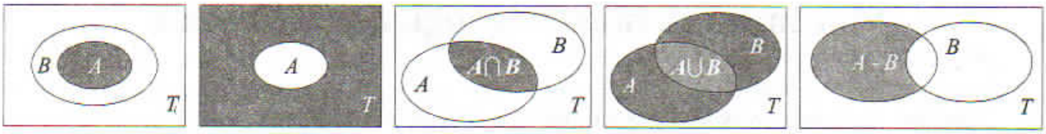
Intersecția mulțimilor A și B este mulțimea notată $A \cap B$ formată din elementele lui T care aparțin lui A și B. $A \cap B = \{x \mid x \in T, x \in A \wedge x \in B\}$.

Reuniunea mulțimilor A și B este mulțimea notată $A \cup B$ formată cu elementele lui T care aparțin sau lui A, sau lui B. $A \cup B = \{x \mid x \in T, x \in A \vee x \in B\}$.

Notăm cu $|A|$ sau Card(A) (citim cardinal de A) numărul de elemente ale mulțimii A.

Fie mulțimile A și B. Atunci $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

Diferența mulțimilor A și B este mulțimea notată $A - B$, formată din elementele lui T care aparțin lui A și nu aparțin lui B. $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$.



Produsul cartezian a n mulțimi $A_1, A_2, \ldots A_n$ este mulțimea
$A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n) \mid x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, \ldots x_n \in A_n\}$.

Principiul inducției matematice

Fie o propoziție p_n, $n \in \mathbb{N}$. Dacă p_0 este adevărată și „$\forall\ k \in \mathbb{N}$, $p_k \to p_{k+1}$" este adevărată, atunci „$\forall\ n \in \mathbb{N}$, p_n" este propoziție adevărată.

Formule care pot fi demonstrate prin inducție matematică:

$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$,

$1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Progresii

Progresii aritmetice

Șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ se numește progresie aritmetică de rație r și se notează $\div(a_n)_{n\geq 1}$, dacă $a_{n+1} = a_n + r$, $\forall n \geq 1$.

Fie $\div(a_n)$ de rație r. Avem:

$a_n = \dfrac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$, $\forall n \geq 2$

$a_n = a_1 + (n-1)r$, $\forall n \geq 1$

$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2} = \dfrac{[2a_1 + (n-1)r]n}{2}$

Progresii geometrice

Șirul $(b_n)_{n\geq 1}$ se numește progresie geometrică de rație $q \neq 0$ și se notează $\div\!\div(b_n)_{n\geq 1}$, dacă

$b_{n+1} = b_n \cdot q$, $\forall n \geq 1$.

Fie $\div\!\div(b_n)$ de rație q. Avem:

$b_n^2 = b_{n-1} b_{n+1}$, $\forall n \geq 2$

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, $\forall n \geq 1$

$$S_n = b_1 + b_2 + \ldots + b_n = \begin{cases} nb_1 & \text{, dacă } q = 1 \\ b_1 \dfrac{(q^n - 1)}{q - 1}, & \text{dacă } q \neq 1 \end{cases}$$

Funcții

Funcția afină

Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcție afină definită prin relația $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Funcția f este strict crescătoare, dacă $a > 0$ și este strict descrescătoare, dacă $a < 0$.

Funcția f este constantă, dacă $a = 0$.

Dacă $a > 0$, atunci $f < 0$ pe intervalul $(-\infty, -\frac{b}{a})$ și $f > 0$ pe intervalul $(-\frac{b}{a}, \infty)$.

Dacă $a < 0$, atunci $f > 0$ pe intervalul $(-\infty, -\frac{b}{a})$ și $f < 0$ pe intervalul $(-\frac{b}{a}, \infty)$.

Numim *produs cartezian al mulțimilor A și B* mulțimea notată $A \times B$ a perechilor cu primul element din A și al doilea din B. $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ și } y \in B\}$.

Un reper cartezian xOy în plan determină o împărțire a planului în patru *cadrane*:

$\mathrm{I} = \{M(x,y) | x > 0, y > 0\}$ $\quad$ $\mathrm{II} = \{M(x,y) | x < 0, y > 0\}$

$\mathrm{III} = \{M(x,y) | x < 0, y < 0\}$ $\quad$ $\mathrm{IV} = \{M(x,y) | x > 0, y < 0\}$.

O dreaptă de ecuație $y = ax + b$ separă planul în două semiplane disjuncte:

I. Semiplanul aflat deasupra dreptei d, adică $S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} \mid y > ax + b\}$;

II. Semiplanul aflat sub dreapta d, adică $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} \mid y < ax + b\}$.

Funcția de gradul al II-lea

Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac$

Dacă $\Delta > 0$ semnul funcției f este:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		sgn a	0	$-$ sgn a	0	sgn a	

Dacă $\Delta = 0$ semnul funcției f este:

x	$-\infty$		$x_1 = x_2$		$+\infty$
$f(x)$		sgn a	0	sgn a	

Dacă $\Delta < 0$ semnul funcției f este:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		sgn a	

Descompunerea trinomului $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ în produs
$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației $ax^2 + bx + c = 0$.

Relațiile lui Viète. Fie x_1, x_2 soluțiile ecuației $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0, \Delta \geqslant 0)$.
Notăm: $S = x_1 + x_2$, $P = x_1 \cdot x_2$. Atunci $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ și $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

Formarea ecuației $ax^2 + bx + c = 0$ când se cunosc soluțiile sale

Fie $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $S = x_1 + x_2$ și $P = x_1 \cdot x_2$. Atunci x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - Sx + P = 0$.

Clasa a XI-a

Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare

Transpusa unei matrice $A=(a_{ij})_{\substack{i=\overline{1,m}\\ j=\overline{1,n}}}$ cu m linii și n coloane este o matrice notată ${}^tA=(b_{ij})_{\substack{i=\overline{1,n}\\ j=\overline{1,m}}}$ cu n linii și m coloane, unde $b_{ij}=a_{ji}$, $\forall i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}$.

Determinantul matricei de ordin 2 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, este $\Delta=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$.

Determinantul matricei de ordin 3, $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ este numărul

$$\Delta=\det A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{31}a_{12}a_{23}-a_{31}a_{22}a_{13}-a_{32}a_{23}a_{11}-a_{33}a_{21}a_{12}.$$

Regula minorilor (Dezvoltarea determinantului după o linie sau coloană)

Alegem o linie sau o coloană și înmulțim fiecare element a_{ij} al acestei linii sau coloane cu determinantul de ordin inferior obținut prin eliminarea liniei i și a coloanei j și cu $(-1)^{i+j}$; adunăm produsele astfel obținute și obținem valoarea determinantului.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=(-1)^{1+1}a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}+(-1)^{1+2}a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}+(-1)^{1+3}a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}=$$

$$=-a_{21}\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}+a_{22}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}-a_{23}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}=\ldots$$

Proprietățile determinanților

I. Determinantul unei matrice este egal cu determinantul matricei transpuse.

II. O matrice care are o linie (sau o coloană) cu toate elementele 0, are determinantul 0.

III. Dacă înmulțim toate elementele unei linii (sau coloane) dintr-o matrice cu un număr, valoarea determinantului matricei se înmulțește cu acel număr.

IV. Dacă într-o matrice adunăm toate elementele unei linii (respectiv coloane) cu elementele corespunzătoare unei alte linii (respectiv coloane) înmulțite cu un număr, valoarea determinantului nu se schimbă.

V. Dacă o matrice are două linii (respectiv coloane) proporționale, atunci determinantul este nul.

VI. Dacă schimbăm între ele două linii (sau două coloane) dintr-o matrice pătratică, atunci valoarea determinantului se înmulțește cu -1.

VII. Dacă matricele A și B diferă printr-o singură linie i, atunci determinantul matricei care are pe linia i suma celor două linii i din matricele A și B este egal cu suma $\det A+\det B$. Avem un enunț similar pentru coloane.

VIII. Determinantul produsului a două matrice pătratice de același ordin este egal cu produsul determinanților acestor matrice.

IX. Dacă o linie (respectiv coloană) a determinantului unei matrice este o combinație liniară a celorlalte linii (respectiv coloane) ale aceluiași determinant, atunci determinantul este nul.

Valoarea Δ a determinantului matricei asociate unui sistem determină compatibilitatea sistemului (existența soluțiilor): dacă $\Delta \neq 0$, sistemul este *compatibil determinat* (are o soluție unică); dacă $\Delta = 0$, atunci sistemul poate fi *incompatibil* (nu are soluții) sau *compatibil nedeterminat* (are o infinitate de soluții).

Metoda lui Cramer

Fie $\mathscr{S}$ un sistem liniar cu n necunoscute x_i, $i = \overline{1, n}$, și n ecuații; fie Δ determinantul său. Presupunem $\Delta \neq 0$. Notăm cu Δ_{x_i}, $i = \overline{1, n}$, determinantul obținut din Δ prin înlocuirea coloanei corespunzătoare coeficienților necunoscutei x_i cu coloana termenilor liberi.

Soluțiile sistemului liniar $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$ sunt $x_1 = \dfrac{\Delta_{x_1}}{\Delta}$ și $x_2 = \dfrac{\Delta_{x_2}}{\Delta}$.

Soluțiile sistemului liniar $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$ sunt $x_1 = \dfrac{\Delta_{x_1}}{\Delta}$; $x_2 = \dfrac{\Delta_{x_2}}{\Delta}$ și $x_3 = \dfrac{\Delta_{x_3}}{\Delta}$.

Un sistem liniar omogen are toți determinanții Δ_{x_i} nuli; deci admite întotdeauna cel puțin soluția nulă $(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0)$. Acest sistem admite și soluții nenule dacă $\Delta = 0$.

♦ Fie $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{C})$ o matrice pătratică de ordinul n cu coeficienți în $\mathbb{C}$. Matricea A este inversabilă dacă și numai dacă $\det A \neq 0$. Matricea inversă a matricei A este $A^{-1} = \dfrac{1}{\det A} A^*$, unde A^* se obține înlocuind fiecare element al matricei transpuse ${}^tA$ cu complementul său algebric $\delta_{ij} = (-1)^{i+j} d_{ij}$, $1 \leqslant i \leqslant n, 1 \leqslant j \leqslant n$, unde d_{ij} este minorul ele-

[illegible] prin eliminarea liniei i și a coloanei j).

RECAPITULAREA MATERIEI PRIN EXERCIŢII ŞI PROBLEME

1. Mulţimi de numere

1. Ordonaţi crescător numerele $\log_{\frac{1}{2}} 16$, $\sqrt[3]{-8}$, $\log_2 1$.

2. Arătaţi ca $2^{-1}+2^{-2}=0{,}75$. (examen iunie, 2012)

3. Determinaţi elementele mulţimii $A=\{x\in\mathbb{N} \mid |2x-1|\le 1\}$.

4. Determinaţi a 2015-a zecimală a numărului $0,(285714)$.

5. Demonstraţi că $(1+\sqrt{2})^2+(1-\sqrt{2})^2$ este un număr natural.

6. Calculaţi $\log_3\sqrt[3]{9}-\log_2 4+\log_6 1$

7. Calculaţi $\log_2\frac{1}{8}-\sqrt[3]{27}$. (examen iunie, 2010)

8. Calculaţi $\log_6 24-\log_6 4$.

9. Calculaţi $\log_3 6+\log_3 2-\log_3 4$.

10. Calculaţi $2\log_3 4-\log_3 2$.

11. Calculaţi $\log_2 3-\log_2\frac{3}{2}$.

12. Calculaţi $\log_3 5+\log_3 6-\log_3 10$.

13. Arătaţi că $\log_2 4+\log_3 9<\sqrt{36}$.

14. Verificaţi dacă $\dfrac{\log_5 18-\log_5 2}{\log_5 3}=2$.

15. Arătaţi că $\log_2\frac{1}{4}-\sqrt[3]{-8}=0$.

16. Calculaţi $\lg(\mathrm{tg}40°)\cdot\lg(\mathrm{tg}41°)\cdot\ldots\cdot\lg(\mathrm{tg}45°)$.

17. Se consideră numărului $a=\log_2 3$. Arătaţi că $\log_2 18=2a+1$.

18. Arătaţi că $\log_3 18=\dfrac{3+a}{2}$, unde $\log_3 12=a$.

19. Calculaţi $i\cdot i^2\cdot i^3\cdot\ldots\cdot i^9$.

20. Calculaţi $(1-i)(1-i^2)\ldots.(1-i^{2014})$.

21. Arătaţi că $\dfrac{25}{4+3i}+\dfrac{25}{4-3i}\in\mathbb{Z}$.

22. Arătaţi că $1+2+3+\ldots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ pentru orice număr natural n nenul.

23. Arătaţi că $1+4+7+\ldots+(3n-2)=\dfrac{n(3n-1)}{2}$ pentru orice număr n natural nenul.

24. Arătaţi că $1+5+5^2+\ldots+5^n=\dfrac{5^{n+1}-1}{4}$.

2. Ecuaţii, inecuaţii. Sisteme de ecuaţii

1. Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x^2-3x<-5x+3$.

2. Calculaţi suma soluţiilor întregi ale inecuaţiei $x^2-5x+5\le 1$.

3. Determinaţi soluţiile întregi ale inecuaţiei $3x^2+9x-8<2(x+1)$.

4. Determinaţi soluţiile întregi ale inecuaţiei $(x-1)^2+x-7<0$.

5. Rezolvaţi inecuaţia $\frac{2}{x-3}<0$. (examen iunie, 2011)

6. Rezolvaţi inecuaţia $(x-2)(x+1)\le 3(x+1)$.

7. Determinaţi soluţiile reale ale inecuaţiei $\frac{2x+3}{x^2+x+1}\le 1$.

8. Determinaţi soluţiile reale ale ecuaţiei $\sqrt{7-x}=1$.

9. Rezolvaţi ecuaţia $\sqrt{2x+3}=x$.

10. Determinaţi numerele reale x pentru care este verificată egalitatea $\sqrt{x^2+1}=2$.

11. Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\sqrt{x-1}=x-3$. (examen iunie, 2011)

12. Rezolvaţi ecuaţia $\sqrt{x^2-x-2}=x-2$.

13. Rezolvaţi ecuaţia $\sqrt{3x+4}=2\sqrt{x}$.

14. Rezolvaţi ecuaţia $49^x-7=0$.

15. Determinaţi soluţia reală a ecuaţiei $125^x=\frac{1}{5}$.

16. Determinaţi soluţiile reale ale ecuaţiei $2^{x^2}=16$.

17. Determinaţi soluţia reală a ecuaţiei $2^{x-1}+2^x=12$.

18. Rezolvaţi ecuaţia $3^x+2\cdot 3^{x+1}=7$.

19. Rezolvaţi ecuaţia $2^{x^2+x+1}=8$.

20. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2-3^{x^2-1}=1$. (examen iunie, 2010)

21. Rezolvaţi ecuaţia $4^x-6\cdot 2^x+8=0$.

22. Rezolvaţi ecuaţia $2^{x^2-4x}=\frac{1}{8}$.

23. Rezolvaţi ecuaţia $3^{2x-5}=3^{x^2-8}$.

24. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\frac{1}{2^x}=\frac{4^x}{8}$.

25. Rezolvaţi ecuaţia $2^{\sqrt{x-1}}=4$.

26. Rezolvaţi ecuaţia $3^x+3^{-x}=\frac{10}{3}$.

27. Rezolvaţi ecuaţia $(3+2\sqrt{2})^x=(1+\sqrt{2})^x$.

28. Determinaţi soluţia reală a ecuaţiei $\log_2(x-3)=0$.

INDICAŢII ŞI REZOLVĂRI

1. Mulţimi de numere

1. $\log_{\frac{1}{2}} 16 = -4; \sqrt[3]{-8} = -2; \log_6 1 = 0$. Avem $-4 < -2 < 0$, deci $\log_{\frac{1}{2}} 16 < \sqrt[3]{-8} < \log_6 1$.

2. $2^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$.

3. Din $|2x-1| \le 1$, avem $-1 \le 2x-1 \le 1$, de unde $0 \le x \le 1$. Cum $x \in \mathbb{N} \Rightarrow A = \{0,1\}$.

4. Cum $2015 = 6 \cdot 335 + 5$, atunci a 2015-a zecimală a numărului 0,(285714) este 1.

5. $1 + 2\sqrt{2} + 2 + 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 6 \in \mathbb{N}$.

6. $\log_3 \sqrt[3]{9} - \log_2 4 + \log_6 1 = \log_3 3^{\frac{2}{3}} - 2 + 0 = \frac{2}{3} - 2 = \frac{-4}{3}$.

7. $\log_2 \frac{1}{8} - \sqrt[3]{27} = -3 - 3 = -6$.

8. $\log_6 24 - \log_6 4 = \log_6 6 = 1$.

9. $\log_3 6 + \log_3 2 - \log_3 4 = \log_3 \frac{6 \cdot 2}{4} = \log_3 3 = 1$.

10. $2\log_3 4 - 4\log_3 2 = \log_3 16 - \log_3 16 = 0$.

11. $\log_2 3 - \log_2 3 + \log_2 2 = 1$.

12. $\log_3 \frac{5 \cdot 6}{10} = \log_3 3 = 1$.

13. $\log_2 4 + \log_3 9 = 2 + 2 = 4 < 6 = \sqrt{36}$ (A).

14. $\frac{\log_5 18 - \log_5 2}{\log_5 3} = \frac{\log_5 \frac{18}{2}}{\log_5 3} = \frac{\log_5 9}{\log_5 3} = \frac{2\log_5 3}{\log_5 3} = 2$.

15. $\log_2 2^{-2} - \sqrt[3]{(-2)^3} = -2 + 2 = 0$.

16. Cum $\mathrm{tg}45° = 1$ şi lg 1 = 0 rezultă că lg(tg40°) lg(tg41°) · ... · lg(tg45°) = 0.

17. $\log_2 18 = \log_2 2 \cdot 9 = \log_2 2 + \log_2 3^2 = 1 + 2\log_2 3 = 1 + 2a$.

18. $\log_3 18 = \log_3 3^2 \cdot 2 = 2\log_3 3 + \log_3 2 = 2 + \log_3 2$. Dar $a = \log_3 12 = \log_3 2^2 \cdot 3 =$

$= \log_3 2^2 + \log_3 3 = 2\log_3 2 + 1 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{a-1}{2} \Rightarrow \log_3 18 = \frac{3+a}{2}$.

19. $i \cdot i^2 \cdot \ldots \cdot i^9 = i^{\frac{9 \cdot 10}{2}} = i^{45} = i^{44} \cdot i = (i^4)^{11} \cdot i = 1 \cdot i = i$.

20. Deoarece $i^4 = 1 \Rightarrow 1 - i^4 = 0$, atunci produsul este egal cu 0.

21. Amplificând fiecare fracţie cu conjugatul numărului complex aflat la numitor obţinem $\frac{25(4-3i)}{25} + \frac{25(4+3i)}{25} = 4 - 3i + 4 + 3i = 8 \in \mathbb{Z}$.

22. Considerăm propoziţia $P(n): 1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Avem $P(1)$: $1 = \frac{1(1+1)}{2}$

MODELE DE TESTE SĂPTĂMÂNALE PENTRU RECAPITULARE

Testul 1

Subiectul I

1. Ordonați crescător numerele $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$, 64 și $\sqrt[3]{8}$.
2. Demonstrați că numărul $\sqrt[3]{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{3}$ este natural.
3. Determinați conjugatul numărului complex $z = 3 + i$.
4. Determinați elementele mulțimii $A=\{x\in\mathbb{N} \mid |2x-1|\le 1\}$.
5. Determinați a 2015-a zecimală a numărului 0,(285714).
6. Calculați $\sqrt[3]{9}-\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$.

Subiectul al II-lea

1. **a)** Demonstrați că $(1+\sqrt{2})^2+(1-\sqrt{2})^2$ este un număr natural.

   b) Calculați: $\left[5,(6)-\frac{15}{4}+0,75\right]:\frac{8}{3}$.

   c) Arătați că $(2+3i)(i-2)=-7-4i$.

2. **a)** Se consideră mulțimea $G=(0,+\infty)\setminus\{1\}$ și operația $x\circ y=x^{3\ln y}$, $\forall x,y\in G$.

   Arătați că operația „$\circ$" este asociativă pe mulțimea G.

Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+11$.

   b) Arătați că legea de compoziție „$\circ$" este asociativă.

   c) Rezolvați ecuația $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{\text{de 6 ori } x}=1$.

Subiectul al III-lea

1. **a)** Calculați $1-1:\left(1-\frac{1}{2}\right)$.

   b) Calculați produsul primelor 3 zecimale ale numărului real $\sqrt{26}$.

   c) Determinați a 2014-a zecimală a numărului 5,(43210).

2. Se consideră mulțimea $G=(2,+\infty)$ și operația $x\circ y=xy-2(x+y)+6$, $\forall x,y\in G$

   a) Arătați că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$, $\forall x,y\in G$.

   b) Demonstrați că $x\circ y\in G$, pentru $\forall x\circ y\in G$.

   c) Aflați elementele simetrizabile ale mulțimii G în raport cu legea „$\circ$".

Testul 2

Subiectul I

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-3$. Determinați $f(-4)\cdot f(-3)\cdot\ldots\cdot f(3)\cdot f($
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Calculați $f(-2)+f(-1)+f(0)+f($

3. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-25$. Calculați $f(-5)\cdot f(-4)\cdot\ldots\cdot f(0)\cdot\ldots\cdot f(4)\cdot f(5)$.
4. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-11x+30$. Calculați $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(6)$.
5. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-3x+2$. Calculați $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(2015)$.
6. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$. Calculați $f(0)+f(1)+\ldots+f(5)$.

Subiectul al II-lea

1. **a)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2+x$. Calculați $f(1)+f(2)+\ldots+f(20)$.

b) Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2015x-2014$. Verificați dacă punctul $A\left(\frac{2016}{2015},2\right)$ aparține graficului funcției *f*.

c) Fie funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x-4}{x+2015}$. Calculați $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\ldots\cdot f(10)$.

2. Pe mulțimea $G=(-1,1)$ se consideră legea de compoziție $x*y=\frac{x+y}{1+xy}$.

a) Calculați $\frac{1}{2}*\frac{1}{2}$.

b) Verificați dacă $f(x*y)=f(x)\cdot f(y)$, unde $f:(-1,1)\to(0,+\infty)$, $f(x)=\frac{1-x}{1+x}$.

c) Demonstrați că legea „*" este asociativă.

Subiectul al III-lea

1. **a)** Se consideră funcția $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ definită prin $f(x)=\frac{x^3}{x+1}$. Calculați $\int(x+1)\cdot f(x)\,dx$, unde $x\in[0,1]$.

b) Se consideră funcția $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x(1+\ln x)}$. Arătați că orice primitivă a funcției *f* este crescătoare pe $[1,+\infty)$.

c) Se consideră funcțiile $f,g:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^3}{x+1}$, $g(x)=f''(x)$. Determinați primitiva funcției *g* a cărei asimptotă spre $+\infty$ este dreapta de ecuație $y=2x$.

2. **a)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x+1, & x<0\\ \frac{1}{x+1}-\sqrt{x}, & x\ge 0\end{cases}$. Demonstrați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

b) Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2}$. Determinați primitiva $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției *f*, care verifică relația $F(1)=0$.

c) Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x+1)^2}$. Arătaţi că primitivele funcţiei f sunt funcţii crescătoare pe $(0,+\infty)$.

Testul 3

Subiectul I

1. Determinaţi al zecelea termen al şirului 1, 7, 13, 19, ...
2. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_3=5$ şi $a_6=11$. Calculaţi a_9.
3. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_2=5$ şi $r=3$. Calculaţi a_8.
4. Determinaţi al nouălea termen al unei progresii geometrice, ştiind că raţia este egală cu $\frac{1}{3}$ şi primul termen este 243.
5. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ în care $b_1=2$ şi $b_2=6$. Calculaţi b_5.
6. Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1=3$ şi $b_2-b_1=3$.

Subiectul al II-lea

1. a) Determinaţi numărul real pozitiv x, ştiind că şirul $1, x, x+2, 8, \ldots$ este progresie geometrică.

Pe mulţimea numerelor reale definim legile de compoziţie $x*y=xy-2x-2y+6$ şi $x\circ y=xy-3(x+y)+12$.

b) Verificaţi dacă $(x*2)-(3\circ x)=-1$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

c) Ştiind că e_1 este elementul neutru în raport cu legea de compoziţie „$*$" şi e_2 este elementul neutru în raport cu legea de compoziţie „$\circ$", calculaţi $e_1*e_2+e_1\circ e_2$.

2. a) Fie matricea $A_x=\begin{pmatrix}2015^x & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & x & 1\end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$ şi mulţimea $G=\{A_x \mid x\in\mathbb{R}\}\subset M_3(\mathbb{R})$.

Arătaţi că $G=\{A_x \mid x\in\mathbb{R}\}$ este grup în raport cu înmulţirea matricelor.

Se consideră mulţimea $G=\{A_x \mid x\in\mathbb{R}\}$, unde matricea $A_x=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ x & 0 & 1\end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{Z}$.

b) Determinaţi elementul neutru din grupul $(G,\cdot)$.

c) Arătaţi că funcţia $f:\mathbb{Z}\to G$, $f(x)=A_x$, este morfism între grupurile $(\mathbb{Z},+)$ şi $(G,\cdot)$.

Subiectul al III-lea

1. În mulţimea numerelor reale definim operaţia $x\circ y=2xy-6x-6y+21$.

a) Verificaţi dacă $x\circ y=2(x-3)(y-3)+3$ pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

b) Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $x\circ x=11$.

c) Ştiind că operaţia „$\circ$" este asociativă, calculaţi $1\circ\sqrt{2}\circ\sqrt{3}\circ\ldots\circ\sqrt{2015}$.

INDICAȚII ȘI REZOLVĂRI

Testul 1

Subiectul I

1. Avem $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=2^4$; $64=2^6$ și $\sqrt[3]{8}=2$, deci $\sqrt[3]{8}<\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}<64$.

2. $\sqrt[3]{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{3}=(\sqrt[3]{3})^3-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\in\mathbb{N}$.

3. $\bar{z}=3-i$.

4. Din $|2x-1|\le 1$, avem $-1\le 2x-1\le 1$, de unde $0\le x\le 1$. Cum $x\in\mathbb{N}$, rezultă că $A=\{0,1\}$.

5. Cum $2015=6\cdot 335+5$, atunci a 2015-a zecimală a numărului $0,(285714)$ este 1.

6. $\sqrt[3]{9}-\frac{3}{\sqrt[3]{3}}=\frac{\sqrt[3]{27}-3}{\sqrt[3]{3}}=\frac{3-3}{\sqrt[3]{3}}=0$.

Subiectul al II-lea

1. a) $1+2\sqrt{2}+2+1-2\sqrt{2}+2=6\in\mathbb{N}$.

b) $\left[5,(6)-\frac{15}{4}+0,75\right]:\frac{8}{3}=\left(5\frac{6}{9}-\frac{15}{4}+\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{3}{8}=\left(\frac{17}{3}-3\right)\cdot\frac{3}{8}=\frac{8}{3}\cdot\frac{3}{8}=1$.

c) $(2+3i)(i-2)=2i-4+3i^2-6i=-7-4i$.

2. a) Legea „$\circ$" este asociativă dacă : $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z), \forall x,y,z\in G$.

Cum $(x\circ y)\circ z=\left(x^{3\ln y}\right)\circ z=\left(x^{3\ln y}\right)^{3\ln z}=x^{9\ln y\cdot\ln z}$ și

$x\circ(y\circ z)=x\circ\left(y^{3\ln z}\right)=x^{3\ln\left(y^{3\ln z}\right)}=x^{9\ln z\ln y}=x^{9\ln y\ln z}$, rezultă că legea este asociativă.

b) $\forall x, y, z\in\mathbb{R}$, $(x\circ y)\circ z=(x+y+11)\circ z=x+y+z+22$,
$x\circ(y\circ z)=x\circ(y+z+11)=x+y+z+22$.
Deci $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z)$, $\forall x, y, z\in\mathbb{R}$, adică legea „$\circ$" este asociativă.

c) $\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{\text{de 6 ori}}=6x+55$. Ecuația devine $6x+55=1\Rightarrow x=-9$.

Subiectul al III-lea

1. a) $1-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=1-2=-1$.

b) $\sqrt{26}=5,0\ldots$, deci produsul primelor 3 zecimale este egal cu 0.

c) Cum $2014=5\cdot 402+4$, atunci a 2014-a zecimală este 1.

2. a) $x\circ y=xy-2x-2y+6=xy-2x-2y+4+2=x(y-2)-2(y-2)+2=$
$=(x-2)(y-2)+2$, $\forall x, y\in G$.

b) Fie $x, y\in G$, $x>2; y>2$, adică $x-2>0$ și $y-2>0$, de unde
$(x-2)(y-2)>0$, $(x-2)(y-2)+2>2$. Rezultă $x\circ y>2$. Deci $x\circ y\in(2,+\infty)=G$.

c) Fie e elementul neutru; $x\circ e=e\circ x=x$, adică $(x-2)(e-2)+2=x$.

$(x-2)(e-3)=0 \Rightarrow e=3$.

Pentru $\forall x \in G, \exists x' \in G$ dacă $x \circ x' = x' \circ x = e$, adică $xx' - 2x - 2x' + 6 = 3$,

$x'(x-2) = 2x - 6 + 3$, $x' = \dfrac{2x-3}{x-2} = \dfrac{2x-4+1}{x-2} = \dfrac{2(x-2)}{x-2} + \dfrac{1}{x-2} = 2 + \dfrac{1}{x-2} > 2$. Atunci

$x' \in G,\ \forall x \in G$.

Testul 2

Subiectul I

1. $f(x) = 0$ dacă $x = 3$; deci $f(3) = 0$. Atunci $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \ldots \cdot f(4) = 0$.

2. $f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$, $f(-1) = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$, $f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$,
$f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$, deci $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) = 0$.

3. Avem $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 25$. Cum pentru $x = 5, f(5) = 0$, atunci
$f(-5) f(-4) \cdot \ldots \cdot f(0) \cdot f(1) \cdot \ldots \cdot f(5) = 0$.

4. Din $f(x) = 0$, adică $x^2 - 11x + 30 = 0$, obținem $x \in \{5, 6\}$. Rezultă că
$f(5) = f(6) = 0$. Deci $f(0) \cdot f(1) \cdot \ldots \cdot f(5) \cdot f(6) = 0$.

5. $f(x) = -x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x-1)$, deci $f(1) = 0$. Rezultă că produsul este egal cu 0.

6. $f(0) = 2 \cdot 0 + 3, f(1) = 2 \cdot 1 + 3, \ldots, f(5) = 2 \cdot 5 + 3 \Rightarrow f(0) + f(1) + \ldots + f(5) =$
$= 2(0 + 1 + \ldots + 5) + 6 \cdot 3 = 2 \cdot 15 + 18 = 48$.

Subiectul al II-lea

1. a) Avem $f(1) + f(2) + \ldots + f(20) = 3 + 4 + \ldots + 22 = (3+22) \cdot 10 = 250$ (sunt 20 de termeni).

b) $A \in G_f$ dacă $f\left(\dfrac{2016}{2015}\right) = 2$. Avem $2015 \cdot \dfrac{2016}{2015} - 2014 = 2$, adică $2 = 2$ (A).

c) $f(4) = 0$, deci valoarea produsului este egală cu 0.

2. a) $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \dfrac{4}{5}$;

b) $f(x * y) = \dfrac{1 - x * y}{1 + x * y} = \left(1 - \dfrac{x+y}{1+xy}\right) : \left(1 + \dfrac{x+y}{1+xy}\right) = \dfrac{1 + xy - x - y}{1 + xy} \cdot \dfrac{1+xy}{1 + xy + x + y} =$

$= \dfrac{(1-x)(1-y)}{(1+x)(1+y)} = f(x) f(y)$.

c) $(x * y) * z = \dfrac{x + y + z + xyz}{1 + xy + xz + yz} = x * (y * z), \forall x, y, z \in G \Rightarrow$ legea „*” este asociativă.

Subiectul al III-lea

1. a) $\int (x+1) f(x) dx = \int x^3 dx = \dfrac{x^4}{4} + \mathscr{C}$.

b) Fie $F : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$ o primitivă a funcției $f : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$, atunci $F'(x) = f(x)$ și $f(x) > 0, \forall x \in [1, +\infty)$, deci F este funcție strict crescătoare pe $[1, +\infty)$.

c) O primitivă este de forma: $G:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $G(x)=\frac{2x^3+3x^2}{(x+1)^2}+\mathscr{C}$.

$\int g(x)\,dx=\int f''(x)\,dx=f'(x)+\mathscr{C}=\frac{2x^3+3x^2}{(x+1)^2}+\mathscr{C}=2x-1+\frac{1}{(x+1)^2}+\mathscr{C}.$

Asimptota spre $+\infty$ a funcției G este de forma $y=mx+n$, unde $m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{G(x)}{x}=$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{2x^3+3x^2}{x(x+1)^2}+\frac{\mathscr{C}}{x}\right]=2$ și $n=\lim\limits_{x\to\infty}[G(x)-2x]=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{-x^2-2x}{(x+1)^2}+\mathscr{C}\right)=\mathscr{C}-1$. Obținem

$y=2x+\mathscr{C}-1$. Deci $\mathscr{C}-1=0$ dacă $\mathscr{C}=1$. Primitiva căutată este $G(x)=\frac{2x^3+3x^2}{(x+1)^2}+1$.

2. a) f este continuă pe $\mathbb{R}^*$. Din $f(0)=f_s(0)=f_d(0)=1$ rezultă că f este continuă și în 0. Deci f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

b) $\int f(x)dx=\int\frac{1}{x^2}\,dx=\frac{-1}{x}+\mathscr{C}$. O primitivă a funcției f este $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,

$F(x)=-\frac{1}{x}+\mathscr{C}$. Din $F(1)=0$, adică $-1+\mathscr{C}=0$, obținem $\mathscr{C}=1$. Primitiva căutată

este $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=1-\frac{1}{x}$.

c) F primitiva funcției f, deci $F'(x)=f(x)$; $F'(x)=\frac{2x+1}{x^2(x+1)^2}>0,\ \forall x>0$, deci F

este funcție crescătoare pe $(0,+\infty)$.

Testul 3

Subiectul I

1. Observăm că termenii șirului sunt în progresie aritmetică. Avem $a_1=1$ și $r=6$. Deci $a_{10}=a_1+9r=1+9\cdot6=55$.

2. Din $a_n=a_1+(n-1)\cdot r$ rezultă că $a_3=a_1+2r=5$ și $a_6=a_1+5r=11$, de unde $a_1=1$ și $r=2$. Atunci $a_9=17$.

3. $\left.\begin{array}{l}a_2=5\\ r=3\end{array}\right\}$. Rezultă că $a_1=a_2-r=2$. Atunci $a_8=a_1+7r=23$.

4. Din formula $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$, rezultă că $b_9=b_1\cdot q^8$, adică $b_9=243\cdot\frac{1}{3^8}=\frac{1}{27}$.

5. Dacă $b_2=b_1\cdot q=6$ rezultă că $q=\frac{6}{2}=3$. Atunci $b_5=b_1\cdot q^4=2\cdot81=162$.

6. $b_2-b_1=3,\ b_1q-b_1=3,\ b_1(q-1)=3,\ q-1=1\Rightarrow q=2$.

Subiectul al II-lea

1. a) $b_1=1, b_2=x, b_3=x+2, b_4=8$. Avem $b_4=b_1\cdot q^3$, deci $8=1\cdot q^3\Rightarrow q=2$. Rezultă că $b_2=b_1\cdot q=2=x$.

b) $x*2=2x-2x-4+6=2$, $3\circ x=3x-9-3x+12=3$. Obținem $2-3=-1$ (A).