Nicolae Ivășchescu Ion Pătrașcu

MATEMATICĂ

Clasele 3-4

- **Tipuri de probleme**
  - repere teoretice
  - probleme rezolvate
  - aplicații propuse
- **Performanță**
  - Concursuri școlare
  - Olimpiada de matematică

Editura CARMINIS

CUPRINS

18. La o patiserie s-a adus de 503 ori mai multă făină decât esență de vanilie și de 4 ori mai puțin zahăr decât făină. Ce cantitate s-a adus din fiecare produs, știind că în total s-au adus 2 519 kg?

(prof. Nicolae Ivășchescu, S.P. 12.245, G.M. nr. 4/2012)

19. Suma a trei numere naturale este 2 010. Al doilea număr este mai mare decât primul cu tot atât cu cât este mai mare al treilea număr decât al doilea. Aflați al doilea număr.

(prof. Nicolae Ivășchescu)

20. Aflați patru numere naturale consecutive care au suma 2 010.

(prof. Nicolae Ivășchescu, P. 243, R.M.T. nr. 4/2009)

METODA COMPARAȚIEI

I. DESCRIEREA METODEI

Problemele care se rezolvă prin această metodă fac referire la două mărimi M și N care trebuie aflate. Despre aceste mărimi M și N cunoaștem valorile a două sume de tipul mM + nN, unde „m" și „n" sunt numere naturale date. Metoda constă în folosirea proprietăților egalităților pentru eliminarea uneia dintre mărimi și obținerea unei relații cu o singură necunoscută.

Așezarea datelor într-o astfel de problemă se face respectând condițiile impuse mărimilor, astfel încât comparația dintre valorile aceleiași mărimi să fie pusă în evidență așezând valorile de același fel, unele sub altele.

<u>*Observație*</u>

Practic, prin metoda comparației se rezolvă probleme ce conduc la un sistem de două ecuații cu două necunoscute, de forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}.$$

II. PROBLEME REZOLVATE

1. Într-un depozit sunt 5 saci cu făină și 2 saci cu orez, cântărind împreună 544 kg, iar în alt depozit 15 saci cu făină și 4 saci cu orez cântărind împreună 1 488 kg. Cât cântărește un sac cu făină și cât cântărește un sac cu orez, știind că sacii sunt de același tip?

Rezolvare

5 saci făină .... 2 saci orez .... 544 kg
15 saci făină .... 4 saci orez .... 1 488 kg

Dacă mărim cantitățile de făină și orez din primul depozit de 2 ori, datele problemei vor apărea astfel:

10 saci făină .... 4 saci orez .... 1 088 kg
15 saci făină .... 4 saci orez .... 1 488 kg

Observăm că diferența dintre numărul de kilograme, adică: 1 488 kg – 1 088 kg = = 400 kg este dată de cei 15 – 10 = 5 saci de făină aflați în plus în cel de-al doilea depozit.

Prin urmare, un sac de făină cântărește 400 kg : 5 = 80 kg.

De asemenea, 2 saci cu orez cântăresc 544 kg – 400 kg = 144 kg.

Deci un sac de orez cântărește 144 kg : 2 = 72 kg.

2. 7 înghețate și 5 prăjituri costă 31 de lei, iar 3 înghețate și 2 prăjituri costă 13 lei. Aflați cât costă o înghețată și o prăjitură.

Rezolvare

7 înghețate .... 5 prăjituri .... 31 lei
3 înghețate .... 2 prăjituri .... 13 lei

Observăm că 6 înghețate și 4 prăjituri costă 26 de lei.

Deci:

7 înghețate .... 5 prăjituri .... 31 lei
6 înghețate .... 4 prăjituri .... 26 lei

Rezultă (făcând scăderea) că:

1 înghețată .... 1 prăjitură .... 5 lei
Deci 2 înghețate .... 2 prăjituri .... 10 lei
Deoarece 3 înghețate .... 2 prăjituri .... 13 lei
2 înghețate .... 2 prăjituri .... 10 lei

Obținem: o înghețată costă 3 lei și o prăjitură costă 2 lei.

3. Două robinete alimentează un bazin. Dacă primul robinet curge 3 ore, iar al doilea robinet curge 2 ore, în bazin se strâng 600 *l* de apă. Dacă primul robinet curge 2 ore, iar al doilea 3 ore, în bazin se vor strânge 400 *l* de apă. Ce capacitate are bazinul, știind că acesta este umplut în 6 ore dacă curg simultan cele două robinete?

(prof. Ion Pătrașcu)

Rezolvare

Notăm cu c_1 cantitatea de apă strânsă în bazin atunci când curge timp de o oră primul robinet (se mai numește și debitul robinetului) și cu c_2 cantitatea de apă strânsă într-o oră atunci când curge robinetul al doilea.

Avem: $3c_1 + 2c_2 = 600\ l$; $2c_1 + 3c_2 = 400\ l$. Adunând, obținem $5c_1 + 5c_2 = 1\,000\ l$. Împărțind prin 5, rezultă $c_1 + c_2 = 200\ l$. Capacitatea bazinului este $6 \times 200\ l = 1\,200\ l$.

4. Cu două bancnote de acelaşi fel am plătit 10 *l* de benzină şi am primit rest 40 de lei. Cu patru bancnote de acelaşi fel cu primele vreau să cumpăr 35 *l* de benzină, dar trebuie să mai plătesc încă 10 lei. Aflaţi cât costă 1 *l* de benzină şi care este valoarea unei bancnote.

(prof. Nicolae Ivăşchescu)

Rezolvare

Putem scrie problema astfel:

2 bancnote .... 10 *l* benzină .... – 40 lei

4 bancnote .... 35 *l* benzină .... + 10 lei

Înmulţind primul rând cu 2, adică presupunând că dublăm suma şi cantitatea de benzină, rezultă că folosind 4 bancnote cumpăr 20 *l* benzină şi primesc rest 80 de lei.

Aşezăm datele problemei astfel:

4 bancnote .... 35 *l* .... + 10 lei

4 bancnote .... 20 *l* .... – 80 lei

şi scăzându-le obţinem:

0 bancnote .... 15 *l* .... 10 lei – (–80) lei = 90 lei.

Observaţie. În efectuarea calculului 10 – (–80) am ţinut cont de regula a – (b – c) = = a – b + c, adică pentru a scădea dintr-un număr o diferenţă neefectuată scădem din număr descăzutul şi apoi adunăm scăzătorul. În cazul nostru avem a – (0 – c) = a – 0 + + c = a + c, adică 10 – (0 – 80) = 10 – 0 + 80 = 90. Deci 15 *l* de benzină costă 90 de lei, înseamnă că 1 *l* de benzină costă 90 : 15 = 6 lei. 2 bancnote au valoarea de 6 lei × 10 + + 40 lei = 100 de lei, adică o bancnotă are valoarea de 50 de lei.

III. PROBLEME PROPUSE

1. Un elev a cumpărat 16 caiete şi 12 creioane pentru care a plătit 52 de lei. Un alt elev a cumpărat 24 de caiete şi 18 creioane de acelaşi fel cu colegul său. Ce sumă a încasat librăria de la cei doi elevi?

2. Dacă 6 tricouri şi 7 bluze costă 209 lei, iar 6 tricouri şi 10 bluze costă 260 de lei, cât costă o bluză?

3. Dacă 2 kg de zahăr şi 3 kg de făină costă 12 lei, iar 4 kg de zahăr şi 10 kg de făină costă 32 de lei, aflaţi cât costă un kilogram de zahăr şi un kilogram de făină.

4. Un ogar urmăreşte o vulpe care are 12 sărituri înaintea lui. Câte sărituri va face ogarul până să ajungă vulpea, dacă el face 7 sărituri în timp ce vulpea face 8 şi că în 5 sărituri ogarul parcurge aceeaşi distanţă pe care o parcurge vulpea în 6 sărituri?

5. 3 kg de mere şi 5 kg de struguri costă 53 de lei, iar 3 kg de mere şi 7 kg de struguri de aceeaşi calitate costă 67 de lei. Câţi lei costă un kilogram de mere? Dar un kilogram de struguri?

Concursul internaţional de matematică „Arhimede" – IMAC
Ediţia a VI-a, iunie 2012, proba de baraj, clasa a III-a

I. a) Trei numere naturale consecutive, mai mici decât 1 000, discută între ele:

– Suma cifrelor mele este 25, în timp ce suma tuturor cifrelor voastre este abia 17, spune unul dintre numere.

Care este suma celor 3 numere? (4 p)

b) Am exact 14 kg de cireşe, o balanţă şi o greutate de 2 kg. Cum cântăresc 3 kg de cireşe din numai 2 cântăriri? (5 p)

II. a) Într-o urnă sunt 8 bile albe, 12 bile negre şi 17 bile galbene. Care este cel mai mic număr de bile pe care trebuie să le extragem, fără să ne uităm în urnă, pentru a fi siguri că am luat:

i) cel puţin 2 bile albe; (1 p)

ii) cel puţin 4 bile negre; (1 p)

iii) cel puţin 5 bile galbene; (1 p)

iv) cel puţin o bilă din fiecare culoare; (1 p)

v) cel puţin 4 bile de aceeaşi culoare? (1 p)

b) O prună şi un strugure cântăresc cât un castravete. Strugurele cântăreşte cât pruna şi un măr, iar 2 castraveţi cântăresc cât 3 mere. Câte prune cântăresc cât un strugure? (2 p)

c) 5 copii aveau fiecare acelaşi număr de nuci. După ce fiecare mănâncă 8 nuci, le mai rămân în total tot atâtea nuci cât avea fiecare la început. Câte nuci avea fiecare? (2 p)

III. a) Peste 5 ani voi avea vârsta pe care o avea acum 20 de ani tatăl meu. Peste 10 ani voi avea vârsta de 2 ori mai mică decât a tatălui meu. Câţi ani am? (4 p)

b) Într-o ladă sunt de 4 ori mai multe nuci decât în altă ladă. Dacă în prima ladă mai pun 50 de nuci şi în a doua 122 de nuci, în cele 2 lăzi va fi acelaşi număr de nuci. Câte nuci au fost la început în fiecare ladă? (5 p)

IV. a) Aflaţi suma a 3 numere naturale, ştiind că, dacă îl împărţim pe primul la al doilea sau pe al doilea la al treilea, obţinem câtul 2 şi restul 3 şi că diferenţa dintre primul număr şi al treilea este 30. (4 p)

b) Scrieţi numărul 22 ca sumă de numere naturale (nu neapărat distincte) al căror produs să fie tot 22. (5 p)

Concursul anual al rezolvitorilor de probleme din RMI Constanţa
Ediţia a XI-a, 26 mai 2012, clasa a III-a

1. Câte zambile şi câte lalele au înflorit în grădina mea, ştiind că dacă grupez câte o zambilă şi o lalea, rămân 5 lalele fără pereche, iar dacă grupez câte o zambilă şi 2 lalele, rămâne o zambilă în afara grupelor?

(inv. Vasilica Cosmiceanu, Constanţa)

2. Anca, Bogdan şi Camelia sunt fraţi. Vârstele primilor doi sunt numere consecutive impare. Vârsta Cameliei este egală cu suma vârstelor fraţilor săi şi un sfert din vârsta mamei. Ştiind că la naşterea Cameliei, mama avea 24 de ani, aflaţi:

a) vârstele copiilor şi vârsta mamei;

b) peste câţi ani vârsta mamei va fi egală cu suma vârstelor copiilor. (Verificaţi rezultatul obţinut.)

(prof. Marcela Tudor, Constanţa)

3. Într-o livadă, numărul total de meri şi peri este 82, numărul merilor fiind mai mare decât al perilor. Împărţind suma dintre numărul merilor şi perilor la diferenţa lor se obţine câtul 10 şi restul 2.

a) Câţi meri şi câţi peri sunt în livadă?

b) Dacă în altă livadă numărul merilor şi numărul perilor ar fi dublu faţă de numărul merilor şi al perilor din prima livadă, iar suma lor s-ar împărţi tot la diferenţa numărului pomilor din prima livadă, atunci cât va fi noul rest?

(prof. Ion Tiotioi, Constanţa)

Concursul naţional de matematică „Euclid"
3 februarie 2013, clasa a III-a

Subiectul I (20 p)

1. Care dintre numerele de mai jos conţine numai cifrele 2 şi 4? (4 p)

a) 12 **b)** 17 **c)** 16 **d)** 24

2. Care număr este mai mic decât 438? (4 p)

a) 438 **b)** 439 **c)** 437 **d)** 440

3. Care dintre numerele următoare este cel mai depărtat de 200? (4 p)

a) 9 **b)** 100 **c)** 300 **d)** 250

4. Câte numere sunt mai mari ca 299 şi mai mici ca 311? (4 p)

a) 11 **b)** 12 **c)** 13 **d)** 15

5. Câte numere de trei cifre au toate cifrele egale? (4 p)

a) 9 **b)** 10 **c)** 8 **d)** 11