

ȘTEFAN SMARANDACHE  
CĂTĂLIN - PETRU NICOLESCU

CAMELIA DIACONU  
DOMNICA COTFAS  
JULIETTA GEORGESCU  
DANA-ANTOANELA IVĂNESCU  
MĂDĂLINA - GEORGIA NICOLESCU  
GEORGE - BOGDAN GEORGESCU  
GHEORGHE TACHE  
CRISTINA CÎMPEAN  
MIHAELA - GABRIELA NIȚE  
SAVIANA ȘTEFĂNESCU  
MELANIA - VOICHIȚA CRISTEA  
DUMITRA MATEI - DRAGOMIR  
GHEORGHE DAN NICOLAE  
EUTAZIA-LĂCRIMIOARA CRASNEAN

LILIANA DIACONU  
VICTOR BĂLȘEANU  
MARA - MIRELA PĂUNESCU  
MARINELA GEORGESCU  
IUDITA POPTEANU  
FLORIAN GHIȚĂ  
SIMONA TACHE  
MIRELA OBREJA  
VIRGINIA PÎRȘAN  
CARMEN NICULESCU  
MARINELA - FELICIA SOLOMON  
GHEORGHE - DUMITRU SOLOMON  
MARIAN ION  
MIRCIA BURSUC

# MATEMATICĂ

clasa a VIII-a

**SINTEZE DE TEORIE**  
**EXERCIȚII ȘI PROBLEME**

- Fixarea cunoștințelor
- Aprofundarea cunoștințelor
- Performanță
- Autoevaluare
- Evaluare sumativă



# CUPRINS

	E*	R**
Teste predictive .....	6	398

## ALGEBRĂ

### Capitolul I. NUMERE REALE

<i>Breviar de teorie</i> .....	11	
1. Mulțimi de numere reale: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .....	13	399
2. Intervale .....	20	400
3. Adunarea și scăderea numerelor reale de forma $a\sqrt{b}$ , $b > 0$ .....	25	401
4. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale de forma $a\sqrt{b}$ , $b > 0$ .....	28	401
5. Raționalizarea numitorilor .....	31	401
6. Ridicarea la putere a numerelor reale de forma $a\sqrt{b}$ , $b > 0$ .....	35	402
E.A.P. 7. Media aritmetică. Media aritmetică ponderată .....	37	402
E.A.P. 8. Media geometrică .....	39	402
9. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere .....	41	402
10. Înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere a numerelor reale reprezentate prin litere .....	42	402
11. Formule de calcul prescurtat .....	45	403
12. Descompunerea în factori .....	52	403
13. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere .....	59	405
14. Adunarea și scăderea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere .....	61	405
15. Înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere a rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere .....	64	405
E.A.P. 16. Identități. Inegalități .....	75	406
<i>Teste de evaluare</i> .....	80	407

### Capitolul II. FUNCȚII

<i>Breviar de teorie</i> .....	83	
1. Mulțimi .....	84	408
2. Noțiunea de funcție .....	88	408
3. Graficul unei funcții. Funcții numerice .....	92	408
4. Funcții de tipul $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = ax + b$ , $a, b \in \mathbb{R}$ .....	95	408
E.A.P. 5. Funcții de tipul $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = ax + b$ , $a, b \in \mathbb{R}$ , unde $I \subset \mathbb{R}$ este un interval .....	105	409
<i>Teste de evaluare</i> .....	111	409

### Capitolul III. ECUAȚII ȘI INECUAȚII

<i>Breviar de teorie</i> .....	113	
1. Ecuații de forma $ax + b = 0$ ; $a, b \in \mathbb{R}$ .....	115	410
2. Ecuații de forma $ax + by + c = 0$ ; $a, b, c \in \mathbb{R}$ .....	122	411
3. Sisteme de ecuații .....	124	411

\*E - enunțuri

\*\*R - răspunsuri, rezolvări

E.A.P. - Extindere, Abordare, Perseverență, Performanță

	E	R
4. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuațiilor și al sistemelor de ecuații ...	129	411
5. Ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$ ( $a \neq 0, x \in \mathbb{R}$ ) .....	137	412
6. Rezolvarea problemelor cu ajutorul ecuației de forma $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ .....	147	415
7. Inecuații de forma $ax + b > 0$ ( $\geq, <, \leq$ ), $a, b \in \mathbb{R}$ .....	153	415
E.A.P. 8. Sisteme de inecuații .....	156	416
Teste de evaluare .....	164	416

## GEOMETRIE ÎN SPAȚIU

### Capitolul I. RELAȚII ÎNTRE PUNCTE, DREPTE ȘI PLANE

<i>Breviar de teorie</i> .....	166	
1. Puncte, drepte, plane .....	169	417
2. Determinarea dreptei .....	170	417
3. Determinarea planului .....	171	417
4. Tetraedrul, Piramida .....	174	417
5. Pozițiile relative a două drepte în spațiu .....	176	417
6. Unghiul a două drepte în spațiu. Drepte perpendiculare .....	178	418
7. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan .....	181	418
8. Pozițiile relative a două plane .....	184	418
9. Paralelism în spațiu .....	188	419
10. Dreapta perpendiculară pe un plan .....	193	419
11. Perpendicularitate și paralelism .....	196	420
12. Calculul distanțelor, înălțimea piramidei .....	199	420
13. Prisma .....	203	420
14. Secțiuni paralele cu baza în corpurile studiate. Trunchiul de piramidă .....	208	421
Teste de evaluare .....	212	421

### Capitolul II. PROIECȚII ORTOGONALE PE UN PLAN

<i>Breviar de teorie</i> .....	217	
1. Proiecții de puncte, drepte, segmente .....	219	422
2. Unghiul unei drepte cu un plan .....	224	422
3. Lungimea proiecției unui segment .....	226	422
4. Teorema celor trei perpendiculare .....	229	423
E.A.P. 5. Reciproce ale teoremei celor trei perpendiculare .....	233	424
6. Unghi diedru. Unghi plan corespunzător diedrului .....	236	424
7. Unghiul a două plane .....	240	424
8. Plane perpendiculare .....	244	424
9. Calculul unor distanțe și măsuri de unghiuri .....	247	425
Teste de evaluare .....	253	426

### Capitolul III. POLIEDRE. CALCUL DE ARII ȘI DE VOLUME

<i>Breviar de teorie</i> .....	256	
1. Paralelipipedul dreptunghic .....	258	427
2. Cubul .....	265	427
3. Prisma triunghiulară regulată .....	270	427
4. Prisma patrulateră regulată .....		
5. Prisma hexagonală regulată .....		
6. Piramida triunghiulară regulată .....		
7. Tetraedrul regulat .....		

	E	R
8. Piramida patrulateră regulată.....	293	433
9. Piramida hexagonală regulată.....	303	434
10. Trunchiul de piramidă triunghiulară regulată.....	306	435
11. Trunchiul de piramidă patrulateră regulată.....	312	436
E.A.P. 12. Trunchiul de piramidă hexagonală regulată.....	317	437
<i>Teste de evaluare</i> .....	322	437

#### Capitolul IV. CORPURI ROTUNDE

<i>Breviar de teorie</i> .....	328	
1. Cilindrul circular drept.....	329	438
2. Conul circular drept.....	334	439
3. Trunchiul de con circular drept.....	342	439
4. Sfera.....	351	440
<i>Teste de evaluare</i> .....	356	440

#### TESTE FINALE

Teste – semestrul I.....	359	441
Teste – semestrul II.....	367	443
Teste anuale.....	375	444
<b>Bibliografie selectivă</b> .....	448	



## Breviar de teorie

## Mulțimi

**Incluziunea de mulțimi ( $\subset$ ):**  $A \subset B$ , dacă orice element  $x \in A \Rightarrow x \in B$

**Egalitatea de mulțimi ( $=$ ):**  $A = B$ , dacă orice element  $x \in A \Rightarrow x \in B$  și  
dacă orice element  $x \in B \Rightarrow x \in A$  (adică mulțimile se includ reciproc)

**Reuniunea mulțimilor ( $\cup$ ):**  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$

**Intersecția mulțimilor ( $\cap$ ):**  $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$

**Diferența a două mulțimi ( $\setminus$ ):**  $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$

**Produsul cartezian ( $\times$ ):**  $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ și } y \in B\}$

## Noțiunea de funcție

• O **funcție** este un triplet  $\{A; B; f\}$  format din două mulțimi  $A$  și  $B$  și un procedeu  $f$  prin care fiecărui element din  $A$  i se asociază un element și numai unul din  $B$ .

- $A$  se numește **domeniul de definiție** al funcției;
- $B$  se numește **codomeniul** funcției (mulțimea în care funcția ia valori);
- $f(x) = y$  se numește **legea de corespondență a elementelor**.

Notăție:  $f: A \rightarrow B, f(x) = y$ , unde  $x \in A$  și  $f(x) \in B$ .

Două funcții  $f: A \rightarrow B$  și  $g: C \rightarrow D$  sunt **egale**, dacă

$A = C, B = D$  și pentru orice  $x \in A, f(x) = g(x)$ .

- Funcția  $f: A \rightarrow B$  se numește **funcție definită sintetic** sau **funcție sintetică**, dacă numim pentru fiecare element din  $A$ , elementul care i se asociază din mulțimea  $B$ . Funcției sintetice i se poate asocia o **diagramă** sau un **tabel de valori al funcției**.

**De exemplu:**  $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c\}$ .

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	$a$	$b$	$c$	$b$	$a$

- Funcția  $f: A \rightarrow B$  se numește **funcție definită analitic** sau **funcție analitică** dacă poate fi definită specificând o proprietate sau relațiile care leagă un element ales arbitrar  $x \in A$ , de elementul  $y = f(x)$  din  $B$ .

- Când definim o funcție cu ajutorul unei expresii algebrice trebuie să avem grijă ca *aceea expresie să aibă sens pentru toate elementele din domeniul de definiție.*

De exemplu, expresiei  $E(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)}$  nu îi putem asocia o funcție

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , de forma  $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)}$ , deoarece expresia nu are sens

(nu este definită) pentru  $(x-1)(x-2) = 0$ , adică pentru  $x = 1$  sau pentru  $x = 2$ . Dar îi putem asocia o funcție  $g: \mathbb{R} \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ .

- Funcția  $f: A \rightarrow B$  se numește *funcție constantă* dacă face să îi corespundă fiecărui element  $x \in A$ , un același element  $a \in B$ ; adică  $f(x) = a$ , pentru orice  $x \in A$ .
- Funcția  $f: A \rightarrow A$  se numește *funcție identică* dacă  $f(x) = x$ ,  $x \in A$ .
- Funcția  $f: A \rightarrow B$  se numește *funcție numerică*, dacă  $A \subseteq \mathbb{R}$  și  $B \subseteq \mathbb{R}$ .
- *Imagina* funcției  $f$  sau *mulțimea valorilor funcției*  $f$  este:

$$\text{Im}f = \{y \in B \mid \text{există } x \in A, \text{ astfel încât } y = f(x)\}; \text{Im}f \subseteq B.$$

▪ *Graficul* funcției  $f$  este  $G_f = \{(x, f(x)) \mid x \in A\} \subseteq A \times B$

- *Reprezentarea geometrică a graficului funcției*  $f$  (reprezentarea grafică a funcției) este mulțimea punctelor  $M(x, y)$  din plan, unde  $(x, y) \in G_f$ .

- Punctul  $M(a, b)$  aparține reprezentării grafice a funcției  $f: A \rightarrow B$  adică  $M(a, b) \in G_f$ , dacă  $a \in A$ ,  $b \in B$  și  $f(a) = b$ .

▪ Reprezentarea grafică a funcției  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$  poate fi:

- un număr  $n$  de *puncte coliniare*, dacă  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ;
- o *dreaptă*, dacă  $A = \mathbb{R}$ ;
- o *semidreaptă*, dacă  $A = (-\infty; a)$  sau  $A = (a; +\infty)$  sau  $A = (-\infty; a]$  sau  $A = [a; +\infty)$ ;
- un *segment* dacă  $A = (a; b)$  sau  $A = [a; b]$  sau  $A = (a; b]$  sau  $A = [a; b)$ .

## 1. Mulțimi

### Exerciții rezolvate

1. Să se determine mulțimile  $M$  și  $N$  care verifică simultan următoarele condiții:

a)  $M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ;

b)  $M \cap N = \{1, 2\}$ ;

c)  $M \setminus N = \{5\}$ .

*Rezolvare:*

Din condiția b), elementele  $1, 2 \in M$  și  $1, 2 \in N$ .

Din condiția c) elementul  $5 \in M$  și  $5 \notin N$ .

Din condițiile a) și b) observăm:

- elementul 3 aparține unei singure mulțimi  $M$  sau  $N$ :

dacă  $3 \in M$ , atunci  $3 \notin N$  (altfel  $3 \in N$  și  $3 \in M \cap N$ );

Deci  $3 \in M \setminus N$ , ceea ce este fals, conform condiției c). Rezultă că elementul  $3 \notin M$ , dar  $3 \in N$ . În mod analog arătăm că elementele  $4, 6, 7 \notin M$ , dar  $4, 6, 7 \in N$ . În concluzie  $M = \{1, 2, 5\}$ , iar  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

2. Să se determine mulțimile  $M$  și  $N$ , care verifică simultan următoarele condiții:

a)  $M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

b)  $M \setminus N = \{1, 4\}$ ;

c)  $M \cap N \subset \{3, 4, 5\}$ ;

d) Mulțimile  $M$  și  $N$  au același cardinal.

*Rezolvare:*

Din condiția b) rezultă că  $1, 4 \in M$  și  $1, 4 \notin N$ .

Din condițiile a), b), c) avem că  $2 \in M$  și  $2 \in N$ , deoarece

$M \cap N \subset \{3, 4, 5\}$ , adică există un element  $x \in M$  și  $x \in N$  și  $x \notin \{3, 4, 5\}$ .

Trebuie să stabilim și apartenența elementelor 3 și 5.

Din condiția d) rezultă că  $3 \in N$  și  $5 \in N$ . Astfel vom întocmi un tabel care conține următoarele posibilități:

$M$	1, 2, 4	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
$N$	2, 3, 5	2, 3, 5	2, 3, 5	2, 3, 5

Din condiția d), adică  $M$  și  $N$  au același număr de elemente, observăm că singurul caz posibil este  $M = \{1, 2, 4\}$ ,  $N = \{2, 3, 5\}$ .

3. Să se determine mulțimile  $M$  și  $N$  care îndeplinesc simultan următoarele condiții:

a)  $M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

b)  $M \cap N = \{2, 3\}$ ;

c)  $\{2, 3, 4, 5\} \cap N \subset M$ ;

d)  $\{1, 4\} \cap M \subset N$ .



*Rezolvare:*

Din condiția b) rezultă că  $2, 3 \in M$  și  $2, 3 \in N$ .

Din condiția c) există un element  $x \in \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $x \in N$  și  $x \notin M$ . Dar din condiția b)  $2, 3 \in M$ , deci există un element  $x \in \{4, 5\}$  și  $x \in N$ , care nu aparține lui  $M$ . Rezultă două posibilități: ( $4 \notin M$  și  $4 \in N$ ) sau ( $5 \notin M$  și  $5 \in N$ ). Deci cel puțin unul dintre elementele 4 sau 5 aparține mulțimii  $N$  și nu aparține mulțimii  $M$ .

Analog, din condiția d) rezultă că cel puțin unul dintre elementele 1 sau 4 aparține mulțimii  $M$  și nu aparține mulțimii  $N$ . Astfel, vom întocmi un tabel care conține toate cazurile posibile pentru mulțimile  $M, N$  și care verifică cele patru condiții din enunț:

$M$	1, 2, 3	1, 2, 3, 5	2, 3, 4	1, 2, 3, 4
$N$	2, 3, 4, 5	2, 3, 4	1, 2, 3, 5	2, 3, 5

4. Să se determine mulțimile  $A, B, C$  care verifică simultan condițiile:

a)  $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;

b)  $A \cap B \cap C = \{4\}$ ;

c)  $A \setminus B = \{1, 2\}$ ;

d)  $A \setminus C = \{1, 3\}$ ;

e)  $5 \notin A \cup B$ .

*Rezolvare:*

Din condițiile c) și d) rezultă că elementele  $1, 2, 3 \in A$  și  $1, 2 \notin B$  și  $1, 3 \notin C$ . Tot din condițiile c) și d) rezultă că elementul  $2 \in C$ . În caz contrar, adică  $2 \notin C$ , având în vedere condiția c),  $2 \in A$  și astfel am avea că  $2 \in A$  și  $2 \notin C$ , adică  $2 \in A \setminus C$ , ceea ce contrazice condiția d). Deci  $2 \in C$ .

În mod analog se arată că elementul  $3 \in B$ . Dacă  $3 \notin B$  și din condiția d) avem că  $3 \in A$ , atunci  $3 \in A \setminus B$ , ceea ce contrazice condiția c). Din condiția b) elementul 4 este comun, adică  $4 \in A$  și  $4 \in B$  și  $4 \in C$ . Din condiția e), cum 5 nu se află printre elementele mulțimii  $A \cup B$ , înseamnă că  $5 \notin A$  și  $5 \notin B$ , iar din condiția a) rezultă că  $5 \in C$ . În concluzie, am determinat mulțimile  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4\}$ ,  $C = \{2, 4, 5\}$ .

5. Fie mulțimile  $A = \{-1, 0, 1\}$  și  $B = \{2, 3\}$ .

a) Determinați mulțimile  $A \times B, B \times A, A^2$  și  $B^2$ .

b) Determinați  $\text{card}A, \text{card}B, \text{card}(A \times B), \text{card}(B \times A), \text{card}A^2$  și  $\text{card}B^2$ .

*Rezolvare:*

a)  $A \times B = \{(-1; 2), (0; 2), (1; 2), (-1; 3), (0; 3), (1; 3)\}$ ;



$$B \times A = \{(2; -1), (2; 0), (2; 1), (3; -1), (3; 0), (3; 1)\}$$

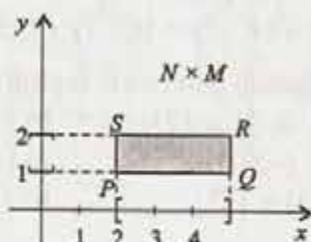
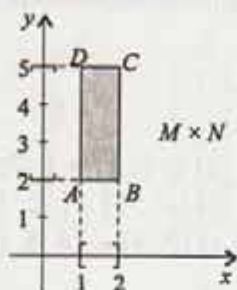
$$A^2 = A \times A = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\};$$

$$B^2 = B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}.$$

b)  $\text{card}A = 3, \text{card}B = 2, \text{card}(A \times B) = \text{card}(B \times A) = \text{card}A \cdot \text{card}B = 6,$   
 $\text{card}A^2 = \text{card}(A \times A) = \text{card}A \times \text{card}A = 3 \cdot 3 = 9, \text{card}B^2 = 2 \cdot 2 = 4.$

6. Fie două submulțimi ale mulțimii numerelor reale,  $M = [1, 2]$  și  $N = [2, 5]$ . Să se reprezinte într-un sistem de axe ortogonale mulțimile  $M \times N$  și  $N \times M$ .

*Rezolvare:*



$M \times N$  are ca reprezentare grafică în plan dreptunghiul  $ABCD$ , unde  $A(1, 2), B(2, 2), C(2, 5), D(1, 5)$ , iar  $N \times M$  are ca reprezentare grafică în plan dreptunghiul  $PQRS$ , unde  $P(1, 2), Q(5, 1), R(5, 2), S(2, 2)$ .

Restul punctelor din interiorul dreptunghiurilor cât și cele aparținând segmentelor  $[AB], [BC], [CD], [DA], [PQ], [QR], [RS], [SP]$  se obțin asociind fiecărui element  $(x, y) \in [1, 2] \times [2, 5]$  sau  $(x, y) \in [2, 5] \cup [1, 2]$ , un punct de coordonate  $x$  și  $y$ , de exemplu  $E(x, y)$ .

### Exerciții propuse

1. Fie mulțimea:  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x < 81\}$ . Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor: a)  $10 \in A$ ; b)  $81 \in A$ ; c)  $\{7; 9; 63\} \subset A$ ; d)  $A \supset \{x \mid x = \text{cifră}\}$ .

2. Fie mulțimile:  $A = \{x \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}, n < 4\}$ ,  $B = \{x \in A \mid x = a^2, a \in \mathbb{N}\}$ ,  $C = \{x \in A \mid x = b^3, b \in \mathbb{N}\}$ . Enumerați elementele mulțimilor  $A, B, C$ .

3. Se consideră mulțimile  $A$  și  $B$ . Calculați:

a)  $\text{card}(A \cap B)$ , știind:  $\text{card}A = 5, \text{card}B = 9$  și  $\text{card}(A \cup B) = 11$ ;

b)  $\text{card}(A \cup B)$ , știind:  $\text{card}A = 6, \text{card}B = 10$  și  $\text{card}(A \cap B) = 4$ ;

c)  $\text{card}(A \setminus B)$  și  $\text{card}(B \setminus A)$ , știind:  $\text{card}A = 8, \text{card}B = 7$  și  $\text{card}(A \cap B) = 5$ .

4. Aflați  $A \cup B, A \cap B, A \setminus B$  și  $B \setminus A$  pentru mulțimile:

a)  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 5\}$ ;

b)  $A = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid -2 < x \leq 1\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 2\}$ ;

c)  $A = \{x \in \mathbb{Z}_- \mid |x| \leq 2\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{Z}_+ \mid |x| < 3\}$ .

5. Determinați mulțimile  $X$  și  $Y$ , știind că ele îndeplinesc simultan condițiile:

a)  $X \cup Y = \{1; 3; 4; 5; 6; 7; 9\}$       b)  $X \cup Y = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

$X \cap Y = \{3; 6\}$        $X \cap Y = \{-1; 1\}$

$Y \setminus X = \{1; 4\};$        $\{-2\} \setminus X = \emptyset$

$\text{card } Y > \text{card } X.$

6. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 2\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 2\}$ .

Aflați  $A \times B, B \times A; A \times A, B \times B$ .

7. Determinați mulțimile  $X$  și  $Y$ , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

$X \cup Y = \{1; 2; 3; 4; 5\};$

$(X \setminus Y) \times (Y \setminus X) = \{(2; 1); (2; 5); (4; 1); (4; 5)\};$

8. Reprezentați geometric mulțimile:

a)  $\{-2; 0; 3\} \times \{2\};$       b)  $\{-3\} \times \{-1; 0; 4\}$       c)  $\{-1; 1\} \times \{-2; 1\};$

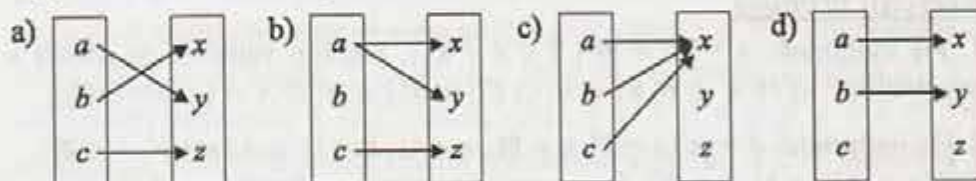
d)  $\mathbb{R} \times \{-3\};$       e)  $\{4\} \times \mathbb{R};$       f)  $[-1; 1] \times [-2; 1];$

g)  $[1; 3] \times \{5\};$       h)  $\{5\} \times [1; 3];$       i)  $[2; 3] \times \{4, 5, 6\}.$

## 2. Noțiunea de funcție

### Exerciții rezolvate

1. Fie mulțimile  $A = \{a, b, c\}$  și  $B = \{x, y, z\}$ . Să se decidă care dintre diagramele următoare reprezintă funcții  $f: A \rightarrow B$ :



Rezolvare:

a) Diagrama reprezintă o funcție  $f: \{a, b, c\} \rightarrow \{x, y, z\}$  și  $f(a) = y, f(b) = x, f(c) = z.$

b) Diagrama nu reprezintă o funcție deoarece  $f(a) = x, f(a) = z$ , adică elementului  $a$  din domeniul de definiție îi corespund două elemente din codomeniu, acest lucru fiind imposibil. De asemenea, elementul  $b$  din domeniul de definiție nu are corespondent printre elementele din codomeniu (nu este indicată imaginea elementului  $b$ ).

# Teste finale

## Teste – semestrul I

### TESTUL 1

I.

1. Fie mulțimile  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 4\}$  și  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$ .

- a)  $A \cap B = \dots$
- b)  $A \cup B = \dots$
- c)  $A \setminus B = \dots$
- d)  $A \times B = \dots$

2. Rezultatul calculului : a)  $\sqrt{18} - 3\sqrt{50} + \sqrt{98}$  este ...

b)  $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$  este ...

c)  $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  este ...

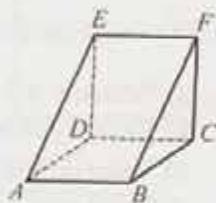
3. Descompunerea în factori a expresiei: a)  $x^3y - xy$  este ...

b)  $x^2 - 8x + 15$  este ...

c)  $x^2 + 4x - 5$  este ...

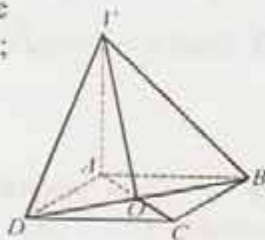
4. În figura alăturată pătratele  $ABCD$  și  $CDEF$  se află în plane perpendiculare, iar  $FC = 3$  cm.

- a) Lungimea segmentului  $AB$  este egală cu ... cm.
- b) Lungimea segmentului  $AE$  este egală cu ... cm.
- c) Aria patrulaterului  $ABEF$  este egală ...  $\text{cm}^2$ .



5. În figura alăturată, dreapta  $VA$  este perpendiculară pe planul rombului  $ABCD$ ,  $AC \cap BD = \{O\}$ ,  $VA = AB = 6$  cm;  $m(\angle B) = 60^\circ$ .

- a) Lungimea segmentului  $VD$  este ... cm.
- b) Lungimea segmentului  $CV$  este egală cu ... cm.
- c) Lungimea segmentului  $VO$  este ... cm.



II.

1. Calculați: a)  $(x + \sqrt{2})^2 - (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) + (x - \sqrt{2})^2$ ;

b)  $\frac{1-x}{1+x} : \frac{2x-2}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-4}{4x} \cdot \frac{x}{x-2}$ .

2. Dacă  $x + \frac{1}{2x} = 3$ , atunci calculați:

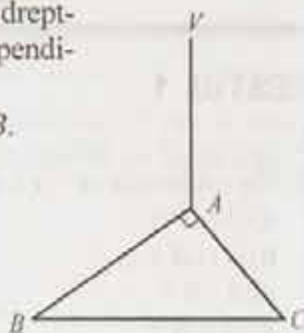
a)  $x^2 + \frac{1}{4x^2}$ ;

b)  $x^3 + \frac{1}{8x^3}$ ;

c)  $x^4 + \frac{1}{16x^4}$ .

3. În figura alăturată pe planul triunghiului  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , cu  $AB = 9$  cm,  $BC = 15$  cm, se ridică perpendiculara  $VA \perp (ABC)$ ,  $VA = 12$  cm.

- Completați desenul din figură cu segmentul  $VB$ .
- Determinați distanța dintre punctele  $V$  și  $B$ .
- Aflați măsura unghiului format de dreapta  $CV$  cu planul  $(ABC)$ .
- Aflați distanța de la punctul  $C$  la dreapta  $VB$ .
- Aflați sinusul unghiului făcut de dreapta  $BV$  cu planul  $(ABC)$ .



## TESTUL 2

I.

1. Fie mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 2\}$ .

- Ca interval  $A = \dots$
- $A \cap \mathbb{Z}^+ = \dots$
- $A \cap \mathbb{N} = \dots$

2. Fie expresia  $E(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$ .

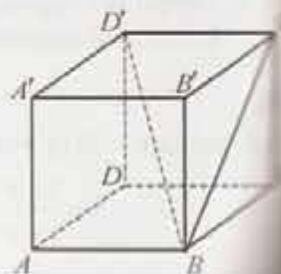
- Pentru  $x = 1$ , valoarea expresiei este ...
- Forma cea mai simplă a expresiei este ...
- Valorile întregi ale lui  $x$  pentru care  $E(x) \in \mathbb{Z}$  sunt ...
- Dacă este posibil, atunci să se calculeze  $E(-1)$ .

3. Dacă  $x + y = 3\sqrt{2}$  și  $x - y = \sqrt{2}$ , atunci:

- $x^2 - y^2 = \dots$
- $(x \cdot y)^2 = \dots$
- $x(x + y) = \dots$

4. În figura alăturată cubul  $ABCD A' B' C' D'$  are muchia  $AB = 5$  cm.

- Lungimea diagonalei  $BD'$  este ... cm.
- Lungimea segmentului  $BC'$  este de ... cm.
- Măsura unghiului format de planele  $(ACC')$  și  $(BCC')$  este de ...



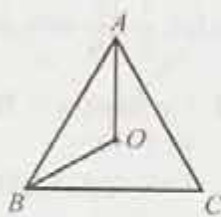
### TESTUL 1

#### I.

1. a) Dintre numerele 1,12 și 1,8 mai mare este ...  
 b) Dintre numerele  $\frac{4}{5}$  și  $\frac{4}{3}$  mai mare este ...  
 c) Dintre numerele  $4\sqrt{3}$  și  $3\sqrt{5}$  mai mare este...
2. Într-o urnă se află bile numerotate de la 1 la 20. Probabilitatea ca extrăgând o bilă aceasta să fie:
  - a) număr par este ...
  - b) număr natural multiplu de 3 este ...
  - c) număr natural pătrat perfect este ...
3. Fie numerele  $a = 24$  și  $b = 36$ .
  - a) Cel mai mare divizor comun al numerelor  $a$  și  $b$  este ...
  - b) Cel mai mic multiplu comun al numerelor  $a$  și  $b$  este ...
  - c) Dublul sumei dintre  $a$  și  $b$  este ...

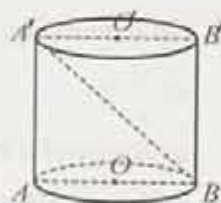
4. În figura alăturată  $ABC$  este triunghi echilateral cu latura de 24 cm, iar  $O$  este centrul cercului circumscris triunghiului.

- a) Lungimea segmentului  $AO$  este egală cu ... cm.
- b) Aria triunghiului  $ABC$  este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- c) Aria triunghiului  $AOB$  este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .



5. În figura alăturată, este reprezentat un cilindru circular drept cu secțiunea axială un pătrat cu latura de 10 cm.

- a) Lungimea segmentului  $AO$  este egală cu ... cm.
- b) Lungimea segmentului  $A'B$  este egală cu ... cm.
- c) Volumul cilindrului este egal cu ...  $\text{cm}^3$ .



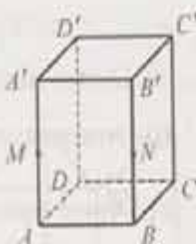
#### II.

1. Două stilouri și o carte costă împreună 65 lei, iar diferența dintre prețul cărții și al unui stilou este de 5 lei. Care este prețul stiloului? Dar al cărții?
2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 1$ .
  - a) Reprezentați grafic funcția  $f$ .

b) Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , știind că punctul  $M(a; b\sqrt{2})$  se află pe graficul funcției  $f$ .

c) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  inecuația  $|f(x)| < 1$ .

3. În figura alăturată,  $ABCD A' B' C' D'$  este o prismă patrulateră regulată cu volumul de  $128 \text{ cm}^3$  și aria bazei de  $16 \text{ cm}^2$ , iar  $M$  și  $N$  sunt mijloacele muchiilor  $AA'$ , respectiv  $BB'$ .



a) Completați figura cu segmentul  $MN$ .

b) Determinați lungimile segmentelor  $AB$  și  $AA'$ .

c) Determinați măsura unghiului format de planele  $(MNC)$  și  $(ABC)$ .

d) Calculați distanța de la punctul  $N$  la dreapta  $A'C'$ .

## TESTUL 2

I.

1. Rezultatul calculului:

a)  $216 : 6$  este ...

b)  $2,1 : 10$  este ...

c)  $\frac{4}{5} + \frac{6}{5}$  este ...

2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ .

a)  $f(-1) = \dots$

b) Soluția reală a ecuației  $f(x) = 0$  este ...

c)  $f^2(x) = \dots$

3. Fie numerele  $a = 27$  și  $b = 36$ .

a)  $\frac{a}{b} = \dots$

b)  $\frac{2a}{a+b} = \dots$

c) Numărul  $a$  reprezintă ... % din numărul  $b$ .

4. În figura alăturată triunghiul  $ABC$  este dreptunghic în  $A$ ;  $BC = 5 \text{ cm}$ ,  $AB = 4 \text{ cm}$ .

a) Lungimea segmentului  $AC$  este ... cm.

b) Lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză.

c) Aria triunghiului  $ABC$  este ...  $\text{cm}^2$ .

d)  $\sin B = \dots$

