

Artur Bălăucă

Mariana Ciobanașu

Ioan Ciobanașu

Caiet de vacanță

Matematică

Clasa a VII-a

Editura TAIDA

- IAȘI -

- 1 -

Cuprins

ALGEBRĂ

Capitolul I. Mulțimea numerelor raționale	5
Capitolul II. Mulțimea numerelor reale	19
Capitolul III. Calcul algebric	29
Capitolul IV. Ecuații și inecuații	36
Capitolul V. Elemente de organizare a datelor	40

GEOMETRIE

Capitolul I. Patrulatere	45
Capitolul II. Asemănarea triunghiurilor	54
Capitolul III. Relații metrice în triunghiul dreptunghic. Elemente de trigonometrie	56
Capitolul IV. Cercul. Poligoane regulate	65

Ne pregătim pentru Evaluarea Națională și Testarea Inițială din clasa a VIII-a

Testul 1	70
Testul 2	72
Răspunsuri	75

ALGEBRĂ

CĂPITOLUL I

Mulțimea numerelor raționale



Să ne amintim!

➔ Dacă $b = 2^m \cdot 5^n$, unde $m, n \in \mathbb{N}$, atunci $\frac{a}{b} = \overline{a_0, a_1 a_2 \dots a_k} = a_0 + \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_k}}{10^k}$

(fracție zecimală finită).

➔ Dacă $(b, 10) = 1$, atunci $\frac{a}{b} = \overline{a_0, (a_1 a_2 \dots a_{k-1} a_k)} = a_0 + \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_k}}{\underbrace{99 \dots 9}_{k \text{ cifre}}}$

(fracție zecimală periodică simplă).

➔ Dacă $(b, 10) \neq 1$ și există $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $n/b, n \geq 3$ și $(n, 10) = 1$, atunci $\frac{a}{b} = \overline{a_0, a_1 a_2 \dots a_k (a_{k+1} a_{k+2} \dots a_{k+p})} = a_0 + \frac{\overline{a_1 a_2 \dots a_k \dots a_{k+p} - a_1 a_2 \dots a_k}}{\underbrace{999 \dots 900 \dots 0}_{p \text{ cifre } \quad k \text{ cifre}}}$ (fracție zecimală periodică fixă)



Exemple: $\overset{20)}{27} = \frac{540}{100} = 5,4;$

$\overset{5)}{17} = \frac{85}{100} = 8,5;$

$\frac{21}{13} = 0,(615384);$

$4,5(134) = 4 \frac{5134 - 5}{9990} = 4 \frac{5129}{9990}.$

EXERCIIII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Scrieți sub formă de fracție zecimală, următoarele numere raționale:

a) $\frac{13}{10} = \dots$; c) $\frac{4}{5} = \dots$; e) $\frac{4}{3} = \dots$;

b) $\frac{16}{200} = \dots$; d) $\frac{2}{9} = \dots$; f) $\frac{7}{6} = \dots$.

2. Scrieți sub formă de fracție ireductibilă următoarele numere zecimale:

a) $0,35 = \dots\dots\dots$; d) $2,0(12) = \dots\dots\dots$;

b) $2,014 = \dots\dots\dots$; e) $2,(15) = \dots\dots\dots$;

c) $1,(3) = \dots\dots\dots$; f) $3,12(24) = \dots\dots\dots$

3. Fie mulțimea $A = \left\{ -2,5; \frac{2}{3}; -\frac{6}{2}; 2^3; \frac{15}{-3}; 0; 1,(3) \right\}$. Scrieți elementele mulțimilor:

$B = \{ x \in A / x \in \mathbb{N} \} = \dots\dots\dots$

$C = \{ x \in A / x \in \mathbb{Z} \} = \dots\dots\dots$

$D = \{ x \in A / x \in \mathbb{Q} \} = \dots\dots\dots$

$E = \{ x \in A / x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} \} = \dots\dots\dots$

4. Aflați a 2014-a zecimală a numerelor:

a) $0,(3) = \dots\dots\dots$; c) $2,(045) = \dots\dots\dots$;

b) $4,(23) = \dots\dots\dots$; d) $1,2(43) = \dots\dots\dots$

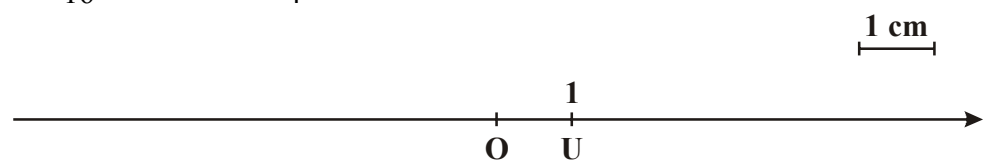
5. Rotunjiți la cel mai apropiat întreg numerele raționale:

a) $2,99 \approx \dots\dots\dots$; c) $5\frac{1}{7} \approx \dots\dots\dots$; e) $0,(66) \approx \dots\dots\dots$;

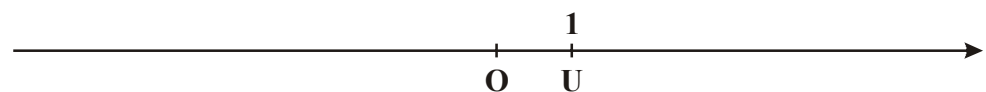
b) $-3,49 \approx \dots\dots\dots$; d) $9,(9) \approx \dots\dots\dots$; f) $\frac{19}{3} \approx \dots\dots\dots$

6. Reprezentați pe axa numerelor, următoarele numere raționale:

a) $-\frac{8}{16}; 2,7; -4,5; \frac{16}{4}; 3,6; 3,(67); -2,(15)$.



b) $\frac{2}{3}; -\frac{7}{3}; 0; -\frac{9}{3}; \frac{12}{3}; 1,(3); 5,(36); -3,(45)$.



CAPITOLUL II

Mulțimea numerelor reale



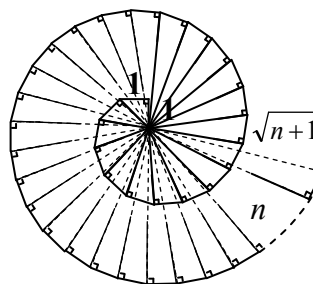
Să ne amintim!

Spirala lui Arhimede

⇒ Un număr este **rațional** dacă și numai dacă se poate scrie sub formă de fracție zecimală cu un număr finit de zecimale sau cu o infinitate de zecimale care se succed periodic.

⇒ Un număr este **irațional** dacă poate fi scris ca o fracție zecimală cu o infinitate de zecimale dar care nu se succed periodic.

⇒ Mulțimea numerelor raționale reunită cu mulțimea numerelor iraționale formează mulțimea numerelor reale pe care o notăm cu \mathbb{R} .



EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. a) Scrieți toate numerele naturale de două cifre care sunt pătrate perfecte.

.....

b) Scrieți toate numerele naturale pătrate perfecte cuprinse între 160 și 360.

.....

2. Calculați: $\sqrt{81}$; $\sqrt{144}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{324}$; $\sqrt{1024}$; $\sqrt{2916}$; $\sqrt{15625}$; $\sqrt{2025}$; $\sqrt{2304}$; $\sqrt{7225}$.

.....

.....

.....

3. Calculați:

a) $\sqrt{2^4} =$; g) $\sqrt{(-19)^2 \cdot (-2)^2} =$

b) $\sqrt{10^4} =$; h) $\sqrt{(-2)^4 \cdot (-5)^2} =$

c) $\sqrt{13^6} = \dots\dots\dots$; **i)** $\sqrt{2^{10} \cdot (-7)^2 \cdot (-5)^{10}} = \dots\dots\dots$;
d) $\sqrt{5^8} = \dots\dots\dots$; **j)** $\sqrt{(-3)^4 \cdot (-2)^6 \cdot (-1)^{2014}} = \dots\dots\dots$;
e) $\sqrt{(-3)^2} = \dots\dots\dots$; **k)** $\sqrt{11^2 \cdot (-5)^6 \cdot (-2)^8} = \dots\dots\dots$;
f) $\sqrt{2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2} = \dots\dots\dots$; **l)** $\sqrt{7^2 \cdot (-2)^4 \cdot (-3)^6} = \dots\dots\dots$

4. Calculați:

a) $\sqrt{9} + \sqrt{25} - \sqrt{49} = \dots\dots\dots$
b) $\sqrt{225} - \sqrt{256} + \sqrt{361} = \dots\dots\dots$
c) $\sqrt{81} \cdot \sqrt{100} - \sqrt{169} = \dots\dots\dots$
d) $\sqrt{841} - \sqrt{625} + \sqrt{961} = \dots\dots\dots$
e) $3\sqrt{121} - 2\sqrt{64} + 5\sqrt{9} = \dots\dots\dots$
f) $\sqrt{36 \cdot 9} + \sqrt{144 \cdot 25} - \sqrt{25 \cdot 64} = \dots\dots\dots$
g) $\sqrt{3^2 + 4^2} + \sqrt{13^2 - 5^2} - \sqrt{6^2 + 8^2} = \dots\dots\dots$
h) $\sqrt{7^2 \cdot 5^2} + \sqrt{11^6 : (-11)^4} - \sqrt{2^{16} : 4^6} = \dots\dots\dots$

5. Determinați lungimea laturii unui pătrat știind că are aria egală cu:

a) 196 cm^2 : $\dots\dots\dots$
b) 529 dam^2 : $\dots\dots\dots$
c) $1,69 \text{ m}^2$: $\dots\dots\dots$
d) $0,0064 \text{ dm}^2$: $\dots\dots\dots$

6. Rezolvați în \mathbb{N} ecuațiile:

a) $x^2 = 4$: $\dots\dots\dots$; **d)** $(x + 1)^2 = 1$: $\dots\dots\dots$;
b) $x^2 = 81$: $\dots\dots\dots$; **e)** $(x - 2)^2 = 25$: $\dots\dots\dots$;
c) $x^2 = 400$: $\dots\dots\dots$; **f)** $(x + 3)^2 = 49$: $\dots\dots\dots$

7. Calculează:

a) $\sqrt{1111111 - 222}$; **b)** $\sqrt{444444444 - 8888}$.
 $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$ $\dots\dots\dots$

CAPITOLUL III

Calcul algebric

EXERCITII ȘI PROBLEME PROPUSE

1. Efectuați calculele cu numere reale:

a) $8x - 3x + 6x - 8x = \dots\dots\dots$

b) $4x^2 - 8x^2 + 18x^2 - 15x^2 = \dots\dots\dots$

c) $7,2xy + 1,8xy - 1,4xy = \dots\dots\dots$

d) $2\sqrt{3}a + 4\sqrt{3}a - \sqrt{108}a + \sqrt{48}a = \dots\dots\dots$

2. Dacă $a = 2x - 3y + 4$ și $b = 3 + 4x + 3y$, calculează:

a) $a + b = \dots\dots\dots$

b) $a - b = 2x - 3y + 4 - (3 + 4x + 3y) = 2x - 3y + 4 - 3 - 4x - 3y = 1 - 2x - 6y.$

c) $b - a = \dots\dots\dots$

d) $2a + b = \dots\dots\dots$

e) $a - 3b = \dots\dots\dots$

3. Efectuează înmulțirile, apoi redu termenii asemenea:

a) $2(a + b) - 2a = \dots\dots\dots$

b) $3(a + b - 2) + 2(a - b) + 6 = \dots\dots\dots$

c) $x(x + 2) + x(x - 3) = \dots\dots\dots$

d) $(x + 1)(x + 2) = \dots\dots\dots$

e) $(x - 2)(x - 3) = \dots\dots\dots$

f) $(x - 2y)(x + y) = \dots\dots\dots$

4. Calculează:

a) $\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5}) = \dots\dots\dots$

b) $\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \dots\dots\dots$

c) $\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}) = \dots\dots\dots$

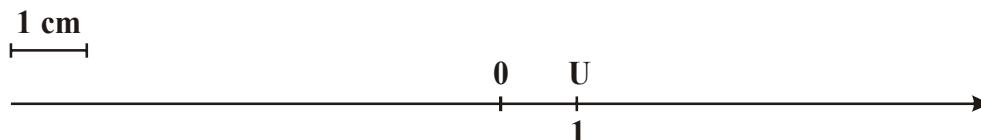
d) $(\sqrt{8} - \sqrt{12})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \dots\dots\dots$

e) $(\sqrt{18} + \sqrt{48})(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \dots\dots\dots$

CAPITOLUL V

Elemente de organizare a datelor

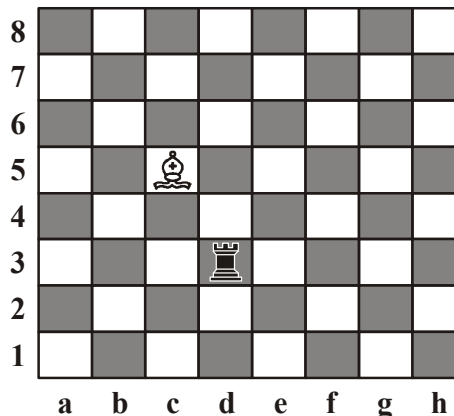
1. Reprezentați pe axa numerelor de mai jos punctele
 $A(-2), B(-3), C(1), D(2,5), E(4), F(5,3), G(-0,5), H(-5,3)$.



2. Reprezentați pe o axă a numerelor folosind rigla și compasul, punctele:
 $A(\sqrt{3}), B(-\sqrt{3}), C(-\sqrt{2}), D(-\sqrt{2}), E(\sqrt{5}), F(\sqrt{6})$.
-

3. Se consideră mulțimile: $A = \{-3; 2; 3; 4\}$ și $B = \{0; 4\}$. Determinați mulțimile: $A \times B$ și $B \times A$:
-
-

4. Pe o tablă de șah (figura alăturată) se află un turn negru pe poziția (d, 3), iar nebunul alb în poziția (c, 5). Ținând cont de faptul că la jocul de șah, turnurile pot fi mutate pe linie sau pe coloană, iar nebunul doar pe diagonală, scrieți toate pozițiile pe care le poate ocupa turnul, respectiv nebunul, după o mutare corectă.



Turnul poate ocupa pozițiile: (d, 2),

.....

.....

Nebunul poate ocupa pozițiile: (a, 3),

.....

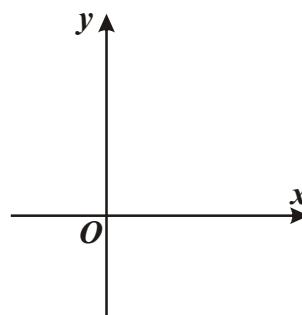
.....

5. Se consideră mulțimile: $A = \{-1; 0; 2\}$ și $B = \{-1; 2; 3\}$.

a) $A \times B = \{.....\}$

b) $B \times A = \{.....\}$

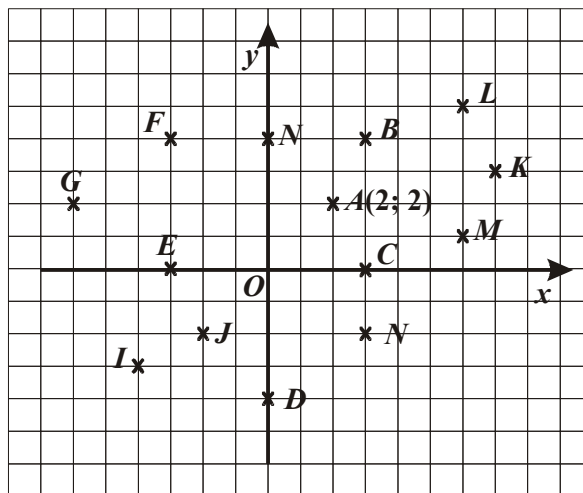
- c) Reprezentați într-un sistem de axe ortogonale elementele mulțimilor $A \times B$ și $B \times A$.



6. În figura alăturată, punctul A are abscisa 2 și ordonata 2.

Găsiți coordonatele punctelor $B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N$.

.....



7. Utilizând datele de la problema 6, calculați distanța dintre punctele:

- a) H și D :
 b) E și C :
 c) E și B :
 d) O și F :
 e) H și F :
 f) A și H :
 g) B și L :
 h) D și N :

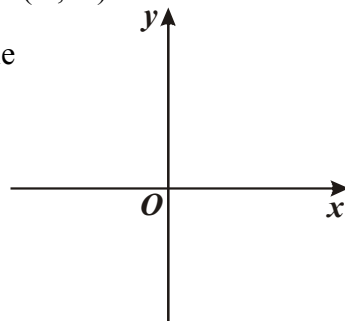
8. Fie xOy un sistem ortogonal de coordonate.

- a) Simetricul punctului $A(2; 0)$ față de O este $A'(\dots; \dots)$.
 b) Simetricul punctului $B(0; -3)$ față de O este $B'(\dots; \dots)$.
 c) Simetricul punctului $C(1; 2)$ față de O este $C'(\dots; \dots)$.
 d) Simetricul punctului $D(-3; 2)$ față de O este $D'(\dots; \dots)$.
 e) Simetricul punctului $E(2; 2)$ față de Ox este $E'(\dots; \dots)$.
 f) Simetricul punctului $F(-5; -2)$ față de Oy este $F'(\dots; \dots)$.

9. Reprezentați în același sistem de axe ortogonale punctele: $A(-3, 2); B(3; 4)$ și $C(-1; -2)$.

a) Determinați perimetrul $\triangle ABC$.

.....



Ne pregătim pentru Evaluarea Națională și Testarea Inițială din clasa a VIII-a

Testul 1

Partea I (30p). Scrieți numai rezultatele în spațiile punctate.

1. Numărul întreg a pentru care $a^2 = 81$, este egal cu
2. Rombul $ABCD$ are $m(\sphericalangle ABC) = 40^\circ$. Atunci $m(\sphericalangle DAC) = \dots^\circ$.
3. Fie mulțimea $A = \{-5; 0; 1; 2; 3\}$. Elementele mulțimii $A \cap \mathbb{N}$ sunt
4. Soluția întreagă a ecuației $|x - 5| = 0$ este egală cu
5. Măsurile unghiurilor unui triunghi sunt invers proporționale cu numerele $\frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{7}$. Atunci măsurile unghiurilor triunghiului exprimate în grade sunt egale cu ...
6. Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctul $A(-2; 3)$. Simetricul punctului A față de axa ordonatelor are coordonatele $A'(\dots, \dots)$.

.....
.....
.....
.....
.....

Partea a II-a (30p). Încercuți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

1. Efectuând calculele $\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{6}\right)^2$ obținem:
A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{2}{3}$; C. $\frac{3}{2}$; D. $-\frac{1}{2}$.
2. Soluția ecuației $2 \cdot (x - 1) = 3 \cdot (x + 3) + 6$ este ...
A. -1 ; B. -17 ; C. -3 ; D. 13 .
3. Dacă diagonalele unui dreptunghi formează un unghi cu măsura de 120° și una din diagonale este de 6 cm, atunci una din laturile dreptunghiului are lungimea egală cu:
A. 6 cm; B. 4 cm; C. 12 cm; D. 3 cm.

Răspunsuri

ALGEBRĂ

Capitolul I. Mulțimea numerelor raționale

1. a) 1,3; b) 0,08; c) 0,8; d) 0,(2); e) 1,(3); f) 1,1(6). 2. a) $\frac{7}{20}$; b) $\frac{1007}{500}$; c) $\frac{4}{3}$;
d) $\frac{334}{165}$; e) $\frac{71}{33}$; f) $\frac{2576}{825}$. 3. $B = \{2^3; 0\}$, $C = \left\{-\frac{6}{2}; 2^3; \frac{15}{-3}; 0\right\}$,
 $D = \left\{-2,5; \frac{2}{3}; -\frac{6}{2}; 2^3; \frac{15}{-3}; 0; 1,(3)\right\}$, $E = \left\{-2,5; \frac{2}{3}; 1,(3)\right\}$. 4. a) 3; b) 3; c) 0;
d) 4. 5. a) 3; b) -3; c) 5; d) 10; e) 1; f) 6. 7. a) 0,7; b) $\frac{3}{5}$; c) 1,(3); d) $5\frac{1}{2}$; e) $\frac{4}{5}$;
f) $\frac{9}{20}$. 8. a) 6; b) $1\frac{2}{3}$; c) -3. 11. a) $\frac{21}{5}$; b) 1; c) -1; d) $-\frac{8}{27}$; e) $-\frac{2}{3}$; g) $\frac{109}{36}$;
h) 2,9; i) $\frac{11}{18}$; j) $\frac{7}{12}$. 12. b) -3; c) $-\frac{1}{3}$; d) $\frac{81}{4}$; e) $-\frac{1}{26}$; f) -3,8; g) $-\frac{1}{198}$; h) $\frac{67}{99}$;
i) $-\frac{523}{270}$; j) $-\frac{775}{99}$. 13. a) 2,201; b) 3; c) $\frac{41}{48}$; d) $\frac{17}{90}$. 15. $S_1 = \frac{19}{20}$; $S_2 = \frac{2013}{2014}$;
 $S_3 = \frac{n}{n+1}$; $S_4 = \frac{2014}{2015}$; $S_5 = \frac{1007}{4032}$; $S_6 = \frac{n}{4(n+1)}$; $S_7 = \frac{n+1}{3n+4}$. 16. a) 0,6; b) -4;
c) $\frac{5}{3}$; d) $\frac{3}{4}$; e) -2; f) -3; g) 4; h) -1. 17. a) -5; b) 4,1; c) -2,9; d) -0,3; e) $-\frac{2}{3}$;
f) $\frac{1}{15}$; g) $\frac{1}{6}$; h) -1; i) 5. 18. a) $\frac{1}{8}$; b) $\frac{4}{9}$; c) $-\frac{64}{125}$; d) 1,(7); e) 0,0625; f) $-\frac{125}{27}$;
19. d) $\frac{1}{100}$; e) $\frac{1}{4}$; f) $\frac{125}{216}$; g) 81; h) $\frac{25}{4}$; i) $-\frac{27}{125}$; j) 625. 20. c) $\frac{25}{49}$; d) $\frac{729}{64}$;
e) $-\frac{5}{3}$; f) $\frac{16}{9}$; g) 25,32; h) 4,321; i) 13,057. 21. c) $-\frac{3}{10}$; d) $-\frac{6}{5}$; e) -78; f) 6.
22. b) 80; c) $\frac{1}{16}$; d) -14; e) 4; f) $\frac{1}{2222}$. 23. $A = \{0; 1\}$, $B = \{-9; -6; -5; -4; -2;$
 $-1; 0; 3\}$, $A \cup B = \{-9; -6; -5; -4; -2; -1; 0; 1; 3\}$, $A \cap B = \{0\}$, $A \setminus B = \{1\}$,
 $B \setminus A = \{-9; -6; -5; -4; -3; -1; 3\}$, $A \times B = \{(0; -9); (0; -6); (0; -5); (0; -4); (0; -2);$
 $(0; -1); (0; 0); (0; 3); (1; -9); (1; -6); (1; -5); (1; -4); (1; -2); (1; -1); (1; 0); (1; 3)\}$.
24. $B = \{-1\}$, $A = \{1; 2; 3\}$, $A \cup B = \{-1; 1; 2; 3\}$, $A \cap B = \emptyset$, $A \setminus B = \{1; 2; 3\}$,
 $B \setminus A = B$, $A \times B = \{(1; -1); (2; -1); (3; -1)\}$, $B \times A = \{(-1; 1); (-1; 2); (-1; 3)\}$.
25. Este soluție pentru a), e), f), g). 26. a) -5; b) \emptyset ; c) \emptyset ; d) -3; e) \emptyset . 27. a) -0,18;
b) -0,6; c) -5,8; d) 1. 28. a) $-\frac{1}{2}$; b) $\frac{10}{7}$; c) -0,7; d) $-\frac{2}{3}$; e) 4; f) \emptyset ; g) 1; h) 2.
29. a) 6; b) 244; c) (1,5; -3,2); d) $\left\{\frac{1}{2}; -2\right\}$; e) 3; f) 2014. 30. Notăm cu x numărul.