

Mecanică

Capitolul I

Mărimi fizice

1. Noțiuni generale

Definiții:

◆ Prin **clasificare** se înțelege distribuirea corpurilor dintr-o mulțime în grupe, pe baza unei proprietăți comune.

Criteriu de clasificare este proprietatea comună în funcție de care se realizează clasificarea.

Criteriu de ordonare este proprietatea care permite ordonarea exactă a corpurilor dintr-o mulțime.

◆ **Mărimea fizică** este un concept (noțiune) care se asociază unei proprietăți fizice măsurabile.

A măsura o mărime fizică înseamnă a o compara cu o altă mărime fizică de același fel, aleasă prin convenție ca unitate de măsură.

O mărime fizică se prezintă sub forma:

$$\text{mărime fizică} = \underbrace{\text{valoare numerică} \times \text{unitate de măsură}}_{\text{valoarea unității de măsură}}$$

2. Valoarea medie a unei mărimi fizice

Valoarea medie a unei mărimi fizice este egală cu media aritmetică a valorilor obținute la cele n măsurători:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, i = 1, 2, \dots, n.$$

Capitolul II

Mișcare și repaus

1. Noțiuni generale

Definiții:

◆ **Corpul de referință** este corpul în raport cu care se determină poziția altui corp.

◆ Prin **sistem de referință** (S.R.) se înțelege ansamblul format din corp de referință, instrument pentru măsurarea distanței și instrument pentru măsurarea intervalelor de timp.

◆ **Traectoria** este mulțimea punctelor care constituie pozițiile succesive ale mobilului față de un sistem de referință.

◆ **Viteza medie** (\bar{v}) este mărimea fizică definită prin raportul dintre distanța parcursă de mobil și durata necesară acestei deplasări:

$$\bar{v} = \frac{d}{t}; \quad [\bar{v}]_{\text{S.I.}} = \frac{[d]_{\text{S.I.}}}{[t]_{\text{S.I.}}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. Mișcarea rectilinie uniformă

Mișcarea rectilinie uniformă este mișcarea în care mobilul se deplasează cu aceeași viteză pe o traiectorie rectilinie.

Legea mișcării rectilinii uniforme

Distanța x la care ajunge un mobil la momentul de timp t este dată de relația:

$$x = x_0 \pm v \cdot (t - t_0),$$

unde x_0 — coordonata mobilului la momentul t_0 (față de un S.R.);

t_0 — momentul inițial;

v — viteza de deplasare a mobilului.

3. Mișcarea rectilinie uniform variată

Mișcarea rectilinie uniform variată este mișcarea în care mobilul se deplasează cu viteză diferită pe o traiectorie rectilinie.

Capitolul III

Inerție. Masă. Densitate

1. Noțiuni generale

Definiții:

◆ **Inerția** este proprietatea generală a corpurilor de a-și menține starea de mișcare rectilinie uniformă sau de repaus, atât timp cât asupra lor nu se acționează din exterior, și de a se opune la orice acțiune exterioară care caută să modifice această stare.

◆ **Masa** (m) este mărimea fizică ce măsoară inerția unui corp.

$$[m]_{\text{S.I.}} = \text{kg}.$$

◆ **Densitatea** (ρ) este mărimea fizică definită prin raportul dintre masa corpului și volumul acestuia.

$$\rho = \frac{m}{V} ;$$

$$[\rho]_{\text{S.I.}} = \frac{[m]_{\text{S.I.}}}{[V]_{\text{S.I.}}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} .$$

Capitolul IV

Forțe

1. Noțiuni generale

Definiții:

◆ **Interacțiunea** dintre două corpuri este acțiunea reciprocă a acelor corpuri.

◆ Se numesc **mărimi scalare**, mărimile fizice complet caracterizate prin valoarea lor măsurată și unitatea de măsură.

Exemple: masa (m), densitatea (ρ), timpul (t), lungimea (ℓ) etc.

◆ Se numesc **mărimi vectoriale**, mărimile fizice complet caracterizate prin valoarea lor măsurată, unitatea de măsură, punctul de aplicație, direcția și sensul. Mărimile vectoriale se reprezintă grafic cu ajutorul vectorilor.

Exemple: forța (\vec{F}), viteza (\vec{v}), accelerația (\vec{a}) etc.

◆ Un **vector** este un segment de dreaptă orientat caracterizat prin punct de aplicație, direcție, sens și modul.

◆ **Forța** (\vec{F}) este măsura interacțiunii corpurilor

$$[F]_{\text{s.I.}} = \text{N (newton)}$$

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} .$$

1 N este mărimea forței care, aplicată unui corp cu masa de 1 kg, îi modifică acestuia viteza cu $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ în fiecare interval de timp de 1 s .

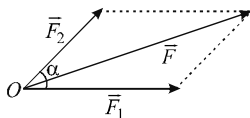
2. Compunerea forțelor

Rezultanta a două sau mai multe forțe reprezintă forța care înlocuiește forțele ca efect, când ele acționează simultan.

Pentru a determina forța rezultantă se folosesc două metode de compunere a forțelor: regula paralelogramului și regula triunghiului.

Regula paralelogramului:

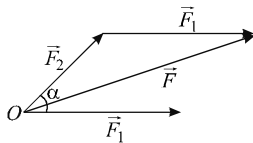
Se construiește paralelogramul ce are ca laturi forțele ce se compun \vec{F}_1 și \vec{F}_2 , iar rezultanta lor \vec{F} este diagonala paralelogramului ce pleacă din punctul de aplicație al forțelor.



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Regula triunghiului:

Prin extremitatea forței \vec{F}_1 (sau \vec{F}_2) se duce o forță paralelă și egală cu cea de-a doua forță, \vec{F}_2 (sau \vec{F}_1). Rezultanta lor (ce constituie a treia latură a triunghiului) este forța care unește originea primei forțe cu extremitatea celei de-a doua.



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Modulul vectorului sumă $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ se calculează din relația:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha,$$

unde $F = |\vec{F}|$ — modulul forței \vec{F} ;

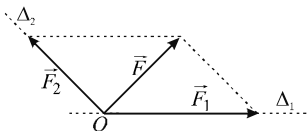
$F_i = |\vec{F}_i|$ — modulul forței \vec{F}_i , $i = \overline{1, 2}$;

α — unghiul dintre cele două forțe.

3. Descompunerea unei forțe după două direcții date

Considerăm două direcții distincte Δ_1 și Δ_2 .

Prin extremitatea forței \vec{F} se duc paralele la cele două direcții Δ_1 și Δ_2 . Componentele vor fi forțele \vec{F}_1 și \vec{F}_2 determinate pe cele două direcții, egale în modul cu laturile paralelogramului a cărui diagonală este \vec{F} .



Dacă cele două direcții pe care se face descompunerea sunt perpendiculare, atunci între componente există relația:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 .$$

4. Tipuri de forțe

4.1. Greutatea

Definiție: Greutatea (\vec{G}) este forța de atracție gravitațională exercitată de Pământ asupra oricărui corp aflat în vecinătatea suprafeței sale.

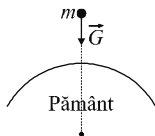
$$\vec{G} = m\vec{g} , \text{ cu } |\vec{g}| = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(\frac{\text{N}}{\text{kg}} \right) ,$$

unde m — masa corpului;

\vec{g} — **acelerația gravitațională**; este variabilă în funcție de latitudine și altitudine.

$$[G]_{\text{S.I.}} = \text{N (newton)}.$$

Greutatea are direcția verticală spre centrul Pământului.



4.2. Forța elastică

Deformările corpurilor pot fi *permanente*, și atunci sunt *deformări plastice*, sau *temporare*, caz în care sunt *deformări elastice*. În cazul unei deformări elastice, corpul revine la forma inițială după ce încetează acțiunea forței deformatoare, sub acțiunea unei alte forțe numită *forța elastică*.

Definiție: Forța elastică (\vec{F}_e) este forța care apare în corpurile deformatate elastic și care tinde să aducă corpurile în starea nedeformată.

Forța elastică este direct proporțională cu mărimea deformării și este orientată spre poziția în care corpul este nedeformat.

$$\vec{F}_e = -k \cdot \Delta \vec{\ell}$$

unde k — constanta elastică, $[k]_{\text{S.I.}} = \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

$$[F_e]_{\text{S.I.}} = \text{N}.$$

4.3. Forța de frecare

Definiție: Forța de frecare (\vec{F}_f) este forța care apare la suprafața de contact dintre două corpuri și se opune mișcării unui corp față de celălalt.

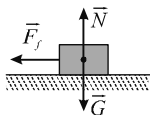
Forța de frecare la alunecare \vec{F}_f este direct proporțională cu forța de apăsare normală exercitată pe suprafața de contact de unul dintre corpuri asupra celuilalt (\vec{N}) și depinde de natura suprafețelor corpurilor care vin în contact.

$$\vec{F}_f = \mu \cdot \vec{N},$$

unde μ — coeficient de frecare la alunecare;

\vec{N} — apăsarea normală.

$$[F_f]_{S.I.} = N.$$



Capitolul V

Echilibrul mecanic al corpurilor

1. Noțiuni generale

Definiții:

◆ **Mișcarea de translație** este mișcarea în care toate punctele corpului descriu traiectorii paralele și au la un moment dat aceeași viteză.

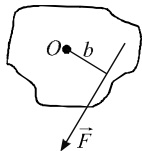
◆ **Mișcarea de rotație** este mișcarea unui corp solid în jurul unei axe fixe, atunci când fiecare dintre punctele corpului descrie un arc de cerc cu centrul pe axa de rotație.

◆ **Momentul unei forțe** ($\mathcal{M}_{\vec{F}(O)}$) față de un punct este o mărime fizică vectorială al cărei modul este egal cu produsul dintre valoarea forței \vec{F} și lungimea brațului său b .

$$\mathcal{M}_{\vec{F}(O)} = F \cdot b ;$$

$$[\mathcal{M}_{\vec{F}(O)}]_{\text{S.I.}} = [F]_{\text{S.I.}} \cdot [b] = \text{N} \cdot \text{m} .$$

Brațul forței (b) este distanța de la punctul de rotație la dreapta suport.



Condiții de echilibru mecanic

• Un corp este în echilibru de translație (se află în repaus sau se mișcă rectiliniu uniform) atunci când rezultanta forțelor care acționează asupra lui este zero.

$$\vec{R} = 0 .$$

• Un corp este în echilibru de rotație (nu se rotește sau are o mișcare de rotație uniformă) atunci când suma modulelor momentelor forțelor care rotesc corpul într-un sens este egală

cu suma modulelor momentelor forțelor care rotesc corpul în sens opus.

Echilibrul mecanic al corpurilor se studiază pe un plan înclinat sau în cazul în care sunt implicate pârghia și/sau scripetele (fix sau mobil).

2. Planul înclinat

Definiție: Planul înclinat este un plan care formează un unghi ascuțit cu planul orizontal.

Greutatea unui corp aflat pe un plan înclinat se poate descopune după două direcții perpendiculare — una de-a lungul planului și cealaltă perpendiculară pe acesta. Între greutatea \vec{G} și componentele sale \vec{G}_t și \vec{G}_n există relația:

$$\vec{G} = \vec{G}_t + \vec{G}_n,$$

unde \vec{G} — greutatea corpului;

\vec{G}_t — componenta greutății de-a lungul planului;

\vec{G}_n — componenta greutății perpendiculară pe plan.

Modulele acestor forțe verifică relația:

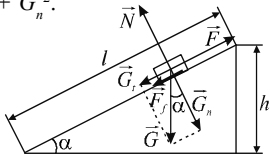
$$G^2 = G_t^2 + G_n^2.$$

Un corp de greutate G este în echilibru pe un plan înclinat de lungime ℓ și înălțime h , neglijând frecările atunci când:

$$\vec{F} = -\vec{G}_t, \quad F = G_t,$$

unde \vec{F} — forța sub acțiunea căreia corpul urcă pe plan;

\vec{G}_t — componenta greutății de-a lungul planului.



Modulele acestor forțe verifică relația:

$$F = G \frac{h}{\ell}.$$

Dacă se ține seama de forța de frecare la alunecare, corpul urcă uniform pe planul înclinat atunci când:

$$\vec{F} + \vec{G}_t + \vec{F}_f = 0 \text{ sau } \vec{F} = -(\vec{G}_t + \vec{F}_f)$$

$$F = G_t + F_f.$$

unde \vec{F} — forța sub acțiunea căreia corpul urcă pe plan;

\vec{G}_t — componenta greutății de-a lungul planului;

\vec{F}_f — forța de frecare la alunecare.

Modulele acestor forțe verifică relația:

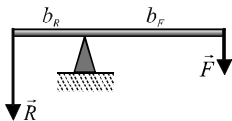
$$F = G \frac{h}{\ell} + F_f.$$

3. Pârghia

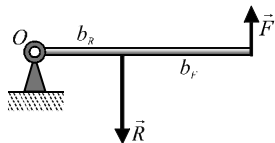
Definiție: Pârghia este o bară rigidă care se poate roti în jurul unui punct de sprijin și asupra căreia acționează forța rezistentă (\vec{R}) și forța activă (\vec{F}).

Există trei tipuri de pârghii, în funcție de poziția punctului de sprijin și de poziția punctului de aplicație al forței active \vec{F} .

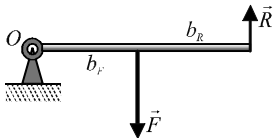
◆ Pârghia de ordinul I — punctul de sprijin se află între punctul de aplicație al forței active și punctul de aplicație al forței rezistente.



◆ Pârghia de ordinul II — punctul de aplicație al forței rezistente se află între punctul de sprijin și punctul de aplicație al forței active.



◆ Pârghia de ordinul III — punctul de aplicație al forței active se află între punctul de sprijin și punctul de aplicație al forței rezistente.



Dacă o pârghie ideală (fără frecare) este în echilibru, raportul forțelor este egal cu inversul raportului brațelor:

$$\frac{F}{R} = \frac{b_R}{b_F}.$$

4. Scripetele

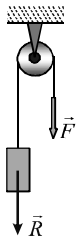
4.1. Scripetele fix

La un scripete fix ideal (fără frecare), aflat în echilibru, forțele activă și rezistentă au modulele egale:

$$F = R.$$

În timpul ridicării unui corp cu un scripete fix, distanța pe care se deplasează punctul de aplicație al forței active este egală cu distanța pe care se deplasează punctul de aplicație al forței rezistente:

$$b_F = b_R.$$



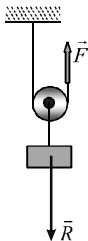
4.2. Scripetele mobil

La un scripete mobil ideal, aflat în echilibru, forța activă are modulul de două ori mai mic decât modulul forței rezistente:

$$F = \frac{R}{2}.$$

În timpul ridicării unui corp cu un scripete mobil, distanța pe care se deplasează punctul de aplicație al forței active este de două ori mai mare decât distanța pe care se deplasează punctul de aplicație al forței rezistente:

$$b_F = 2b_R.$$



Capitolul VI

Lucrul mecanic. Energia mecanică

1. Lucrul mecanic

Definiție: Lucrul mecanic (L) efectuat de o forță constantă \vec{F} al cărei punct de aplicație se deplasează rectiliniu este o mărime fizică scalară a cărei valoare este dată de relația:

$$L = F \cdot d \cdot \cos\alpha,$$

unde d — lungimea deplasării punctului de aplicație al forței;
 α — unghiul dintre direcțiile forței și deplasării.

$$[L]_{\text{S.I.}} = [F]_{\text{S.I.}} \cdot [d]_{\text{S.I.}} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J (joule)}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}, \quad 1 \text{ J} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

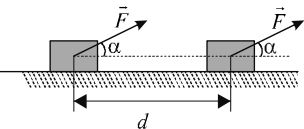
1 J este lucrul mecanic efectuat de o forță de 1 N pe o distanță de 1 m, forța acționând pe direcția deplasării.

Cazuri particulare:

1. $\alpha = 0^\circ \Rightarrow L = F \cdot d \Rightarrow L > 0$; forța efectuează un lucru mecanic motor.

2. $\alpha = 90^\circ \Rightarrow L = 0$; forța este perpendiculară pe direcția mișcării.

3. $\alpha = 180^\circ \Rightarrow L = -F \cdot d \Rightarrow L < 0$; forța efectuează un lucru mecanic rezistent.



Lucrul mecanic al forței de frecare:

$$L_f = -F_f \cdot d,$$

unde F_f — forța de frecare;
 d — distanța parcursă de corp.

Lucrul mecanic al unei forțe de tracțiune:

$$L = F \cdot d \cdot \cos\alpha,$$

unde F — forța de tracțiune;
 d — distanța parcursă de corp;
 α — unghiul dintre direcția forței de tracțiune și orizontală.

Lucrul mecanic al forței de greutate este independent de traiectorie și lege de mișcare și este dat de relația:

$$L = m \cdot g \cdot h,$$

unde h — diferența de nivel dintre poziția inițială și cea finală;
 m — masa corpului;
 g — accelerația gravitațională locală.

Lucrul mecanic al forței elastice este dat de relația:

$$L_e = -\frac{k\Delta\ell^2}{2},$$

unde k — constanta elastică;
 $\Delta\ell$ — deformarea.

2. Puterea mecanică

Definiție: Puterea mecanică (P) dezvoltată de o forță constantă se definește prin raportul dintre lucrul mecanic efectuat de această forță și intervalul de timp necesar efectuării lui.

$$P = \frac{L}{t}; P = F \cdot v, \text{ cu } v = \text{const.}$$

$$[P]_{\text{S.I.}} = \frac{[L]_{\text{S.I.}}}{[t]_{\text{S.I.}}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W (watt)}.$$

$$1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}}.$$

1 W este puterea dezvoltată de o forță de 1 N într-un interval de timp de 1 s.

3. Energia mecanică

Energia mecanică este capacitatea unui sistem de a efectua lucru mecanic în raport cu un S.R. Această energie poate fi cinetică sau potențială.

3.1. Energia cinetică

Definiție: Energia cinetică (E_c) este energia pe care un corp o posedă atunci când se află în mișcare de translație cu o viteză v față de un S.R. și este numeric egală cu semiprodusul dintre masa corpului și pătratul vitezei acestuia.

$$E_c = \frac{mv^2}{2},$$

unde m — masa corpului;

v — viteza de deplasare.

$$[E_c]_{\text{S.I.}} = \text{J (joule)}.$$

Teorema de variație a energiei cinetice

Variația energiei cinetice a unui punct material între două momente de timp este egală cu lucrul mecanic efectuat de forțele aplicate acestuia între aceleași momente de timp.

$$\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = L.$$

3.2. Energia potențială

Definiție: Energia potențială a unui sistem (E_p) este energia datorată poziției părților sale componente, aflate în interacțiune.

Energia potențială gravitațională (E_{pg}) a unui sistem format dintr-un corp de masă m și Pământ, când corpul este la înălțimea h deasupra solului, este:

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h.$$
$$[E_{pg}]_{S.I.} = \text{J (joule)}.$$

Energia potențială elastică (E_{pe}) a unui sistem format dintr-un corp și un resort de constantă elastică k , atunci când resortul este deformat cu $\Delta\ell$, este:

$$E_{pe} = \frac{k\Delta\ell^2}{2}.$$
$$[E_{pe}]_{S.I.} = \text{J (joule)}.$$

Lucrul mecanic efectuat de forțele de greutate și elastică între două stări ale sistemului este egal cu variația, cu semn schimbat, a energiei potențiale a sistemului:

$$L = -\Delta E_p.$$

3.3. Legea conservării energiei mecanice

Energia mecanică ($E = E_c + E_p$) a unui sistem izolat (fără frecări și care nu interacționează cu alte sisteme) rămâne constantă, adică se conservă.

$$E = E_c + E_p = \text{const.};$$
$$\Delta E = 0, E_f = E_i.$$

Dacă sistemul nu este izolat, atunci

$$\Delta E = L,$$

unde L — lucrul mecanic efectuat de forțele exterioare.

4. Randamentul mecanic

Definiție: Randamentul mecanic (η) reprezintă raportul dintre lucrul mecanic util (care se regăsește la beneficiar) și lucrul mecanic consumat (de la sursă).

$$\eta = \frac{L_u}{L_c}.$$

Randamentul este o măsură adimensională (fără dimensiune în S.I.)

În sistemele reale, $L_c > L_u$. Diferența este dată de lucrul mecanic al forțelor de frecare (L_f) care trebuie învinse pentru a se realiza mișcarea (care generează lucrul mecanic).

$$L_f = L_c - L_u.$$

De aici rezultă că:

$$\eta = 1 - \frac{|L_f|}{L_c} < 1.$$

Expresii alternative de definire a randamentului sunt:

$$\eta = \frac{E_f}{E_i},$$

unde E_f — energia de ieșire din sistemul mecanic (energia finală);

E_i — energia de intrare în sistemul mecanic (energia inițială);

sau

$$\eta = \frac{P_u}{P_c},$$

unde P_u — puterea utilă care se regăsește la beneficiar (puterea finală);

P_c — puterea consumată de la sursă (puterea inițială).