

CĂTĂLIN-PETRU NICOLESCU

MĂDĂLINA-GEORGIA NICOLESCU

COSTICĂ LUPU

ELENA NINU

ALINA-NICOLETA TIMAR

AURICA-VIUȚA FAZAKAȘ

RODICA URSAN

ADRIANA MIHAELA GREC

DELIA STĂNILĂ

MARIA SILAGHI

RODICA POPOVICI

FELICIA OPRAN

IULIAN GHIȚĂ

ION CHILEA

MARIANA-MAGDALENA PĂTULEANU

MARCELA IONUȚ

VICTOR BĂLȘEANU

NICOLAE PAPACU

CRISTINA-PAULA MARIN

IULIUS-RADU TIMAR

PETRU ORBULESCU MATEȘESCU

TATIANA VOICU

ȘTEFAN POKA

PETRU-DUMITRU STĂNILĂ

ANA MANDREȘI

LUCREȚIA CHECEC

ADRIANA MIHĂLȚAN

EUGENIA MUNTEANU

MARINEL-DODU CORNEA

MELANIA BRANEA

ALICE ANIȚA

MATEMATICĂ

- Sinteze de teorie
- Probleme recapitulative grupate pe tematici
- Teste propuse după modelul MEN
- Subiecte pentru pregătirea candidaților la examenul de

BACALAUREAT

TOATE FILIERELE
PROFILURILE
SPECIALIZĂRILE



CUPRINS

E* R**

Capitolul I. ALGEBRĂ. GEOMETRIE. TRIGONOMETRIE – clasele a IX-a și a X-a

1. Numere reale		
Breviar de teorie	3	
<i>Probleme propuse</i>		
Mulțimi de numere reale	5	88
Formule de calcul prescurtat	5	88
Modulul unui număr real	6	88
Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real	7	89
Inegalități și identități algebrice	8	89
2. Inducția matematică. Probleme de numărare		
Breviar de teorie	9	
<i>Probleme propuse</i>		
Mulțimi	10	89
Metoda inducției matematice	10	90
Probleme de numărare	11	90
3. Funcții. Noțiuni generale		
Breviar de teorie	12	
<i>Probleme propuse</i>		
Funcții. Componerea funcțiilor	14	91
Funcții monotone. Funcții mărginite	15	91
Funcții pare. Funcții impare. Funcții fără paritate. Funcții periodice	16	91
4. Funcția de gradul întâi		
Breviar de teorie	17	
<i>Probleme propuse</i>		
Ecuția de gradul întâi	18	92
Funcția de gradul întâi	19	92
Inecuația de gradul întâi	20	93
5. Funcția de gradul al doilea		
Breviar de teorie	21	
<i>Probleme propuse</i>		
Ecuția de gradul al doilea	23	94
Descompunerea trinomului de gradul al doilea	24	94
Formulele lui François Viète	24	94
Graficul funcției de gradul al doilea	25	95
Monotonia funcției de gradul al doilea	26	95
Inecuația de gradul al doilea	27	95
Sisteme de ecuații. Pozițiile relative ale unei drepte față de o parabolă	27	95
6. Progresii		
Breviar de teorie	28	
<i>Probleme propuse</i>		
Șiruri de numere reale	29	96
Progresii aritmetice	30	96
Progresii geometrice	31	96

* E – enunțuri

** R – răspunsuri, rezolvări

7. Vectori în plan		
Breviar de teorie	32	
<i>Probleme propuse</i>		
Definiția vectorilor. Operații cu vectori	34	97
Vectori coliniari. Descompunerea unui vector după două direcții date	35	97
Vectori într-un reper cartezian	36	98
Teorema lui Menelaus. Teorema lui Ceva. Reciproce	37	98
8. Elemente de trigonometrie		
Breviar de teorie	37	
<i>Probleme propuse</i>		
Măsura în grade sexagesimale. Măsura în radiani. Cercul trigonometric	41	99
Proprietățile funcțiilor trigonometrice	41	99
Teorema fundamentală a trigonometriei. Reducerea la primul cadran	43	99
Formule trigonometrice pentru suma sau diferența de unghiuri	44	99
Formule trigonometrice pentru unghiul dublu și pentru unghiul pe jumătate	45	100
Formule trigonometrice pentru transformarea sumelor în produse și a produselor în sume	46	100
9. Produsul scalar a doi vectori. Aplicațiile trigonometriei în geometria în plan		
Breviar de teorie	47	
<i>Probleme propuse</i>		
Produsul scalar a doi vectori	48	101
Teorema sinusurilor. Teorema cosinusului	49	101
Formule pentru aria unui triunghi. Raza cercului înscris și raza cercului circumscriș unui triunghi	50	102
10. Puteri și radicali. Ecuatii și inecuații iraționale		
Breviar de teorie	51	
<i>Probleme propuse</i>		
Radicali	52	102
Puteri cu exponent rațional sau real	53	102
Ecuatii iraționale	54	103
Inecuații iraționale	55	103
11. Numere complexe		
Breviar de teorie	55	
<i>Probleme propuse</i>		
Forma algebrică a unui număr complex	57	103
Rezolvarea în \mathbb{C} a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali	58	104
Forma trigonometrică a unui număr complex	59	104
12. Funcții injective. Funcții surjective. Funcții bijective. Funcții inversabile		
Breviar de teorie	59	
<i>Probleme propuse</i>		
Funcții injective	60	105
Funcții surjective	61	105
Funcții bijective. Funcții inversabile	61	105
13. Logaritmi. Ecuatii și inecuații exponențiale și logaritmice		
Breviar de teorie	62	
<i>Probleme propuse</i>		
Logaritmi	64	106
Funcția exponențială. Funcția logaritmică	65	106
Ecuatii și inecuații exponențiale	65	107
Ecuatii și inecuații logaritmice	66	107

	E	R
14. Funcții trigonometrice inverse. Ecuatii și inecuații trigonometrice		
Breviar de teorie	68	
<i>Probleme propuse</i>		
Funcții trigonometrice inverse	70	108
Ecuatii și inecuații trigonometrice	71	108
15. Elemente de combinatorică. Binomul lui Newton		
Breviar de teorie	72	
<i>Probleme propuse</i>		
Probleme de numărare care utilizează regula produsului	74	109
Permutări. Aranjamente. Combinări	75	110
Probleme de numărare care utilizează permutări, aranjamente, combinări	76	110
Binomul lui Newton	77	110
16. Elemente de calculul probabilităților		
Breviar de teorie	78	
<i>Probleme propuse</i>		
Probabilitatea unui eveniment	79	110
Scheme clasice de probabilitate	81	111
17. Elemente de geometrie analitică		
Breviar de teorie	81	
<i>Probleme propuse</i>		
Distanța dintre două puncte. Coordonatele mijlocului unui segment	83	112
Ecuatiile dreptei într-un reper cartezian	84	112
Drepte paralele. Drepte perpendiculare. Unghiul dintre două drepte	85	112
Distanțe și arii într-un reper cartezian	87	114

Capitolul II. ALGEBRĂ SUPERIOARĂ – clasele a XI-a și a XII-a

1. Permutări		
Breviar de teorie	115	
<i>Probleme propuse</i>	116	176
2. Matrice		
Breviar de teorie	119	
<i>Probleme propuse</i>		
Adunarea matricelor. Înmulțirea unei matrice cu un scalar	121	177
Înmulțirea matricelor	123	177
Puterea unei matrice	124	178
3. Determinanți		
Breviar de teorie	126	
<i>Probleme propuse</i>		
Calculul determinanților	128	179
Proprietățile determinanților	129	179
Aplicații ale determinanților în geometria în plan	133	181
4. Inversa unei matrice pătratică		
Breviar de teorie	135	
<i>Probleme propuse</i>	135	183
5. Sisteme de ecuații liniare		
Breviar de teorie	139	
<i>Probleme propuse</i>		
Regula lui Cramer	142	185
Rangul unei matrice	143	185

	E	R
Studiul compatibilității sistemelor de ecuații liniare	144	185
Sisteme de ecuații liniare omogene	146	187
6. Legi de compoziție		
Breviar de teorie	147	
<i>Probleme propuse</i>		
Legi de compoziție pe o mulțime. Parte stabilă	148	187
Proprietăți ale legilor de compoziție interne	149	188
7. Grupuri		
Breviar de teorie	152	
<i>Probleme propuse</i>		
Monoizi	153	190
Grupuri	154	190
Subgrupuri	156	192
Ordinul unui grup finit. Ordinul unui element	157	193
Morfisme de grupuri. Izomorfisme de grupuri	158	193
8. Inele. Corpuri		
Breviar de teorie	161	
<i>Probleme propuse</i>		
Inele. Morfisme. Izomorfisme	162	196
Corpuri. Morfisme. Izomorfisme	165	198
9. Polinoame		
Breviar de teorie	166	
<i>Probleme propuse</i>		
Forma algebrică a unui polinom. Operații cu polinoame	171	199
Divizibilitatea polinoamelor. Rădăcini multiple	172	200
Formulele lui François Viète	173	200
Polinoame cu coeficienți reali, raționali, întregi	174	201

Capitolul III. ANALIZĂ MATEMATICĂ – clasele a XI-a și a XII-a

1. Limite de șiruri. Șiruri convergente		
Breviar de teorie	204	
<i>Probleme propuse</i>		
Șiruri monotone	207	276
Șiruri mărginite	208	276
Calculul limitelor de șiruri	209	277
Criterii de existență a limitei unui șir	211	277
Șiruri recurente	212	278
2. Limite de funcții. Asimptote		
Breviar de teorie	214	
<i>Probleme propuse</i>		
Limita unei funcții într-un punct. Limite laterale	216	281
Limite remarcabile	218	281
Asimptote	219	282
3. Funcții continue. Funcții derivabile		
Breviar de teorie	221	
<i>Probleme propuse</i>		
Funcții continue într-un punct. Puncte de discontinuitate	226	282
Funcții continue pe un interval. Proprietatea lui Darboux	227	282
Funcții derivabile într-un punct. Derivate laterale	228	284

	E	R
Funcții derivabile pe un interval. Operații cu funcții derivabile	229	285
Derivate de ordin superior. Derivata funcției inverse	231	286
4. Teoremele lui Fermat, Rolle, Lagrange, Cauchy, L'Hospital		
Breviar de teorie	233	
<i>Probleme propuse</i>		
Teorema lui Fermat	237	288
Teorema lui Rolle	238	288
Teorema lui Lagrange	239	290
Consecințe ale teoremei lui Lagrange	241	291
Regulile lui l'Hospital	242	293
5. Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor		
Breviar de teorie	243	
<i>Probleme propuse</i>		
Rolul derivatei întâi în studiul funcțiilor	245	293
Rolul derivatei a doua în studiul funcțiilor	246	294
Grafice de funcții. Rezolvarea grafică a ecuațiilor	247	295
6. Primitive. Integrala nedefinită a unei funcții		
Breviar de teorie	248	
<i>Probleme propuse</i>		
Primitivele unei funcții definite pe un interval	250	295
Condiții ca o funcție să admită (sau să nu admită) primitive	252	295
7. Metode de calcul ale primitivelor unei funcții		
Breviar de teorie	254	
<i>Probleme propuse</i>		
Integrarea prin părți	255	297
Integrarea prin schimbarea de variabilă	256	298
Integrarea funcțiilor raționale și a funcțiilor trigonometrice	258	301
8. Integrala definită a unei funcții. Proprietăți ale integralei definite		
Breviar de teorie	259	
<i>Probleme propuse</i>		
Formula Leibniz - Newton	262	304
Condiții de integrabilitate a unei funcții	262	305
Proprietăți ale integralei definite	264	305
9. Metode de calcul ale integralei definite. Teoreme de medie. Aplicații ale integralei definite		
Breviar de teorie	266	
<i>Probleme propuse</i>		
Integrarea prin părți	269	307
Integrarea prin schimbarea de variabilă	270	308
Integrarea funcțiilor raționale și a funcțiilor trigonometrice	272	310
Teorema fundamentală a calculului integral	273	311
Aplicații ale integralei definite	274	312

Capitolul IV. MODELE DE TESTE PREGĂTITOARE PENTRU EXAMENUL DE BACALAUREAT

Testul 1	314	353
Testul 2	315	354
Testul 3	316	356
Testul 4	318	358
Testul 5	319	359

Testul 6	320	361
Testul 7	322	363
Testul 8	323	364
Testul 9	324	366
Testul 10	326	368
Testul 11	327	369
Testul 12	328	372
Testul 13	330	373
Testul 14	331	376
Testul 15	333	378
Testul 16	334	381
Testul 17	336	383
Testul 18	337	386
Testul 19	339	390
Testul 20	340	393
Testul 21	341	396
Testul 22	343	398
Testul 23	344	400
Testul 24	345	402
Testul 25	347	404
Testul 26	348	406
Testul 27	350	408
Testul 28	351	410

Capitolul V. SUBIECTE DATE SAU PROPUSE PENTRU EXAMENUL DE BACALAUREAT

Subiectul 1	413	454
Subiectul 2	414	456
Subiectul 3	416	458
Subiectul 4	417	460
Subiectul 5	419	461
Subiectul 6	420	463
Subiectul 7	421	465
Subiectul 8	423	467
Subiectul 9	424	468
Subiectul 10	425	470
Subiectul 11	427	471

Subiectul 12	428	473
Subiectul 13	430	475
Subiectul 14	431	478
Subiectul 15	433	481
Subiectul 16	434	483
Subiectul 17	436	485
Subiectul 18	437	487
Subiectul 19	438	489
Subiectul 20	440	491

	E	R
Subiectul 21	441	493
Subiectul 22	443	496
Subiectul 23	444	498
Subiectul 24	446	500
Subiectul 25	447	502
Subiectul 26	449	505
Subiectul 27	450	507
Subiectul 28	452	509
Bibliografie selectivă	511	

Algebră. Geometrie.

Trigonometrie

clasele a IX-a și a X-a

**I**

1. Numere reale

Breviar de teorie

Mulțimi de numere reale

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ - mulțimea numerelor naturale.
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ - mulțimea numerelor întregi.
- $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}^* \right\}$ - mulțimea numerelor raționale.
- $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{x \mid x \text{ număr irațional}\}$ - mulțimea numerelor reale.

Număr irațional - fracție zecimală infintă, neperiodică (de exemplu: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$).

- Avem incluziunile: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.
- Se mai folosesc următoarele notații:
 - $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ - mulțimea numerelor iraționale;
 - \mathbb{R}_+ - mulțimea numerelor reale pozitive;
 - \mathbb{R}_- - mulțimea numerelor reale negative;
 - \mathbb{R}^* - mulțimea numerelor reale nenule.

Formule de calcul prescurtat

1. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.
2. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.
3. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$.
4. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
5. $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$.
6. $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$.
7. $(a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}) = a^n - b^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.
8. $(a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1}) = a^n + b^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2, n \text{ impar}$.

Formule de calcul pentru puteri cu exponent întreg

- 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 2) $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$
- 3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- 4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$
- 6) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, n \in \mathbb{N}, a \neq 0.$

Modulul unui număr real

Definiție: $|x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \geq 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$ și, în general, $|x-a| = \begin{cases} x-a, & \text{dacă } x \geq a \\ -x+a, & \text{dacă } x < a \end{cases}$.

Pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$, avem:

- 1) $|x| \geq 0$
- 2) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- 3) $\sqrt{x^2} = |x|$
- 4) $|-x| = |x|$
- 5) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- 6) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0.$

Ecuatii și inecuații cu module

$$a > 0$$

$$|x| = a \Rightarrow x \in \{\pm a\}$$

$$|x| < a \Rightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \Rightarrow x < -a \text{ sau } x > a$$

$$a < 0$$

$$|x| = a \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$|x| < a \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$|x| > a \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real

Partea întreagă (proprietăți):

- 1) $[x] \in \mathbb{Z}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$
- 2) $[x] = x \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$
- 3) $x - 1 < [x] \leq x < [x] + 1$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$
- 4) $[x + n] = [x] + n$, pentru orice $x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$
- 5) $[x] + \left[x + \frac{1}{n}\right] + \left[x + \frac{2}{n}\right] + \dots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right] = [nx], \forall x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$

Partea fracționară (proprietăți):

- 1) $x = [x] + \{x\}, \forall x \in \mathbb{R}$
- 2) $0 \leq \{x\} < 1, \forall x \in \mathbb{R}$
- 3) $\{x\} = 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z}$
- 4) $\{x + n\} = \{x\}, \forall x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$

Probleme propuse

Mulțimi de numere reale

1. Fie mulțimile $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{2x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$ și $B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \setminus \{1\} \mid \frac{x+1}{x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$.

Să se determine mulțimea $A \cup B$.

2. Aflați $n \in \mathbb{N}$, pentru care numărul $N = \frac{3n+2}{2n-3}$ este întreg.

3. Fie fracția zecimală $0,(123456) = 0,a_1a_2a_3\dots$.

Să se calculeze $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2010}$.

4. Se consideră numărul $\frac{16}{7}$ scris sub formă zecimală infinită: $\frac{16}{7} = 2,a_1a_2a_3\dots$.

Să se calculeze suma: $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2013}$.

5. Să se arate că numărul $N = \sqrt{9n+3}$ este irațional pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

6. Să se arate că numărul $N = \frac{n(n+3)}{2}$ este natural pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

7. Să se arate că numărul $N = \sqrt{n^2 + 2n}$ este irațional pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

8. Să se arate că numărul $N = \frac{n^3 - n}{6}$ este natural pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

9. Arătați că fracția $\frac{5n+4}{4n+3}$ este ireductibilă pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

Formule de calcul prescurtat

10. Calculați: $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

11. Să se calculeze $x^2 + \frac{1}{x^2}$, știind că $x - \frac{1}{x} = 6$.

12. Calculați: $2(3\sqrt{3} + 1)^2 + 3(\sqrt{3} - 2)^2 - 23(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$.

13. Să se calculeze $x^2 + y^2 + z^2$, știind că $x + y + z = 7$ și $xy + xz + yz = 10$.

14. Să se arate că fracția $\frac{(n^2 + 2n)(n^2 + 2n - 4) + 4}{(n^2 + 2n)(n^2 + 2n - 3) + 2}$ este reductibilă pentru orice $n \in \mathbb{Z}$.

15. Simplificați fracțiile $E(x) = \frac{x^3 - 27}{2x^2 - 6x}$ și $F(x) = \frac{7x^3 + 7}{x^3 + 2x^2 + x}$.

16. Arătați că numărul $N = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2}$ este natural.

17. Arătați că numărul $N = 4^n + 2^{n+1} + 1$ este pătrat perfect pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

18. Fie numărul $N = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$. Să se determine $a, b \in \mathbb{Q}$, astfel încât $N = a\sqrt{3} + b$.

19. Calculați $x + \frac{1}{x}$, știind că $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$ și $x > 0$.

20. Calculați $x - \frac{1}{x}$, știind că $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{10}{3}$ și $x < -1$.

21. Să se simplifice fracția $\frac{49^n + 2 \cdot 21^n + 9^n}{49^n - 9^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

22. Aflați $x, y \in \mathbb{Q}$, astfel încât $(x + 2y)\sqrt{2} + (3x - y)\sqrt{7} = 7\sqrt{2}$.

23. Calculați $x^3 - \frac{1}{x^3}$, știind că $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$.

24. Calculați produsul $P = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^{2^{100}}}\right)$.

Modulul unui număr real

25. Calculați: $|1,41 - \sqrt{2}| + |1,73 - \sqrt{3}| - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

26. Să se arate că numărul $N = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ este irațional.

27. Să se rezolve în \mathbb{Z} ecuația $|3x - 1| = 5$ și apoi inecuația $|2x - 1| < 5$.

28. Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $|3x - 4| = |2x + 5|$ și apoi inecuația $|2x + 1| < 3$.

29. Determinați x și y din relația $|3x - 1| + |x + 2y - 1| = 0$.

30. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $|7 - |x + 1|| = 1$.

31. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $|x - 2| + |x - 5| = 5$.

32. Rezolvați în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul:
$$\begin{cases} 2|x - 1| + |y + 1| = 5 \\ 3|x - 1| - 2|y + 1| = -3 \end{cases}$$

33. Arătați că sistemul $\begin{cases} |x| - 2|y| = 3 \\ 2|x| - |y| = 0 \end{cases}$ nu admite soluții în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

34. Determinați $x \in \mathbb{R}$ din relația $|x - 2| + |x^2 - 4| + |x^3 - 8| \leq 0$.

35. Rezolvați în \mathbb{R} inecuația: $\frac{-7}{2 - |x + 6|} \leq 0$.

36. Calculați valoarea expresiei $E(x) = |2 - x| + 3|x| - 5| - 1 + x| + |-x|$ pentru $x < 0$.

37. Rezolvați ecuația $|2 - x| + 2|x^2 - 4| + |x^2 - 5x + 6| = 0$.

38. Arătați că, dacă $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$, atunci $x \in [-2, 4]$ și $y \in [-1, 5]$.

Partea întregă și partea fracționară a unui număr real

39. Să se calculeze: $[2, 3] + [-2, 3] + \left[\frac{3}{10}\right] + \left[-\frac{3}{10}\right]$.

40. Să se rezolve ecuațiile $[x] = 11$ și $[x + 1] = -9$.

41. Să se calculeze: $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{99}]$.

42. Să se calculeze: $2 \cdot \left\{\frac{1}{2}\right\} + 4 \cdot \left\{\frac{5}{2}\right\} + 3 \cdot \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

43. Să se calculeze: $\left\{\frac{1}{3}\right\} + \left\{\frac{2}{3}\right\} + \left\{\frac{3}{3}\right\} + \dots + \left\{\frac{102}{3}\right\}$.

44. Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $\{x\} = x$.

45. Să se calculeze partea întregă și apoi partea fracționară a numărului:

$$N = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2012}$$

46. Să se calculeze partea întregă a numărului $N = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

47. Să se arate că relația: $[\sqrt{n^2 + 2n}] + [\sqrt{n^2 + 2n + 2}] = 2n + 1$ este verificată pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

48. Rezolvați ecuațiile: $[x] = \frac{x-1}{2}$; $\{x\} = \frac{x-1}{2}$; $[9x] = 8x$.