

CĂTĂLIN - PETRU NICOLESCU
MĂDĂLINA - GEORGIA NICOLESCU

MATEMATICĂ

clasa a XII-a

- **ALGEBRĂ SUPERIOARĂ**
- **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

SINTEZE DE TEORIE
EXEMPLE REZOLVATE
EXERCII ȘI PROBLEME

- **Fixarea cunoștințelor**
- **Aprofundarea cunoștințelor**
- **Performanță**
- **Autoevaluare**
- **Evaluare sumativă**



CUPRINS

ALGEBRĂ SUPERIOARĂ

| | E * | R ** |
|---|-----|------|
| Capitolul I. LEGI DE COMPOZIȚIE | | |
| 1. Legi de compoziție pe o mulțime. Parte stabilă | | |
| Breviar de teorie | 3 | |
| Probleme propuse | 6 | 278 |
| 2. Proprietăți ale legilor de compoziție interne | | |
| Breviar de teorie | 11 | |
| Probleme propuse | 15 | 281 |
| <i>Teste de evaluare</i> | 20 | 285 |
| Capitolul II. GRUPURI | | |
| 1. Monoizi. Grupuri | | |
| Breviar de teorie | 22 | |
| Probleme propuse | 26 | 285 |
| 2. Grupuri finite. Subgrupuri. Ordinul unui grup finit. Ordinul unui element | | |
| Breviar de teorie | 31 | |
| Probleme propuse | 35 | 290 |
| 3. Morfisme de grupuri. Izomorfisme de grupuri | | |
| Breviar de teorie | 40 | |
| Probleme propuse | 44 | 293 |
| <i>Teste de evaluare</i> | 49 | 296 |
| Capitolul III. INELE ȘI CORPURI | | |
| 1. Inele | | |
| Breviar de teorie | 52 | |
| Probleme propuse | 58 | 297 |
| 2. Corpuri | | |
| Breviar de teorie | 62 | |
| Probleme propuse | 66 | 302 |
| <i>Teste de evaluare</i> | 68 | 305 |
| Capitolul IV. POLINOAME | | |
| 1. Polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ. Operații cu polinoame. | | |
| Teorema împărțirii cu rest | | |
| Breviar de teorie | 70 | |
| Probleme propuse | 75 | 306 |
| 2. Divizibilitatea polinoamelor. Rădăcini multiple. Descompunerea polinoamelor. | | |
| Cel mai mare divizor comun al unor polinoame. | | |
| Cel mai mic multiplu comun al unor polinoame | | |
| Breviar de teorie | 79 | |
| Probleme propuse | 89 | 309 |

* E - enunțuri

** R - răspunsuri, rezolvări

| | | |
|---|-----|------|
| | E * | R ** |
| 3. Relațiile lui François Viète. Ecuații algebrice cu coeficienți în Z, Q, R, C . | | |
| Ecuații bipătrate. Ecuații reciproce. Ecuații binome. Ecuații trinome. | | |
| Sisteme de ecuații neliniare. Separarea rădăcinilor unei ecuații | | |
| Breviar de teorie | 93 | |
| Probleme propuse | 135 | 312 |
| Teste de evaluare | 140 | 319 |

ANALIZĂ MATEMATICĂ

Capitolul I. PRIMITIVE. INTEGRALA NEDEFINITĂ A UNEI FUNCȚII

| | | |
|--|-----|-----|
| 1. Primitivele unei funcții pe un interval real dat | | |
| Breviar de teorie | 142 | |
| Tabel cu integrale nedefinite | 145 | |
| Probleme propuse | 160 | 321 |
| 2. Calculul unor primitive folosind integrarea directă | 163 | |
| Probleme propuse | 165 | 321 |

Capitolul II. METODE DE CALCULALE PRIMITIVELE

| | | |
|---|-----|-----|
| 1. Metoda integrării prin părți | | |
| Breviar de teorie | 168 | |
| Probleme propuse | 171 | 324 |
| 2. Metode de schimbare de variabilă | | |
| Breviar de teorie | 174 | |
| Probleme propuse | 180 | 328 |
| 3. Integrarea funcțiilor raționale | | |
| Breviar de teorie | 183 | |
| Probleme propuse | 190 | 331 |
| 4. Integrarea funcțiilor trigonometrice | | |
| Breviar de teorie | 193 | |
| Probleme propuse | 197 | 334 |
| 5. Integrarea funcțiilor exponențiale | | |
| Breviar de teorie | 197 | |
| Probleme propuse | 198 | |
| 6. Integrarea funcțiilor iraționale | | |
| Breviar de teorie | 202 | |
| Probleme propuse | 207 | 335 |
| 7. Integrarea funcțiilor binome | | |
| Breviar de teorie | 207 | |
| Probleme propuse | 209 | 338 |
| 8. Alte procedee pentru determinarea primitivelor | 210 | |

Capitolul III. INTEGRALA DEFINITĂ

| | | |
|---|-----|-----|
| 1. Funcții integrabile Riemann. | | |
| Breviar de teorie | 217 | |
| Integrala definită (integrala Riemann) | | |
| Condiții suficiente ca o funcție să fie (sau să nu fie) integrabilă | | |
| Probleme propuse | 220 | 339 |

* E - enunțuri

** R - răspunsuri, rezolvări

| | E * | R ** |
|---|-----|------|
| 2. Formula lui Leibniz-Newton | | |
| Breviar de teorie | 223 | |
| Probleme propuse | 225 | 341 |
| 3. Proprietăți ale integralei definite | | |
| Breviar de teorie | 227 | |
| Proprietatea de liniaritate a integralei | | |
| Proprietatea de aditivitate a integralei | | |
| Proprietatea de conservare a semnului integralei | | |
| Proprietatea de monotonie a integralei | | |
| Teorema de medie pentru funcții continue | | |
| Teorema de medie pentru funcții integrabile | | |
| Teorema de existență a primitivelor unei funcții continue | | |
| Derivatele unor integrale care au limite de integrare variabile | | |
| Proprietatea de paritate-imparitate a funcției integrabile | | |
| Probleme propuse | 233 | 342 |
| Capitolul IV. METODE DE CALCULALE INTEGRALEI DEFINITE | | |
| Breviar de teorie | 238 | |
| Formula de integrare prin părți | | |
| Prima metodă de schimbare de variabilă | | |
| A doua metodă de schimbare de variabilă | | |
| Calculul integralei unei funcții pare sau impare | | |
| Probleme propuse | 243 | 345 |
| Capitolul V. APLICAȚII ALE INTEGRALEI DEFINITE | | |
| Breviar de teorie | 249 | |
| 1. Calculul limitelor unor șiruri cu ajutorul integralelor definite utilizând sumele Riemann | | |
| 2. Calculul ariilor unor suprafețe plane | | |
| 3. Calculul volumelor corpurilor de rotație | | |
| Probleme propuse | 258 | 349 |
| Capitolul VI. TESTE DE EVALUARE | | |
| Testul 1 | 261 | 350 |
| Testul 2 | 261 | 351 |
| Testul 3 | 262 | 352 |
| Testul 4 | 262 | 353 |
| Testul 5 | 263 | 353 |
| Testul 6 | 263 | 354 |
| Testul 7 | 264 | 355 |
| Testul 8 | 264 | 356 |
| Testul 9 | 265 | 357 |
| Testul 10 | 266 | 358 |
| Testul 11 | 266 | 359 |
| Testul 12 | 267 | 360 |
| Testul 13 | 267 | 362 |
| Testul 14 | 268 | 363 |
| Testul 15 | 268 | 364 |

* E - enunțuri

** R - răspunsuri, rezolvări

| | E | R |
|-------------------------------|-----|-----|
| Testul 16..... | 269 | 365 |
| Testul 17..... | 270 | 366 |
| Testul 18..... | 270 | 367 |
| Testul 19..... | 271 | 368 |
| Testul 20..... | 271 | 369 |
| Testul 21..... | 272 | 371 |
| Testul 22..... | 273 | 372 |
| Testul 23..... | 273 | 373 |
| Testul 24..... | 274 | 374 |
| Testul 25..... | 274 | 375 |
| Testul 26..... | 275 | 376 |
| Testul 27..... | 275 | 376 |
| Testul 28..... | 275 | 377 |
| Testul 29..... | 276 | 378 |
| Testul 30..... | 276 | 378 |
| Testul 31..... | 276 | 379 |
| Testul 32..... | 277 | 380 |
| Testul 33..... | 277 | 381 |
| Promotori ai matematicii..... | 383 | |
| Bibliografie selectivă..... | 388 | |

ALGEBRĂ SUPERIOARĂ



Legi de compoziție

1. Legi de compoziție pe o mulțime. Parte stabilă

Breviar de teorie

Lege de compoziție

Definiție. Fie M o mulțime nevidă. Se numește *lege de compoziție* (sau operație algebrică) definită pe M , o aplicație $\varphi : M \times M \rightarrow M$, care asociază fiecărei perechi $(x, y) \in M \times M$, un unic element $\varphi(x, y) \in M$.

Observații:

1. Elementul $\varphi(x, y)$ se numește *compusul* lui x cu y .
2. În general, operația $\varphi(x, y)$ se va desemna printr-un simbol special: $*$, \circ , \top , \perp , \oplus , \odot etc. De asemenea, se poate utiliza notația aditivă (+) sau notația multiplicativă (\cdot).

Parte stabilă

Definiție. Fie M o mulțime nevidă și „ \circ ” o lege de compoziție pe M . O submulțime nevidă $H \subseteq M$ se numește *parte stabilă a lui M în raport cu operația „ \circ ”*, dacă pentru orice $x, y \in H$, rezultă că $x \circ y \in H$.

Observații:

1. Numele de „parte stabilă” pentru o submulțime H a lui M în raport cu operația „ \circ ” precizează că dacă $x, y \in H$, atunci și compusul lor $x \circ y$ rămâne în H .
2. Dacă H este o parte stabilă a lui M în raport cu legea de compoziție „ \circ ”, atunci spunem că (H, \circ) este o *lege de compoziție indusă de legea de compoziție de pe M* .

Clase de resturi modulo n (\mathbb{Z}_n)

Definiție. Fie un număr $n \in \mathbb{N}^*$. Dacă $a, b \in \mathbb{Z}$, spunem că *a este congruent cu*

b modulo n și scriem $a \equiv b \pmod{n}$, dacă $n \mid (a - b)$ sau dacă $\frac{a-b}{n} \in \mathbb{Z}$.

Altfel spus: *numărul a este congruent cu numărul b modulo n* , dacă și numai dacă dau același rest r , prin împărțire la n :

$$a \equiv b \pmod{n} \Rightarrow \begin{cases} a = nq_1 + r \\ b = nq_2 + r \end{cases}, q_1, q_2, r \in \mathbb{Z}, 0 \leq r < n.$$

• Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $a \in \mathbb{Z}$.

- Restul împărțirii lui a la n se numește *redusul modulo n al numărului a* și se notează \widehat{a} (modulo n) sau $a \pmod{n}$.

- Notăm: $\widehat{a} = \{b \in \mathbb{Z} \mid b \equiv a \pmod{n}\}$.

$\widehat{a} = \widehat{a \pmod{n}}$, oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$, unde \widehat{a} se numește *clasa lui a modulo n* .

• Fie $n \in \mathbb{N}^*$.

- Mulțimea $\mathbb{Z}_n = \{\widehat{0}, \widehat{1}, \dots, \widehat{n-1}\}$ se numește *mulțimea claselor de resturi modulo n* .

- Pe mulțimea \mathbb{Z}_n se definesc următoarele legi de compoziție:

$$,,+": \mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{Z}_n, \widehat{a} + \widehat{b} = \widehat{a \oplus b};$$

$$,,\cdot": \mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_n \rightarrow \mathbb{Z}_n, \widehat{a} \cdot \widehat{b} = \widehat{a \odot b}.$$

Cum pentru orice $a, b \in \mathbb{Z}$, avem $\widehat{a} = \widehat{b} \Leftrightarrow \widehat{a \pmod{n}} = \widehat{b \pmod{n}} \Leftrightarrow a \pmod{n} = b \pmod{n} \Leftrightarrow n \mid (a - b) \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{n}$.

Deci $a \oplus b = (a + b) \pmod{n}$ și $a \odot b = (ab) \pmod{n}$.

În concluzie: $\widehat{a} + \widehat{b} = \widehat{a \oplus b} = \widehat{a + b}$ și $\widehat{a} \cdot \widehat{b} = \widehat{a \odot b} = \widehat{ab}$.

Tabla unei legi de compoziție

Dacă „ \circ ” este o lege de compoziție pe M , iar mulțimea M este finită, $M = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, atunci legea poate fi redată printr-un tablou, numit *tabla operației „ \circ ”*, astfel:

| \circ | x_1 | x_2 | | x_j | | x_n |
|---------|-----------------|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|
| x_1 | $x_1 \circ x_1$ | $x_1 \circ x_2$ | ... | $x_1 \circ x_j$ | ... | $x_1 \circ x_n$ |
| x_2 | $x_2 \circ x_1$ | $x_2 \circ x_2$ | ... | $x_2 \circ x_j$ | ... | $x_2 \circ x_n$ |
| ... | ... | ... | | ... | | ... |
| x_i | $x_i \circ x_1$ | $x_i \circ x_2$ | ... | $x_i \circ x_j$ | ... | $x_i \circ x_n$ |
| ... | ... | ... | | ... | | ... |
| x_n | $x_n \circ x_1$ | $x_n \circ x_2$ | ... | $x_n \circ x_j$ | ... | $x_n \circ x_n$ |

În acest tabel, elementul $x_i \circ x_j$ este situat pe linia i și coloana j .

Probleme rezolvate

1. Considerăm mulțimea $M = [2, +\infty)$.

a) Să se arate că operația $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$, definește pe M , o lege de compoziție.

b) Să se calculeze numerele $a = 2 \circ 3$ și $b = (-1) \circ 4$.

Rezolvare:

a) Pentru a demonstra că legea este o operație algebrică, trebuie să arătăm că pentru orice numere $x \geq 2, y \geq 2$, avem $x \circ y \geq 2$.

Scriem echivalent: $x \circ y \geq 2 \Leftrightarrow xy - 2x - 2y + 6 \geq 2 \Leftrightarrow xy - 2x - 2y + 4 \geq 0$
 $\Leftrightarrow x(y - 2) - 2(y - 2) \geq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(y - 2) \geq 0$, ultima inegalitate fiind evidentă, deoarece $x \geq 2$ și $y \geq 2$.

b) $a = 2 \circ 3 = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 6 = 2$ și $b = (-1) \circ 4 = (-1) \cdot 4 - 2 \cdot (-1) - 2 \cdot 4 + 6$, deci $b = -4$.

2. Fie mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ și legea „ \circ ” definită astfel:

$$x \circ y = \begin{cases} xy, & \text{dacă } x \leq 2, y \leq 2 \\ x - 1, & \text{dacă } x > 2 \\ y - x, & \text{dacă } x \leq 2, y > 2 \end{cases}$$

a) Efectuând tabla operației, să se deducă că operația „ \circ ” determină pe M o lege de compoziție.

b) Să se rezolve ecuațiile: $x \circ 2 = 4$ și $1 \circ x = 2$.

Rezolvare:

a) Din tabla operației, prezentată alăturat, deducem că operația „ \circ ” este algebrică pe M .

b) Din tabla operației deducem că:

$x \circ 2 = 4 \Rightarrow x = 2$, iar din $1 \circ x = 2 \Rightarrow x \in \{2, 3\}$.

| | | | | | |
|---------|---|---|---|---|---|
| \circ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 4 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 4 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |

3. Fie mulțimea $M = [2, 4] \subset \mathbb{R}$ și legea de compoziție

$x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$.

a) Să se arate că M este parte stabilă față de legea „ \circ ”.

b) Să se rezolve ecuațiile: $x \circ 2 = 3, x \in M$ și apoi $3 \circ x = 3, x \in M$.

Rezolvare:

a) Se observă că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$. Ținând cont că pentru $x \in [2, 4], y \in [2, 4]$, avem că $x - 3 \in [-1, 1]$ și $y \in [-1, 1]$, deducem că $(x - 3)(y - 3) \in [-1, 1]$ și în final că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3 \in [2, 4]$. În concluzie

mulțimea M este parte stabilă a lui \mathbb{R} față de „ \circ ”.

b) $x \circ 2 = 3 \Rightarrow 2x - 3x - 3 \cdot 2 + 12 = 3 \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow S = \{3\}$.

$3 \circ x = 3 \Rightarrow 3x - 9 - 3x + 12 = 3 \Rightarrow 3 = 3$, deci ecuația are o infinitate de soluții, adică $S = [2, 4]$.

4. Considerăm mulțimea $\mathbb{Z}_5 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$.

a) Să se efectueze $\hat{2} + \hat{3}$ și $\hat{2} \cdot \hat{3}$.

b) Să se rezolve ecuațiile $x + \hat{4} = \hat{1}$ și $\hat{4}x = \hat{1}$.

c) Să se rezolve ecuația: $\hat{2} \cdot x + \hat{4} = \hat{3}$.

Rezolvare:

a) $\hat{2} + \hat{3} = \widehat{2+3} = \hat{5} = \widehat{1 \cdot 5 + 0} = \hat{1} \cdot \hat{5} + \hat{0} = \hat{1} \cdot \hat{0} + \hat{0} = \widehat{1 \cdot 0} + \hat{0} = \hat{0} + \hat{0} = \widehat{0+0} = \hat{0}$.

$\hat{2} \cdot \hat{3} = \widehat{2 \cdot 3} = \hat{6} = \widehat{1 \cdot 5 + 1} = \hat{1}$ (deoarece restul împărțirii lui 6 la 5 este 1).

b) Studiind tabla operației $(\mathbb{Z}_5, +)$, deducem că soluția ecuației $x + \hat{4} = \hat{1}$ este $x = \hat{2}$; studiind apoi tabla operației (\mathbb{Z}_5, \cdot) , deducem că soluția ecuației $\hat{4}x = \hat{1}$ este $x = \hat{4}$.

| | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| + | $\hat{0}$ | $\hat{1}$ | $\hat{2}$ | $\hat{3}$ | $\hat{4}$ |
| $\hat{0}$ | $\hat{0}$ | $\hat{1}$ | $\hat{2}$ | $\hat{3}$ | $\hat{4}$ |
| $\hat{1}$ | $\hat{1}$ | $\hat{2}$ | $\hat{3}$ | $\hat{4}$ | $\hat{0}$ |
| $\hat{2}$ | $\hat{2}$ | $\hat{3}$ | $\hat{4}$ | $\hat{0}$ | $\hat{1}$ |
| $\hat{3}$ | $\hat{3}$ | $\hat{4}$ | $\hat{0}$ | $\hat{1}$ | $\hat{2}$ |
| $\hat{4}$ | $\hat{4}$ | $\hat{0}$ | $\hat{1}$ | $\hat{2}$ | $\hat{3}$ |

| | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| · | $\hat{0}$ | $\hat{1}$ | $\hat{2}$ | $\hat{3}$ | $\hat{4}$ |
| $\hat{0}$ | $\hat{0}$ | $\hat{0}$ | $\hat{0}$ | $\hat{0}$ | $\hat{0}$ |
| $\hat{1}$ | $\hat{0}$ | $\hat{1}$ | $\hat{2}$ | $\hat{3}$ | $\hat{4}$ |
| $\hat{2}$ | $\hat{0}$ | $\hat{2}$ | $\hat{4}$ | $\hat{1}$ | $\hat{3}$ |
| $\hat{3}$ | $\hat{0}$ | $\hat{3}$ | $\hat{1}$ | $\hat{4}$ | $\hat{2}$ |
| $\hat{4}$ | $\hat{0}$ | $\hat{4}$ | $\hat{3}$ | $\hat{2}$ | $\hat{1}$ |

c) $\hat{2}x + \hat{4} = \hat{3} \Rightarrow \hat{2}x = \hat{3} - \hat{4} = \widehat{3-4} = \widehat{-1} = \widehat{0-1} = \widehat{5-1} = \hat{4} \Rightarrow \hat{2}x = \hat{4} \Rightarrow x = \hat{2}$.

Probleme propuse

1. Efectuând tabla operației, să se arate că operațiile specificate reprezintă legi de compoziție pe mulțimea $M = \{1, 2, 4, 8, 16\}$.

a) $x \circ y = \min(x, y)$;

b) $x \circ y = \text{c.m.m.d.c.}(x, y)$;

c) $x \circ y = \text{c.m.m.m.c.}(x, y)$.

2. Efectuând tabla operației, să se arate că operațiile specificate reprezintă legi de compoziție pe mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, în următoarele cazuri:

a) $x \circ y = \max(x, y)$;

b) $x \circ y = |x - y|$;

c) $x \circ y = x$.

3. Pe mulțimea $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ se consideră legea de compoziție „ \circ ” a cărei tablă este reprezentată alăturat.

a) Să se determine următoarele elemente:

$a = 1 \circ 3$, $b = 3 \circ 5$; $c = 4 \circ 2$; $d = 5 \circ 4$.

b) Să se rezolve următoarele ecuații:

i) $x \circ 3 = 1$; ii) $2 \circ x = 4$;

iii) $x \circ 5 = 3$; iv) $4 \circ x = 2$.

c) Să se rezolve sistemul de ecuații: $\begin{cases} 3 \circ x = 3 \\ x \circ y = 4 \end{cases}$.

| \circ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 5 | 4 | 3 |
| 3 | 3 | 4 | 3 | 5 | 2 |
| 4 | 1 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| 5 | 5 | 5 | 2 | 3 | 4 |

4. Pe mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3\}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = |y - x|$.

a) Să se alcătuiască tabla legii de compoziție.

b) Să se rezolve ecuațiile: $x \circ 3 = 0$ și $2 \circ x = 1$.

c) Să se rezolve sistemul de ecuații: $\begin{cases} x \circ y = 0 \\ y \circ 1 = 2 \end{cases}$.

5. Pe mulțimea \mathbb{R} se definesc următoarele legi de compoziție:

$$x \top y = x + y + 1 \text{ și } x \perp y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} - 1.$$

a) Să se calculeze $8 \top 27$ și $8 \perp 27$.

b) Să se rezolve ecuația: $x \top 1 = x \perp 27$.

c) Să se rezolve sistemul de ecuații: $\begin{cases} x \top y = 65 \\ x \perp y = 3 \end{cases}$.

6. Să se arate că în fiecare dintre următoarele cazuri, mulțimea M este parte stabilă a mulțimii \mathbb{R} , în raport cu legea de compoziție specificată:

a) $M = \mathbb{Z}$, $x \circ y = x + y - 3$;

b) $M = \mathbb{N}$, $x \circ y = |x - y|$;

c) $M = [-5, +\infty)$, $x \circ y = xy + 5x + 5y + 20$;

d) $M = (-3, +\infty)$, $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$;

e) $M = (1, +\infty)$, $x \circ y = xy - x - y + 2$;

f) $M = (2, +\infty)$, $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$.

7. Să se arate că în fiecare dintre cazurile următoare, mulțimea M este parte stabilă a mulțimii \mathbb{R} , în raport cu legea de compoziție specificată:

a) $M = (-1, 1)$, $x \circ y = \frac{x+y}{1+xy}$;

b) $M = (0, 1)$, $x \circ y = \frac{xy}{2xy - x - y + 1}$;